

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TÉCNICAS PARA REDUÇÃO DE SINGULARIDADES EM
RECEPTORES ÓPTICOS DP-QPSK QUE UTILIZAM O
ALGORITMO DO MÓDULO CONSTANTE

VALERY NOBL ROZENTAL

ORIENTADOR: DARLI AUGUSTO DE ARRUDA MELLO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM - 450/11

BRASÍLIA/DF: AGOSTO - 2011.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TÉCNICAS PARA REDUÇÃO DE SINGULARIDADES EM
RECEPTORES ÓPTICOS DP-QPSK QUE UTILIZAM O
ALGORITMO DO MÓDULO CONSTANTE

VALERY NOBL ROZENTAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM EN-
GENHARIA ELÉTRICA.

APROVADA POR:

Prof. Dr. Darli Augusto de Arruda Mello. (ENE-UnB)
(Orientador)

Prof. Dr. Andre Noll Barreto. (ENE-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Dr. Murilo Araujo Romero. (EESC-USP)
(Examinador Externo)

Prof. Dr. Leonardo Aguayo. (ENE-UnB)
(Suplente)

BRASÍLIA/DF, 02 DE AGOSTO DE 2011.

FICHA CATALOGRÁFICA

ROZENTAL, VALERY N.

Técnicas para Redução de Singularidades em Receptores Ópticos DP-QPSK que Utilizam o Algoritmo do Módulo Constante. [Distrito Federal] 2011. xviii, 84p., 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica 2011).

Dissertação de Mestrado -

Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|----------------------------------|----------------------|
| 1. Sistemas ópticos DP-QPSK | 2. Detecção coerente |
| 3. Algoritmo do módulo constante | 4. Singularidades |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ROZENTAL N., V. (2011). Técnicas para Redução de Singularidades em Receptores Ópticos DP-QPSK que Utilizam o Algoritmo do Módulo Constante. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 84p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Valery Nobl Rozental.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Técnicas para Redução de Singularidades em Receptores Ópticos DP-QPSK que Utilizam o Algoritmo do Módulo Constante.

GRAU / ANO: Mestre / 2011

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Valery Nobl Rozental
SQN 409, Bloco Q Ap.306
Brasília - DF - Brasil.

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado a minha
linda filha, Helena.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Darli Mello, pela sua dedicação, o tempo e o pensamento investidos, as recomendações valiosas e a cordialidade. Aos meus pais, Artur e Regina, cujo respaldo sempre vem me acompanhando. À Lilian – a mãe da minha filha – uma fiel companheira e amiga. Agradeço, também, aos meus amigos e colegas do laboratório, Diego, Hugo, Luiz e Thiago, por ajudar na elaboração deste trabalho, compartilhar o conhecimento e serem excelentes companheiros. Agradeço ao Tiago Alves, um grande amigo, sempre disposto para ajudar.

RESUMO

Este trabalho investiga de forma experimental o desempenho de algumas técnicas para evitar singularidades em receptores ópticos de sistemas DP-QPSK que operam na taxa de transmissão de 112 Gb/s, e cujos equalizadores utilizam o algoritmo do módulo constante (CMA) para a desconvolução e a separação de fontes. O termo “singularidade” se refere à situação na qual ambas as saídas do equalizador convergem para o mesmo sinal de entrada. Os dados experimentais são obtidos usando um arranjo de transmissão que emula mudanças arbitrárias de polarização, ruído óptico, dispersão cromática e a dispersão dos modos de polarização de primeira ordem. A influência destes efeitos na ocorrência de singularidades é analisada individualmente. Em particular, são comparados os seguintes algoritmos:

- CMA padrão;
- CMA com restrição;
- CMA de dois estágios;
- CMA para usuários múltiplos (MU-CMA).

É demonstrado que todos os algoritmos reduzem o número de singularidades de forma eficiente, melhorando, assim, as propriedades de convergência do equalizador. No entanto, sob certas condições, os algoritmos MU-CMA e CMA com restrição – ambos utilizados para inicialização do sistema – apresentaram melhor desempenho em comparação com CMA de dois estágios, que não distingue entre as fases de inicialização e de operação do sistema. À luz dos resultados, considerando a sua baixa complexidade computacional, o CMA com restrição é recomendado para uso em sistemas práticos.

ABSTRACT

This work experimentally investigates the performance of several techniques for singularity avoidance in optical receivers of dual-polarization quadrature phase shift keying (DP-QPSK) systems operating at the transmission rate of 112 Gb/s, and whose equalizers use the Constant Modulus Algorithm (CMA) for deconvolution and source separation. The term “singularity” refers to the condition where both equalizer outputs converge to the same input signal. Experimental data is acquired using a transmission setup that emulates arbitrary polarization changes, optical noise, chromatic dispersion (CD) and first-order polarization mode dispersion (PMD). The influence of these effects on the singularity occurrence is individually analyzed. Specifically, the following algorithms are compared:

- Standard CMA;
- Constrained CMA;
- Two-Stage CMA;
- Multi-User (MU) CMA.

It is shown that all algorithms effectively mitigate singularities, thus improving equalizer convergence properties. However, under certain conditions, the Multi-User and Constrained CMA algorithms – both used for system startup – outperformed the Two-Stage CMA, which does not distinguish between the system startup and operation phases. In light of the results, considering also its low computational complexity, the Constrained CMA is recommended to be used in practical systems.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	DETECÇÃO ÓPTICA COERENTE	7
2.1	ARQUITETURA DE UM RECEPTOR ÓPTICO DP-QPSK	10
2.2	“FRONT-END” ÓPTICO COM DIVERSIDADE DE POLARIZAÇÃO	12
2.3	ORTOGONALIZAÇÃO E NORMALIZAÇÃO	15
2.4	DESCONVOLUÇÃO E SEPARAÇÃO DE FONTES	17
2.5	RECUPERAÇÃO DA PORTADORA E DE FASE	18
2.5.1	Recuperação do Desvio de Frequência	20
2.5.2	Compensação do Ruído de Fase	21
2.6	DECISÃO E DECODIFICAÇÃO	24
3	EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA	27
3.1	MODELO DISCRETO DE SISTEMA DE COMUNICAÇÃO	27
3.2	PRINCÍPIOS DE FILTRAGEM ADAPTATIVA	28
3.2.1	Equalização <i>Zero-Forcing</i>	29
3.2.2	Equalização Ótima – Filtro de Wiener	29
3.2.3	Equalização Adaptativa, Algoritmo de Gradiente Descendente .	31
3.2.4	Filtragem Estocástica - Algoritmo de Média Quadrática Mínima	34
3.3	EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA NÃO SUPERVISIONADA E O AL- GORITMO DO MÓDULO CONSTANTE	35
3.3.1	Fundamentos da Equalização Autodidata	36
3.3.2	Algoritmos de <i>Bussgang</i> para Equalização Não-Supervisionada .	37
3.3.3	Equalizadores Fracionalmente Espaçados	38
3.3.4	O Critério de Módulo Constante	42
3.3.5	Propriedades de Convergência do CMA, Caso SISO	43
3.3.6	CMA, Caso MIMO e a Relação Entre Equalização e Separação de Fontes	47
3.4	TÉCNICAS PARA EVITAR SINGULARIDADES EM SISTEMAS ÓPTICOS MULTIPLEXADOS EM POLARIZAÇÃO	51

3.4.1	Definição do Problema da Singularidade	51
3.4.2	CMA com Restrição	53
3.4.3	CMA de Dois Estágios	54
3.4.4	MU - CMA	55
4	RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE	58
4.1	ARRANJO EXPERIMENTAL	58
4.1.1	Aquisição de dados	58
4.1.2	Processamento <i>offline</i>	61
4.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	62
4.2.1	Resultados do processamento de dados gerados na presença do ruído ASE	64
4.2.2	Resultados do processamento de dados gerados na presença da dispersão cromática	67
4.2.3	Resultados do processamento de dados gerados na presença de DGD	69
5	CONCLUSÕES	74
	APÊNDICE	76
A	ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE RESTRIÇÃO EM UM EQUALIZADOR FRACIONALMENTE ESPAÇADO, PARA O FORMATO DE PULSO RZ	77
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81

LISTA DE TABELAS

2.1	Codificação do Sinal QPSK Segundo o Código Gray	26
4.1	Tabela de Acrônimos	60
4.2	Ocorrência de Singularidades vs. CEVL	64
4.3	Ocorrência de Não-Convergências	73

LISTA DE FIGURAS

2.1	Interferência intersimbólica por dispersão cromática.	8
2.2	Alargamento do pulso por PMD.	9
2.3	Subsistemas de um receptor coerente para sistemas DP-QPSK.	11
2.4	Receptor óptico coerente em quadratura.	12
2.5	Receptor óptico com diversidade de polarização.	15
2.6	Influência das imperfeições do receptor na constelação.	16
2.7	Equalizador digital com estrutura “borboleta”.	18
2.8	Recuperação do sinal por filtro MIMO associado ao CMA.	19
2.9	Evolução de fase do sinal na saída do equalizador.	20
2.10	Algoritmo Viterbi e Viterbi FFCR.	21
2.11	Regiões de decisão para sinais QPSK e código Gray correspondente (modificado de [1]).	26
3.1	Modelo de um sistema de comunicação.	28
3.2	Modelo de equalizador linear transversal adaptativo (modificado de [2]).	31
3.3	Equalizador não supervisionado básico de Bussgang.	37
3.4	Modelo em banda base de um sistema de comunicação monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).	39
3.5	Modelo multitaxa de um sistema monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).	40
3.6	Modelo multitaxa de um sistema monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).	40
3.7	Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal que satisfaz às condições da equalização perfeita.	44
3.8	Contorno da função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal que satisfaz as condições da equalização perfeita e pontos correspondentes à equalização perfeita.	46
3.9	Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal ruidoso. . . .	47
3.10	Aproximação dos mínimos do CMA à origem na presença do ruído. . .	47
3.11	Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal subdimensionado.	48
3.12	Influência da aproximação das raízes dos sub-canais na J_{CM}	48

3.13	Modelo de sistema de comunicação MIMO em banda base.	50
3.14	Equalizador CMA de dois estágios.	55
4.1	Diagrama de blocos do arranjo experimental.	58
4.2	Bloco transmissor.	59
4.3	Bloco emulador do canal óptico.	59
4.4	Bloco detector e armazenador.	60
4.5	Diagrama da análise experimental dos algoritmos.	62
4.6	Relações de referência: OSNR vs. BER e OSNR vs. SNR.	63
4.7	SNR estimada na presença do ruído ASE.	65
4.8	SNR estimada na presença do ruído ASE: alta resolução.	65
4.9	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de ruído ASE, X-pol.	66
4.10	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de ruído ASE, Y-pol.	66
4.11	Ocorrência de singularidades na presença da CD residual. OSNR = 18 dB.	67
4.12	SNR estimada na presença da CD residual.	68
4.13	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença da CD residual, X-pol.	68
4.14	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença da CD residual, Y-pol.	69
4.15	Ocorrência de singularidades na presença de DGD. OSNR = 18 dB.	70
4.16	Ocorrência de singularidades na presença de DGD (porcentagem) OSNR = 18 dB.	70
4.17	SNR estimada na presença de DGD.	71
4.18	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de DGD, X-pol.	72
4.19	Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de DGD, Y-pol.	72
A.1	Sistema RZ gerador de DGD, $l = 2$	77
A.2	Divisão de potência do sinal no receptor	78

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

Símbolos

$ (\cdot) $	Módulo de (\cdot)
$\widehat{(\cdot)}$	Estimativa de (\cdot)
$\overline{(\cdot)}$	Valor médio de (\cdot)
$(\cdot)^*$	Conjugado complexo de (\cdot)
$(\cdot)^T$	Transposto da matriz (\cdot)
$(\cdot)^H$	Transposto conjugado da matriz (\cdot)
$\Re(\cdot)$	Parte real de (\cdot)
$\arg \max_a (\cdot)$	Argumento a que maximiza (\cdot)
$\arg \min_a (\cdot)$	Argumento a que minimiza (\cdot)
$(\cdot)_{opt}$	Valor ótimo de (\cdot)
I	Componente em fase
Q	Componente em quadratura
$E\{\cdot\}$	Valor esperado de (\cdot)
$P(\cdot)$	Probabilidade de (\cdot)
$\kappa(\cdot)$	Curtose de (\cdot)
$\nabla(\cdot)$	Gradiente de (\cdot)
$PU(\cdot)$	Função desempacotadora de fase de (\cdot)
$\sigma_{(\cdot)}^2$	Variância de (\cdot)
N_0	Potência do ruído AWGN
E_s	Energia de símbolo
E_b	Energia de bit
E_r	Campo elétrico do sinal óptico
E_{lo}	Campo elétrico do oscilador local
A	Amplitude do sinal óptico
ϕ_s	Fase do sinal óptico
η_s	Ruído gaussiano do sinal óptico
ω	Frequência angular
ω_{lo}	Frequência angular do sinal óptico do oscilador local
T_s	Período de um símbolo
t	Índice de tempo contínuo
k	Índice amostral de tempo discreto

n	Índice de símbolo
μ	Passo de adaptação
$\Delta\nu$	Largura de linha de um laser
$\theta[k]$	Desvio de fase do símbolo k
Δk	Diferença entre os desvios de fase de símbolos adjacentes
Δf	Desvio de frequência
λ	Comprimento de onda no vácuo
δ	Função Delta de Kronecker
d	Atraso no tempo discreto
i_I	Corrente elétrica em fase
i_Q	Corrente elétrica em quadratura
$s[k]$	k -ésima amostra transmitida
$r[k]$	k -ésima amostra recebida
$x[k]$	k -ésima amostra na entrada do equalizador
$y[k]$	k -ésima amostra na saída do equalizador
α	Coefficiente de atenuação/amplificação
R	Responsividades do fotodetector
B_{ref}	Banda de referência
N_{ASE}	Densidade espectral de potência do ruído ASE
$\Delta\tau$	DGD
D	Parâmetro de dispersão cromática
r_{ij}	Função correlação cruzada entre i e j
β	Constante de propagação
L	Distância de transmissão
H	Matriz de transferência canal óptico
W	Matriz de coeficientes do equalizador
w	Vetor de coeficientes do filtro
C	Matriz de transferência do sistema canal-equalizador
P	Matriz de permutação
D	Matriz de atrasos
J	Matriz de Jones
J	Função de custo

Siglas

AD	<i>Analog to Digital</i>	Analógico-digital
ADC	<i>Analog to Digital Converter</i>	Conversor alógico-digital
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>	Emissão espontânea amplificada
ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i>	Chaveamento por desvio de amplitude
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído gaussiano branco aditivo
BER	<i>Bit Error Rate</i>	Taxa de erro de bit
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>	Chaveamento por desvio de fase binário
BSE	<i>Baud-Spaced Equalizer</i>	Equalizador espaçado na taxa de símbolos
CD	<i>Chromatic Dispersion</i>	Dispersão Cromática
CEVL	<i>Correlation Estimation Vector Length</i>	Comprimento do vetor de estimação de correlação
CMA	<i>Constant Modulus Algorithm</i>	Algoritmo de módulo constante
CW	<i>Continuous Wave</i>	Onda contínua
DC	<i>Direct Current</i>	Corrente contínua
DBF	<i>Distributed-Feedback Laser</i>	Laser de realimentação distribuída
DCF	<i>Dispersion Compensating Fiber</i>	Fibra compensadora de dispersão
DCM	<i>Dispersion Compensating Module</i>	Módulo de compensação de dispersão
DGD	<i>Differential Group Delay</i>	Atraso diferencial de grupo
DP-QPSK	<i>Dual-Polarization Differential QPSK</i>	Multiplexação em polarizações ortogonais com modulação QPSK
DQPSK	<i>Differential QPSK</i>	QPSK diferencial
DSP	<i>Digital Signal Processing</i>	Processamento digital de sinais
EDFA	<i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i>	Amplificador de fibra dopada com érbio
EMSE	<i>Excess Mean Square Error</i>	Erro quadrático médio excessivo
FBG	<i>Fiber Bragg Grating</i>	Grade de Bragg
FFCR	<i>Feedforward Carrier Recovery</i>	Recuperação de portadora tipo <i>feedforward</i>

FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>	Transformada rápida de Fourier
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>	Resposta ao impulso finita
FSE	<i>Fractionally-Spaced Equalizer</i>	Equalizador fracionalmente espaçado
GSOP	<i>Gram-Schmidt Orthogonalization Procedure</i>	Procedimento de ortogonalização de Gram-Schmidt
HOC	<i>Higher-Order Statistics</i>	Estatísticas de ordem superior
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>	Interferência intersimbólica
IUI	<i>Inter-User Interference</i>	Interferência entre usuários
LMS	<i>Least Mean Square</i>	Algoritmo da média quadrática mínima
LO	<i>Local Oscillator</i>	Oscilador local
MIMO	<i>Multiple-Inputs Multiple-Outputs</i>	Múltiplas entradas e múltiplas saídas
ML	<i>Maximum Likelihood</i>	Máxima verossimilhança
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>	Erro médio quadrático mínimo
Mod. QPSK		Modulador QPSK
Mod. RZ		Modulador RZ
MU-CMA	<i>Multi-User Constant Modulus Algorithm</i>	Algoritmo de módulo constante para múltiplos usuários
MUX	<i>Multiplexer</i>	Multiplexador
OOK	<i>On-Off Keying</i>	Chaveamento por liga-desliga
OSA	<i>Optical Spectrum Analyzer</i>	Analisador do espectro óptico
OSNR	<i>Optical SNR</i>	SNR Óptica
PBC	<i>Polarization Beam Combiner</i>	Combinador de feixes de polarização
PBS	<i>Polarization Beam Splitter</i>	Divisor de feixes de polarização
pdf	<i>Probability Density Function</i>	Função Densidade de Probabilidade
PDM	<i>Polarization Division Multiplexing</i>	Multiplexação por divisão de polarização
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i>	Malha de captura de fase
PMD	<i>Polarization Mode Dispersion</i>	Dispersão dos modos de polarização
Pol-Mux	<i>Polarization Multiplexing</i>	Multiplexação de sinais em polarizações ortogonais
PPG	<i>Pulse Pattern Generator</i>	Gerador de padrões de pulsos

PRBS	<i>Pseudorandom Binary Sequence</i>	Sequência binária pseudo-aleatória
PSD	<i>Positive Semi-Definite</i>	Positiva semi-definida
PSK	<i>Phase-Shift Keying</i>	Chaveamento por desvio de fase
PU	<i>Phase Unwrapper</i>	Desempacotador de fase
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>	Modulação de amplitude em quadratura
QI	<i>Quadrature Imbalance</i>	Desbalanceamento de quadratura
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>	Chaveamento por desvio de fase em quadratura
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>	Única entrada e única saída
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>	Razão sinal-ruído
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i>	Multiplexação por divisão em comprimento de onda
ZF	<i>Zero-Forcing</i>	

Trabalhos Publicados pelo Autor

Portela, T.; Souto, D., Rozental,V., Ferreira, H., Griesser, H., Mello, D. A. A. “Analysis of signal processing techniques for optical 112 Gb/s DP-QPSK receivers with experimental data” Em: *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, Vol. 10, No. 1*, junho 2011.

Portela, T.; Souto, D., Rozental,V., Ferreira, H., Griesser, H., Mello, D. A. A. “Analysis of digital polarization demultiplexing techniques for optical 112 Gb/s DP-QPSK receivers with experimental data” Em: *MOMAG 2010* Vila Velha, ES., agosto de 2010.

Aceito para publicação: Ferreira, H., Rozental,V., Mello, D. A. A. “Analysis of phase recovery algorithms for DP-QPSK optical receivers”. Em: *XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2011, Curitiba. SBrT, 2011.

Aceito para publicação: Rozental,V., Portela, T.; Souto, D., Rozental,V., Ferreira, H., Mello, D. A. A. “Singularity-avoidance techniques for CMA equalization in DP-QPSK 112-Gb/s optical systems” Em: *Optics Express*, OSA. 2011.

1 INTRODUÇÃO

Desde meados da década de 1970, os sistemas ópticos vêm se desenvolvendo constantemente, duplicando, em média, a figura de mérito, dada pelo produto *taxa de transmissão* \times *distância*, a cada ano [4]. Inovações tecnológicas permitem classificar os sistemas ópticos por gerações. A primeira geração utilizava fibras multimodo, *i.e.*, a potência da onda eletromagnética do sinal se dividia na fibra em diferentes modos de propagação segundo a distribuição espacial e a constante de propagação, causando interferência intersimbólica, em um efeito conhecido como dispersão intermodal. Estes sistemas empregavam lasers semicondutores de GaAs com comprimento de onda da portadora em torno de $0,8 \mu\text{m}$. Os sistemas da primeira geração operavam na taxa de transmissão de 45 Mb/s e necessitavam regeneração de sinal a cada 10 km [4]. A criação de fibras monomodo e lasers semicondutores de InGaAsP com comprimento de onda centrado em $1,3 \mu\text{m}$ deu origem à segunda geração dos sistemas ópticos, eliminando a dispersão intermodal e operando em uma região de menor atenuação na fibra (em torno de $0,5 \text{ dB/km}$). Na segunda metade da década dos 80, sistemas ópticos de segunda geração, operando nas taxas de até 1,7 Gb/s com regeneração a cada 50 km, já estavam disponíveis comercialmente [4]. Os sistemas ópticos de terceira geração operavam na banda em torno de $1,55 \mu\text{m}$, em que a atenuação na fibra é mínima ($0,2 \text{ dB/km}$). Eles utilizavam fontes de laser de realimentação distribuída (*distributed-feedback laser* – DFB) com baixa largura espectral, para minimizar o efeito da dispersão cromática (*chromatic dispersion* – CD), fenômeno que faz com que as diferentes componentes de frequência se propaguem pela fibra com velocidades de grupo diferentes [5]. Com a invenção de amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio (*erbium doped fiber amplifiers* – EDFA), originou-se a quarta geração de sistemas ópticos, aumentando a distância entre regeneradores opto-eleto-ópticos e reduzindo de forma drástica o custo dos sistemas. Além de permitir a compensação da atenuação no domínio óptico, o EDFA motivou a transmissão de sinais multiplexados em comprimentos de onda (*wavelength division multiplexing* – WDM), pois é capaz de amplificar sinais de vários comprimentos de onda simultaneamente. Hoje, os sistemas WDM com EDFAs alcançam capacidades de transmissão de mais de 1 Tb/s por fibra, com taxas de 10 Gb/s por canal [5]. Concomitantemente, as taxas de transmissão estão aumentando de 10 para 40 Gb/s por canal [6], utilizando formatos avançados de modulação. Redes que operam nas taxas de 40 Gb/s por canal tem sido instaladas recentemente [7]. Estes

sistemas consolidaram a fibra óptica como o meio predominante para elevadas taxas de transmissão em grandes distâncias.

No entanto, a crescente demanda por tráfego de dados dos últimos anos vem motivando desenvolvimento de sistemas com taxas de transmissão ainda maiores, visando a transmissão nas taxas de 100 Gb/s e 400 Gb/s por canal. Atualmente, a absoluta maioria dos sistemas ópticos utiliza a modulação por chaveamento “liga-desliga” (*on-off keying* – OOK), com taxas de transmissão de até 10 Gbits/s. Um mero aumento na velocidade de chaveamento do modulador a fim de obter um salto significativo na taxa de transmissão, como no caso de transmissão a 100 Gbits/s, é inviável por três motivos principais:

- gargalo eletrônico: atualmente, os dispositivos eletrônicos ainda não conseguem operar nessas taxas elevadas;
- espalhamento em frequência: um aumento na velocidade de chaveamento provoca um espalhamento da banda de frequências ocupada pelo sinal, exigindo um espaçamento grande entre canais no domínio da frequência, reduzindo a eficiência do sistema;
- suscetibilidade aos efeitos de transmissão: existem fenômenos de transmissão altamente dependentes da taxa de transmissão de símbolos (principalmente a dispersão cromática) que corrompem o sinal de maneira a tornar a sua recuperação inviável.

Uma conclusão decorrente destes motivos é que, para aumentar a taxa de transmissão, é necessário aumentar a eficiência espectral. Isto é logrado com a multiplexação em polarização e o uso de formatos de modulação multinível. A multiplexação em polarização (Pol-Mux) explora a propriedade de decomposição da onda eletromagnética em duas polarizações ortogonais, veiculando sinais diferentes em cada uma dessas polarizações, duplicando, assim, a eficiência espectral. As técnicas de modulação multinível, por sua vez, permitem a redução da taxa de símbolos, mantendo a mesma taxa de transmissão de bits.

No entanto, a detecção direta empregada em sistemas OOK, realizada por meio de diodos fotodetectores, recupera apenas a informação veiculada na amplitude do sinal e, conseqüentemente, é inadequada para o uso com formatos de modulação que utilizam as componentes em fase e quadratura. Portanto, é necessário usar a detecção coerente, uma técnica de detecção que utiliza laser, denominado oscilador local (*local oscillator* – LO), no receptor. Misturando o campo do sinal com o campo do oscilador local, ela consegue recuperar a informação de fase do sinal. A detecção coerente faz a conversão da frequência óptica da portadora de aproximadamente 190 THz à banda base,

no caso da detecção homódina, tornando possível um processamento inteiramente no domínio eletrônico, usando técnicas simples de processamento digital de sinais. Além disso, a detecção coerente possui uma outra virtude importante. Os sinais lançados em polarizações ortogonais se interferem na recepção devido a uma rotação de polarização arbitrária na fibra óptica. A forma clássica de contornar este problema é usar um controlador de polarização, que exige um laço de realimentação e aumenta a complexidade do sistema. A detecção coerente, contudo, permite realizar a separação dos sinais por meio de processamento digital de forma simples, dispensando o controle da polarização.

Desta forma, um receptor que emprega a detecção coerente é composto pelo *front-end* óptico que combina o sinal de entrada e o oscilador local e realiza a conversão opto-elétrica, seguido por uma cadeia de algoritmos de processamento digital de sinais, cujo objetivo é recuperar a informação transmitida. A combinação da modulação por chaveamento de fase em quadratura (*quadrature phase-shift keying* – QPSK) e emprego do algoritmo do módulo constante (*constant modulus algorithm* – CMA) no processamento mostrou-se promissora para os sistemas de transmissão a 100 Gbits/s, resultando em sistemas QPSK com multiplexação de polarização (*dual-polarization quadrature phase-shift keying* – DP-QPSK). Isto deve-se à propriedade do algoritmo do módulo constante ser insensível à fase do sinal, o que permite desacoplar o equalizador das outras etapas da cadeia de processamento. Assim, o processamento digital de sinais é dividido em etapas que incluem a conversão analógica-digital, a separação dos sinais enviados em cada polarização, a mitigação das distorções lineares inseridas pelo canal e a decisão. As funções de separação dos dois sinais enviados em cada polarização a partir de uma combinação linear deles e a mitigação das distorções lineares inseridas pelo canal são realizadas por um equalizador de múltiplas entradas e múltiplas saídas (*multiple input multiple output* – MIMO) [8], composto por filtros digitais com resposta finita ao impulso (*finite impulse response* – FIR), associados ao algoritmo do módulo constante. De forma notável, este simples algoritmo consegue realizar ambas as tarefas simultaneamente.

O algoritmo do módulo constante é um algoritmo adaptativo não supervisionado de gradiente estocástico descendente, implementado sobre a função de custo dada pelo critério de módulo constante, proposto por Godard em 1980 [9]. É um algoritmo multimodal, ou seja, a sua adaptação pode levá-lo a convergir para mais de uma solução. Uma afirmação equivalente é que a superfície da *função de custo* do CMA possui múltiplos mínimos. O CMA pertence à classe de métodos de equalização baseados nas propriedades estatísticas de ordem superior (*higher order statistics* - HOC) [2]. Como todos os algoritmos não supervisionados, *i.e.*, que não exigem uma sequência de treinamento (sequência de símbolos enviados, conhecidos *a priori* do lado receptor), o seu

emprego apresenta algumas vantagens adicionais [10]:

- eliminação de sequência de treinamento aumenta a capacidade do sistema;
- utilização de sequência de treinamento pode tornar-se ineficiente quando canal varia rapidamente no tempo;
- efeitos degradantes durante a transmissão da sequência de treinamento podem levar a uma estimativa pobre do canal;
- treinamento pode ser inviável em sistemas distribuídos com usuários múltiplos, já que requer sincronização e envio de sequência de treinamento cada vez que um novo enlace é estabelecido.

Visto que ambos os sinais multiplexados em polarização compartilham as mesmas propriedades estatísticas, a multimodalidade do CMA, em combinação com a peculiaridade de estrutura do equalizador MIMO, podem, em alguns casos, levar ambas as saídas do equalizador a convergir para o mesmo sinal de entrada, ou a uma versão deslocada no tempo do mesmo sinal. Esta situação indesejável é conhecida na literatura como “singularidade” [8] [11] [12] [13] [14].

Vários trabalhos têm abordado o problema da singularidade, apresentando diversas soluções para o problema. A mais trivial, mencionada em [15], propõe monitorar ambos os sinais de saída, e reiniciar o sistema caso uma ocorrência de singularidade fosse detectada. A Referência [16] afirma que o equalizador MIMO apresenta uma certa simetria, que deve ser explorada a fim de evitar singularidades. É sugerido garantir esta simetria impondo uma restrição sobre o equalizador. Esta abordagem é baseada em um resultado fundamental, apresentado pelo físico americano Robert Clark Jones em [17], que afirma que a função de transferência de um canal óptico, em certas condições, é dada por uma matriz unitária. Consequentemente, também é unitária a matriz de inversão do canal, composta pelos coeficientes do equalizador. No entanto, esta simetria é violada na presença de alguns efeitos lineares do canal presentes em sistemas físicos. Portanto, o seu uso em sistemas reais seria, em princípio, inviável.

Todavia, o desenvolvimento em [16] deu origem a dois algoritmos, apresentados em [8] e [12], que procuram implementar a restrição mencionada de forma adequada aos sistemas físicos, considerando os efeitos de transmissão. Sabe-se que a escolha inicial dos coeficientes do equalizador afeta as suas propriedades de convergência [8] [13]. Portanto, o primeiro desses algoritmos (referenciado neste trabalho como o “CMA com restrição”), sugere impor a restrição de [16] como uma maneira de encontrar os coeficientes iniciais do equalizador MIMO que diminuam a probabilidade de ocorrência de singularidade. Depois que a convergência inicial é obtida, a restrição é removida para

permitir uma adaptação fina do equalizador. O segundo algoritmo (referenciado como o “CMA de dois estágios”) propõe separar o equalizador em dois estágios, desacoplando os efeitos que causam a violação da simetria, para um processamento em bloco separado. Desta forma, o equalizador do primeiro estágio, com a restrição imposta, separa os sinais e mitiga uma parte de efeitos do canal, enquanto o equalizador do segundo estágio, cujos coeficientes são adaptados de forma livre, realiza a equalização fina, mitigando o resto dos efeitos. A Referência [18] desenvolve um algoritmo que explora a correlação entre sinais multiplexados na saída do equalizador MIMO, utilizando-a como um fator adicional para modificar o algoritmo do módulo constante de forma a evitar singularidades. Este algoritmo é conhecido como o algoritmo do módulo constante para múltiplos usuários (*multi-user constant modulus algorithm* – MU-CMA). Embora este algoritmo tenha sido apresentado para sistemas de comunicações em geral, ele também foi implementado e examinado no domínio óptico em [19].

Outras duas técnicas de evitar singularidades são importantes de mencionar. Uma delas, apresentada em [14], baseia-se nas propriedades estatísticas dos sinais. Ela propõe a demultiplexação de polarização baseada na análise de componentes independentes, derivada das propriedades da função densidade de probabilidade (*probability density function* – pdf) de sinais independentes. A técnica sugere ajustar os coeficientes do equalizador de tal forma que a pdf conjunta dos dois sinais da saída seja aproximada ao produto das pdfs separadas. Esta abordagem, porém, tende a apresentar uma complexidade computacional elevada [8]. Já [11] propõe uma solução simples, que combina uma fase de convergência inicial, que utiliza uma sequência de treinamento, com uma fase de rastreamento baseada na equalização não supervisionada. Apesar de utilizar a equalização supervisionada na fase de convergência com as decorrentes desvantagens, esta abordagem deve, certamente, ser levada em consideração já que pode introduzir uma solução eficiente e de baixo custo para o problema, pois requer uma sequência de treinamento apenas para a inicialização do sistema. Sua outra possível vantagem é não ser sujeita à ambiguidade de permutação, situação, discutida em detalhes na Seção 3.3.6, que afeta os algoritmos não supervisionados, na qual a ordem correta dos sinais de saída não pode ser garantida.

O objetivo deste trabalho foi investigar experimentalmente o desempenho das técnicas para evitar singularidades, usadas em sistemas DP-QPSK a 112 Gb/s que empregam CMA para desconvolução e demultiplexação de polarização, inferindo parâmetros práticos para os sistemas a partir dos experimentos. Em particular, foram comparados os desempenhos dos algoritmos abaixo citados:

- CMA com restrição;

- CMA de dois estágios;
- MU-CMA.

Embora estes algoritmos tenham sido avaliados individualmente na literatura, pelo nosso conhecimento, este foi o primeiro trabalho que comparou o desempenho destes algoritmos por meio de ensaios extensos de longa duração, utilizando dados experimentais, levando em consideração a sua natureza estocástica. A configuração experimental utilizada emulou vários fenômenos de transmissão pelo canal óptico, discutidos no Capítulo 2.

Esta dissertação é estruturada da seguinte forma: o Capítulo 2 descreve o funcionamento dos subsistemas que formam o receptor óptico coerente em sistemas DP-QPSK, e os principais efeitos lineares de transmissão pela fibra. O Capítulo 3 apresenta os princípios da filtragem adaptativa, uma descrição aprofundada do CMA e a sua implementação com equalizador fracionalmente espaçado. Ele trata, também, do problema de singularidade do CMA, descrevendo as três técnicas investigadas: CMA com restrição, CMA de dois estágios e MU-CMA. O Capítulo 4 detalha a configuração experimental utilizada na obtenção dos dados e apresenta os resultados obtidos. Por último, o Capítulo 5 conclui a dissertação.

2 DETECÇÃO ÓPTICA COERENTE

Como foi mencionado no Capítulo 1, a detecção coerente permite utilizar formatos de modulação multinível complexos, pois consegue detectar a fase do sinal. A Seção 2.2 explica como esta detecção é realizada. Ela permite, também, separar os sinais multiplexados em polarização e mitigar os efeitos lineares do canal no domínio digital, por meio de um equalizador simples.

Dois sinais lançados na fibra em polarizações ortogonais, idealmente, não se interferem. Porém, a polarização na fibra é sujeita a uma rotação arbitrária, descrita pela matriz função de transferência do canal óptico, denominada matriz de Jones [13] [17]:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos \theta & e^{-j\phi} \sin \theta \\ -e^{j\phi} \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

em que θ e ϕ são os ângulos de rotação e a diferença de fase entre polarizações, respectivamente. Esta rotação de polarização, representada pelo ângulo θ , é aleatória, e faz com que os eixos de polarização fixos do detector recebam uma combinação linear dos sinais lançados em polarizações ortogonais. Entretanto, em um receptor DP-QPSK, esta rotação é compensada por um filtro linear no domínio digital.

A seguir são apresentados os efeitos lineares do canal, a dispersão cromática e a dispersão dos modos de polarização de primeira ordem, compensados, também, por técnicas de processamento digital de sinais. Ademais, são apresentadas as características do ruído gerado pelo amplificador óptico, induzido pelo processo de emissão espontânea amplificada (*amplified spontaneous emission* – ASE), e o ruído de fase, sempre presentes em sistemas ópticos de longa distância.

2.0.0.1 Dispersão Cromática - CD

A informação em sistemas ópticos é transmitida por meio de pulsos com uma certa largura espectral, não nula. Assim, um pulso é visto como um conjunto, ou grupo, de componentes de frequência próximas. A constante de propagação, β , varia com a frequência, fazendo com que as diferentes componentes espectrais que compõem o pulso se propaguem pela fibra com velocidades ligeiramente diferentes. A velocidade da propagação da superposição das componentes deste conjunto, denominada de velocidade

de grupo, v_g , é definida como a inversa da derivada da constante de propagação, β , com respeito à frequência angular, ω [4]:

$$v_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (2.2)$$

Assim, a dependência da velocidade de grupo com a frequência causa alargamento do pulso, pois componentes espectrais diferentes não chegam simultaneamente ao receptor [4], provocando interferência intersimbólica, como ilustrado na Figura 2.1.

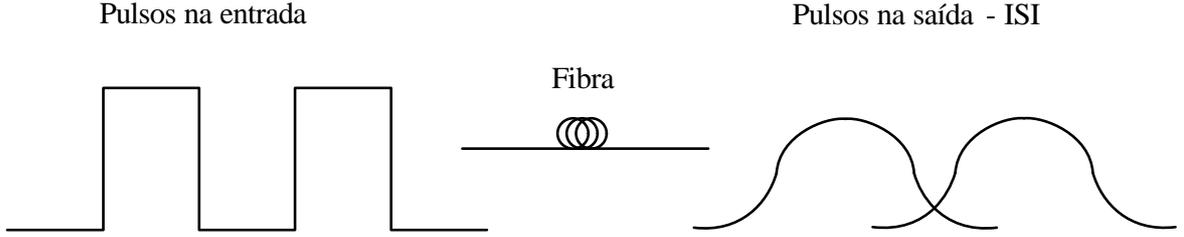


Figura 2.1: Interferência intersimbólica por dispersão cromática.

O tempo em que uma componente espectral de frequência específica percorre uma distância L é $T = L/v_g$. Então, se $\Delta\omega$ é a largura espectral do pulso, o alargamento temporal, ΔT , resultante é [4]:

$$\Delta T = \frac{dT}{d\omega} \Delta\omega = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{L}{v_g} \right) \Delta\omega = L \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Delta\omega = L \beta_2 \Delta\omega, \quad (2.3)$$

com $\beta_2 = d^2\beta/d\omega^2$ sendo o parâmetro da dispersão por velocidade de grupo (*group velocity dispersion* – GVD). Para caracterizar as fibras, na prática, é usado o coeficiente de dispersão D , cuja unidade é $[ps/[nm \cdot km]]$, definido como:

$$D = -\beta_2 \frac{2\pi c}{\lambda^2}, \quad (2.4)$$

em que c é a velocidade da luz, e λ o comprimento de onda da portadora no vácuo.

Em sistemas práticos, a dispersão cromática é compensada pelos módulos de compensação de dispersão (*dispersion compensation module* – DCM), que empregam fibras compensadoras de dispersão (*dispersion compensating fiber* – DCF) ou grades de Bragg (*fiber Bragg gratings* – FBG) [5]. Filtros digitais não adaptativos, que compensam CD no domínio eletrônico, também foram propostos [15] [20]. Portanto, o equalizador adaptativo precisa compensar apenas a dispersão cromática *residual*, *i.e.*, aquela que não foi compensada pelo DCM ou pelo filtro digital, devido às imprecisões no dimensionamento.

2.0.0.2 Dispersão dos Modos de Polarização - PMD

Fibras ópticas apresentam micro-irregularidades em sua geometria ao longo do comprimento, originadas no próprio processo da fabricação e na deformação por tração mecânica não uniforme. Estas irregularidades causam, em regiões de geometria elíptica, o fenômeno de *birrefringência*, existência de eixos ortogonais com constantes de propagação de onda diferentes. Sejam x e y os eixos principais da birrefringência, com constantes de propagação β_x e β_y . O pulso é dividido na fibra em duas componentes ortogonais, segundo os eixos da birrefringência, propagando-se com velocidades diferentes e provocando um alargamento, denominado de PMD [4], como mostrado na Figura 2.2.

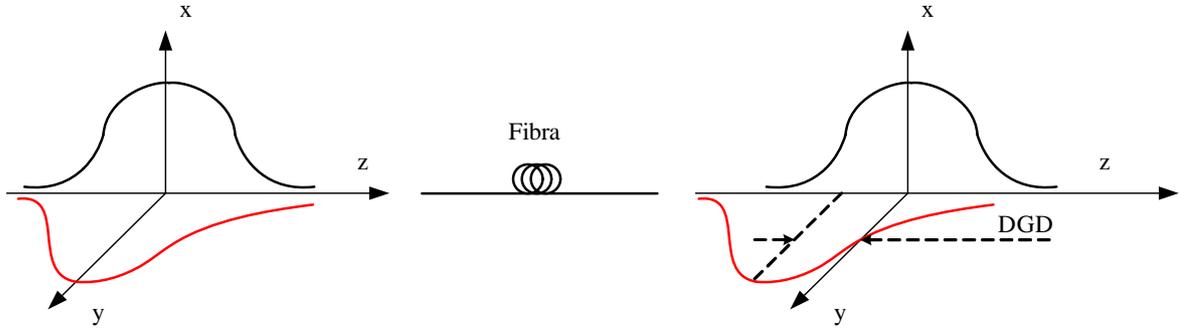


Figura 2.2: Alargamento do pulso por PMD.

O parâmetro de atraso por comprimento, $\Delta\tau$, medido em $[ps/\sqrt{km}]$ é dado pela expressão [5]:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\beta}{\omega}, \quad (2.5)$$

em que $\Delta\beta = |\beta_x - \beta_y|$. O atraso total, conhecido como atraso de grupo diferencial (*differential group delay* – DGD), medido em $[ps]$, que corresponde ao modelo de primeira ordem de PMD, pode ser calculado por [5]:

$$DGD [ps] = \Delta\tau \sqrt{L}. \quad (2.6)$$

2.0.0.3 Ruído Óptico Induzido por Emissão Espontânea Amplificada

Por emissão espontânea entende-se um processo intrínseco à natureza quântica dos amplificadores ópticos, em que elétrons no estado excitado passam por uma transição para um outro estado de energia mais baixa, liberando fótons, como dita o princípio

de conservação de energia. Em amplificadores ópticos esta emissão espontânea é amplificada, gerando o ruído óptico. A densidade espectral de potência do ruído gerado é quase-constante na largura do canal, e calcula-se da seguinte forma [4]:

$$S_{sp} = (G - 1)n_{sp} h \nu, \quad (2.7)$$

em que G é o ganho do amplificador, ν a frequência óptica, h a constante de Plank e n_{sp} um parâmetro denominado “fator de emissão espontânea”:

$$n_{sp} = \frac{N_2}{N_2 - N_1}, \quad (2.8)$$

sendo N_1 e N_2 as populações atômicas do estado fundamental e do estado excitado, respectivamente [4].

O ruído ASE, por ter a sua densidade espectral de potência quase-constante na largura do canal, é comumente modelado como um ruído aditivo branco gaussiano.

2.0.0.4 Ruído de Fase

A onda gerada pelo laser, por não ser perfeitamente monocromática, apresenta uma largura espectral finita, $\Delta\nu$, denominada largura de linha. Desta forma, a frequência da onda gerada sofre pequenas variações. Em sistemas ópticos, estas micro-variações na frequência dos lasers transmissor e oscilador local provocam desvios aleatórios na fase do sinal, chamados ruído de fase. O ruído de fase é modelado por um processo de Wiener: um processo contínuo com média zero, cuja variância é incrementada linearmente com o tempo [21]. Assim, quando é conhecida a fase no tempo t_1 , a fase em t_2 é dada por:

$$\theta(t_2) = \theta(t_1) + \Delta(t), \quad (2.9)$$

em que $\Delta(t)$ é uma variável aleatória contínua de média zero e variância $2\pi\Delta\nu(t_2 - t_1)$. O modelamento em tempo discreto é apresentado em seguida, na Seção 2.5.

2.1 ARQUITETURA DE UM RECEPTOR ÓPTICO DP-QPSK

O diagrama na Figura 2.3 apresenta os principais blocos de um receptor coerente para sistemas DP-QPSK. Além dos principais blocos de processamento, o diagrama mostra as constelações resultantes nas diversas etapas de processamento. A cor roxa

é utilizada para apresentar pontos no plano complexo que correspondem a uma combinação dos dois sinais multiplexados em polarização. Já as cores azul e vermelha representam cada polarização depois da separação dos sinais.

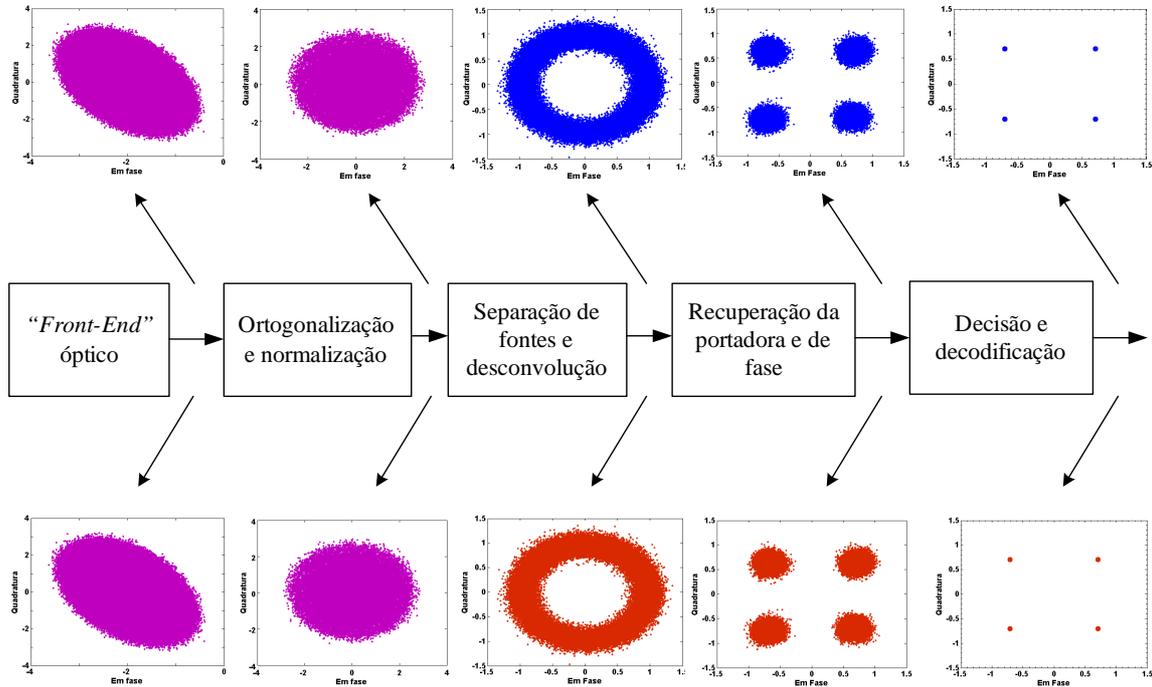


Figura 2.3: Subsistemas de um receptor coerente para sistemas DP-QPSK.

Inicialmente, o sinal é recebido pelo “front-end” óptico de diversidade de polarização, que realiza a conversão opto-elétrica e, no caso de detector homódino, transfere o sinal da banda passante para a banda base. Em seguida, o sinal elétrico é amostrado pelo conversor analógico-digital (AD), para o subsequente processamento eletrônico. No próximo bloco, o sinal é normalizado para obter a amplitude desejada e eliminar uma possível componente DC e então submetido ao processo de ortogonalização de Gram-Schmidt (*Gram-Schmidt orthogonalization procedure – GSOP*), que maximiza a independência entre as componentes em fase e de quadratura, compensando imperfeições do “front-end” óptico [13]. Um equalizador MIMO leva a cabo a desconvolução e a separação dos sinais multiplexados. Dependendo do sistema, o equalizador MIMO pode ser precedido por um equalizador estático, *i.e.*, de coeficientes fixos, para compensação de CD. A recuperação da portadora, ou a compensação do desvio de frequência visa compensar uma possível disparidade entre a frequência da portadora e do oscilador local. A recuperação de fase elimina desvios aleatórios na fase do sinal (ruído de fase), causados pelos lasers, por possuírem uma certa largura de banda não-nula. O último bloco executa a estimação do símbolo e a decodificação.

Em seguida, cada um dos subsistemas será discutido de forma individual.

2.2 “FRONT-END” ÓPTICO COM DIVERSIDADE DE POLARIZAÇÃO

A função do “front-end” óptico é mapear linearmente o campo óptico de entrada para o domínio eletrônico [13]. Em sistemas com multiplexação de polarização, esta função é realizada por um arranjo de dois receptores em quadratura. A arquitetura de um receptor em quadratura é apresentada na Figura 2.4.

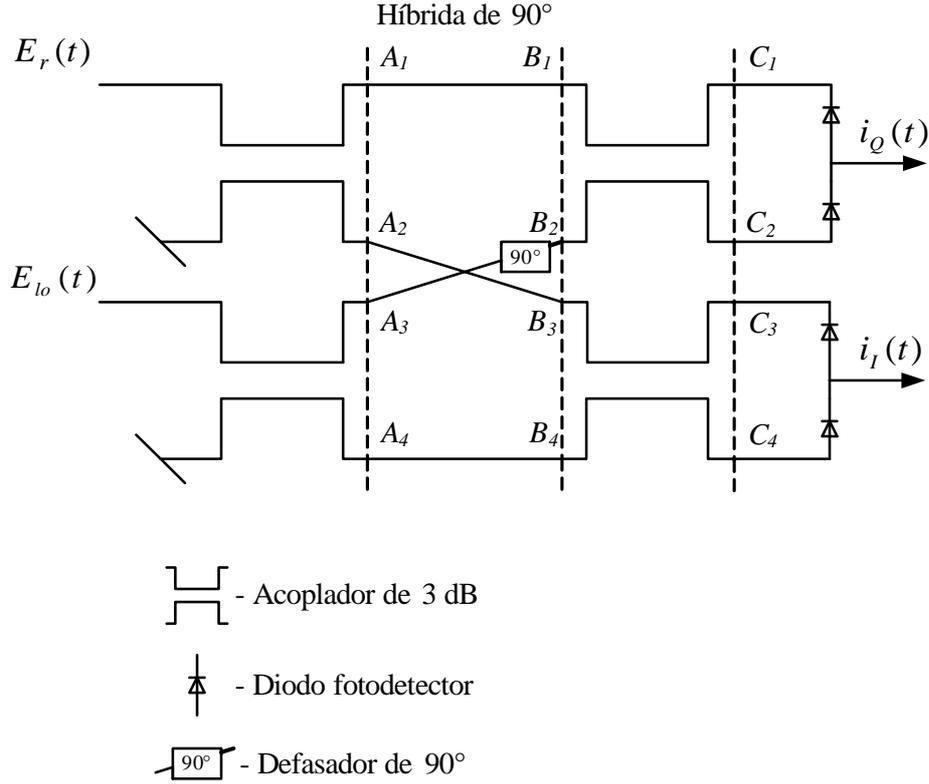


Figura 2.4: Receptor óptico coerente em quadratura.

$E_r(t)$ e $E_{lo}(t)$ denotam os campos do sinal recebido e do LO, respectivamente. A matriz de transferência dos acopladores de 3 dB é dada por [22]:

$$\mathbf{H}_{coupler} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Portanto, os campos dos nós A_1 , A_2 , A_3 e A_4 (veja Figura 2.4) são:

$$E_{A_1}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_r(t), \quad (2.11)$$

$$E_{A_2}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} E_r(t), \quad (2.12)$$

$$E_{A_3}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{lo}(t), \quad (2.13)$$

$$E_{A_4}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{lo}(t), \quad (2.14)$$

respectivamente. Assim, obtêm-se dois ramos correspondentes ao campo do sinal de entrada e dois ramos correspondentes ao campo do LO. O bloco chamado de híbrida de 90° mistura o campo do sinal com o campo do LO. Primeiramente, o campo do LO em um dos ramos é defasado de 90°, resultando em campos

$$E_{B_1}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_r(t), \quad (2.15)$$

$$E_{B_2}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{lo}(t)e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad (2.16)$$

$$E_{B_3}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_r(t), \quad (2.17)$$

$$E_{B_4}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{lo}(t). \quad (2.18)$$

Em seguida, estes campos são misturados por meio de um par adicional de acopladores de 3 dB, produzindo os campos

$$E_{C_1}(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} E_{C_2}(t) &= \frac{1}{2}E_r(t) - \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\frac{3\pi}{2}}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$E_{C_3}(t) = \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t), \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} E_{C_4}(t) &= \frac{1}{2}E_r(t) - \frac{1}{2}E_{lo}(t) \\ &= \frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\pi}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Dois pares de fotodetectores balanceados produzem as correntes de saída

$$\begin{aligned} i_Q(t) &= R|E_{C_1}|^2 - R|E_{C_2}|^2 \\ &= R\left|\frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\frac{\pi}{2}}\right|^2 - R\left|\frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\frac{3\pi}{2}}\right|^2 \end{aligned} \quad (2.23)$$

e

$$\begin{aligned} i_I(t) &= R|E_{C_3}|^2 - R|E_{C_4}|^2 \\ &= R\left|\frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)\right|^2 - R\left|\frac{1}{2}E_r(t) + \frac{1}{2}E_{lo}(t)e^{j\pi}\right|^2, \end{aligned} \quad (2.24)$$

em que R é a *responsividade* do fotodetector. Os campos elétricos do sinal de entrada e do oscilador local são dados por [22]:

$$E_r(t) = [A_s(t)e^{j\phi_s(t)} + \eta_s(t)]e^{j\omega_c t}, \quad (2.25)$$

e

$$E_{lo}(t) = [A_{lo} + \eta_{lo}(t)]e^{j\omega_{lo}t}. \quad (2.26)$$

Nas Equações (2.25) e (2.26) A_s e A_{lo} denotam as amplitudes do sinal óptico e do LO, sendo que o último não depende do tempo, ϕ_s é a fase do sinal óptico, e ω_c e ω_{lo} são as frequências angulares da portadora óptica e do oscilador local, respectivamente. Ademais, η_{lo} é o ruído do oscilador local e η_s é o ruído gaussiano complexo, que representa o ruído do sinal óptico. Utilizando a relação:

$$\begin{aligned} |z + k|^2 &= |z|^2 + |k|^2 + 2\Re\{zk^*\}, \\ z, k &\in \mathbb{Z}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

em que $\Re\{\cdot\}$ denota a parte real de $\{\cdot\}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} i_Q(t) &= R A_{lo} A_S(t) \sin(\omega_{IF} + \phi_S(t)) + R \Re\{[A_{lo} \eta_s(t) + A_s(t) \eta_{lo}(t) e^{j\phi_s(t)}] e^{j(\omega_{IF} + \frac{\pi}{2})}\}, \\ i_I(t) &= R A_{lo} A_S(t) \cos(\omega_{IF} + \phi_S(t)) + R \Re\{[A_{lo} \eta_s(t) + A_s(t) \eta_{lo}(t) e^{j\phi_s(t)}] e^{j\omega_{IF}}\}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

em que ω_{IF} representa a frequência intermediária, definida como a frequência resultante da diferença entre as frequências angulares da portadora e do oscilador local:

$$\omega_{IF} \triangleq \omega_c - \omega_{lo}. \quad (2.29)$$

Assumindo detecção homódina (quando o LO oscila na mesma frequência da portadora, ou seja, $\omega_{IF} = 0$), as correntes nas saídas dos pares de fotodetectores balanceados podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} i_Q(t) &= R A_{lo} A_S(t) \sin(\phi_S(t)) + R \Re\{[A_{lo} \eta_s(t) + A_s(t) \eta_{lo}(t) e^{j\phi_s(t)}] e^{j\frac{\pi}{2}}\}, \\ i_I(t) &= R A_{lo} A_S(t) \cos(\phi_S(t)) + R \Re\{[A_{lo} \eta_s(t) + A_s(t) \eta_{lo}(t) e^{j\phi_s(t)}]\}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Assumindo, ainda, que amplitude do LO é muito maior que a amplitude do sinal recebido, o termo

$$A_{lo} \eta_s(t) + A_s(t) \eta_{lo}(t) e^{j\phi_s(t)} \approx A_{lo} \eta_s(t). \quad (2.31)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} i_Q(t) &\approx R A_{lo} A_S(t) \sin(\phi_S(t)) + R \Re\{A_{lo} \eta_s(t) e^{j\frac{\pi}{2}}\}, \\ i_I(t) &\approx R A_{lo} A_S(t) \cos(\phi_S(t)) + R \Re\{A_{LO} \eta_s(t)\}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Desta forma, a fase ϕ_S é mapeada na intensidade das correntes i_I e i_Q , correspondentes aos componentes em fase (I) e quadratura (Q) do sinal.

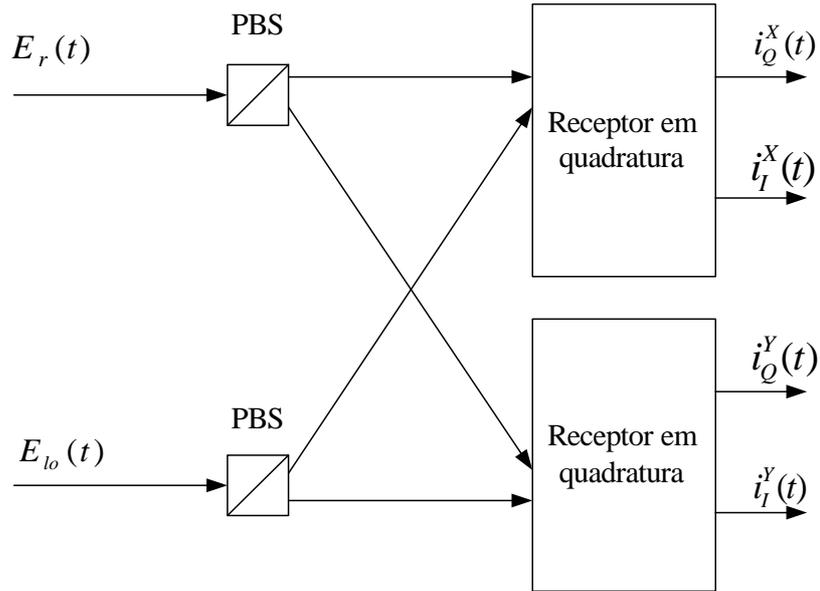


Figura 2.5: Receptor óptico com diversidade de polarização.

O receptor na Figura 2.4 é utilizado para apenas uma orientação de polarização. Em sistemas com multiplexação de polarização é usado um detector com diversidade de polarização, composto por um arranjo de dois receptores em quadratura, como mostra a Figura 2.5.

O divisor de feixe de polarização (*polarization beam splitter* - PBS) decompõe o sinal recebido em duas polarizações, segundo um eixo fixo que, em geral, não é o eixo de multiplexação original, pois a rotação na fibra, descrita pela Equação (2.1), é arbitrária. Desta forma, as correntes de saída $i_Q^X(t)$, $i_Q^Y(t)$, $i_I^X(t)$ e $i_I^Y(t)$ portam informação de ambos os sinais originais.

2.3 ORTOGONALIZAÇÃO E NORMALIZAÇÃO

Idealmente, os componentes I e Q na saída do receptor “front-end” óptico são ortogonais no sentido de não apresentar uma correlação entre si. No entanto, imperfeições no receptor podem causar desajustes de fase e amplitude, destruindo a ortogonalidade entre os sinais recebidos e degradando o desempenho do sistema [23]. Estas imperfeições são causadas, por exemplo, por uma relação de divisão imperfeita dos acopladores, imprecisão no defasador de 90° , e diferenças na responsividade dos diodos fotodetectores [23][13]. A Figura 2.6 ilustra a influência das imperfeições mencionadas na constelação resultante na saída do equalizador. Os dados utilizados nesta figura foram gerados

por meio de uma simulação computacional. Observa-se que a divisão imperfeita dos acopladores (Figura 2.6a) e a diferença na responsividade dos fotodetectores (Figura 2.6c) têm um impacto semelhante no sinal, que dificulta a tarefa de decisão, discutida na Seção 2.6, e aumenta a taxa de erro de bits. Já a imprecisão no defasador (Figura 2.6b) provoca uma elipticidade na constelação, indicando uma tendência de correlação entre os componentes em fase e quadratura, também aumentando a taxa de erro do sistema.

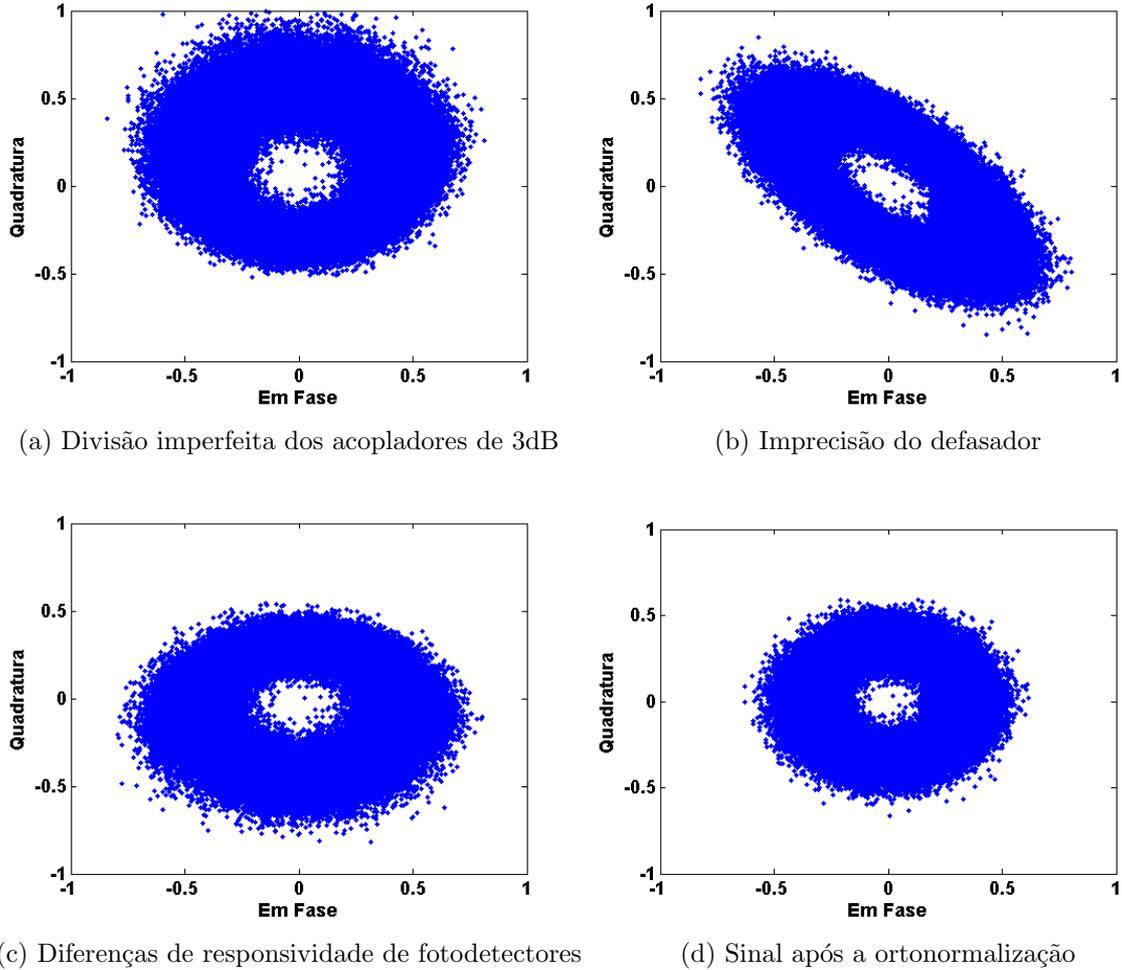


Figura 2.6: Influência das imperfeições do receptor na constelação.

Após a eliminação do possível nível DC acoplado feita pela simples subtração da média das amostras, que em processamento *online* pode ser estimada por meio de um filtro “média-móvel”, é aplicado o procedimento de ortogonalização de Gram-Schmidt (*Gram-Schmidt orthogonalization procedure* – GSOP) em cada polarização separadamente, que, dadas as duas componentes não ortogonais dos sinais recebidos, resulta em um par de sinais ortonormais [23]. Sendo $i_I(t)$ e $i_Q(t)$ componentes não-ortogonais recebidas, o procedimento se resume nos seguintes passos:

$$i_I^{orth}(t) = \frac{i_I(t)}{\sqrt{E\{i_I^2(t)\}}} \quad (2.33)$$

$$i_Q^{aux}(t) = i_Q(t) - \frac{E\{i_I(t) \cdot i_Q(t)\} i_I(t)}{E\{i_I^2(t)\}} \quad (2.34)$$

$$i_Q^{orth}(t) = \frac{i_Q^{aux}(t)}{\sqrt{E\{(i_Q^{aux}(t))^2\}}}, \quad (2.35)$$

em que $i_I^{orth}(t)$ e $i_Q^{orth}(t)$ são os sinais ortonormais resultantes. Os passos descritos pelas Equações (2.33) e (2.35) normalizam os vetores de amostras, e o passo da Equação (2.34) efetua a transformação do i_Q , ortogonalizando-o em relação a i_I .

2.4 DESCONVOLUÇÃO E SEPARAÇÃO DE FONTES

Os sinais gerados na saída do “front-end” óptico são combinações lineares dos dois sinais multiplexados em polarizações ortogonais. As tarefas de separar os sinais originais multiplexados em polarizações ortogonais, e de compensar os efeitos do canal óptico, são denominadas separação de fontes e desconvolução. As duas tarefas são realizadas pelo equalizador MIMO em estrutura “borboleta”, apresentado na Figura 2.7, composto por filtros digitais com resposta finita ao impulso (*finite impulse response* – FIR), associados a algum algoritmo adaptativo. Cada um dos grupos compostos por dois filtros com o mesmo primeiro subíndice é responsável pela recuperação de um dos sinais multiplexados em polarização.

Na Figura 2.7, x_1 and x_2 são as combinações lineares dos dois sinais multiplexados em polarização produzidos pelo “front-end” óptico, y_1 e y_2 são as saídas do equalizador, sendo k o índice amostral. Define-se a matriz do equalizador, $\mathbf{W}[k]$:

$$\mathbf{W}[k] = \begin{bmatrix} w_{11(1)}[k] & w_{21(1)}[k] \\ \vdots & \vdots \\ w_{11(N)}[k] & w_{21(N)}[k] \\ w_{12(1)}[k] & w_{22(1)}[k] \\ \vdots & \vdots \\ w_{12(N)}[k] & w_{22(N)}[k] \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

e os vetores de coeficientes dos filtros do equalizador de tamanho N são:

$$\mathbf{w}_{ij}[k] = \left[w_{ij(1)}[k] \ w_{ij(2)}[k] \ \dots \ w_{ij(N)}[k] \right]^T. \quad (2.37)$$

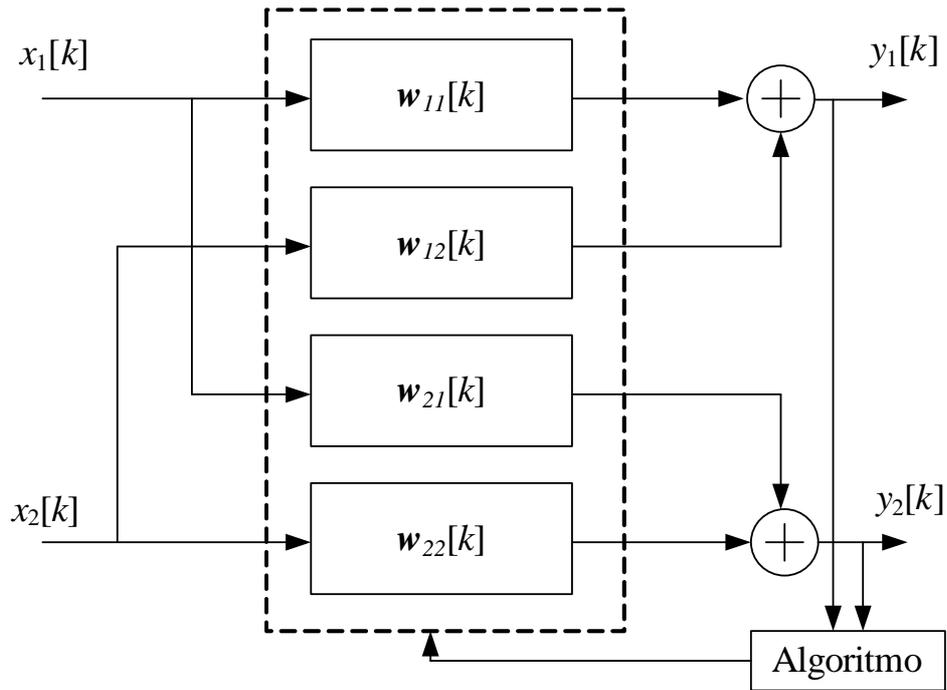


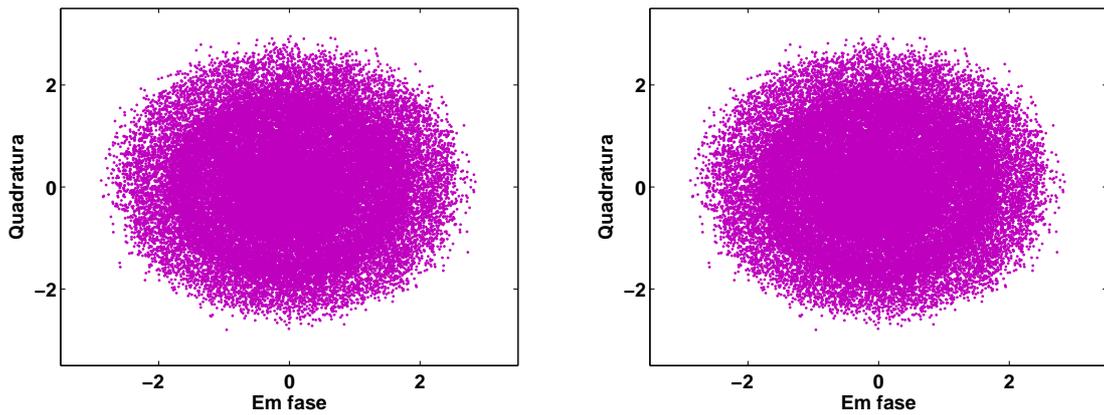
Figura 2.7: Equalizador digital com estrutura “borboleta”.

Em sistemas DP-QPSK o equalizador é atualizado pelo algoritmo do módulo constante. A Figura 2.8 mostra a constelação na entrada e na saída do equalizador MIMO. Aqui também, a cor roxa representa uma combinação de ambos os sinais multiplexados em polarização. Em linhas gerais, o algoritmo utiliza a propriedade do sinal QPSK ser de módulo constante como o critério para separar as polarizações e equalizar o canal, resultando em uma constelação aberta (Figuras 2.8c e 2.8d). A forma anular das constelações é resultante do desvio de frequência e ruído de fase do sinal, que são discutidos na Seção 2.5. Uma discussão aprofundada sobre o algoritmo do módulo constante é apresentada no Capítulo 3.

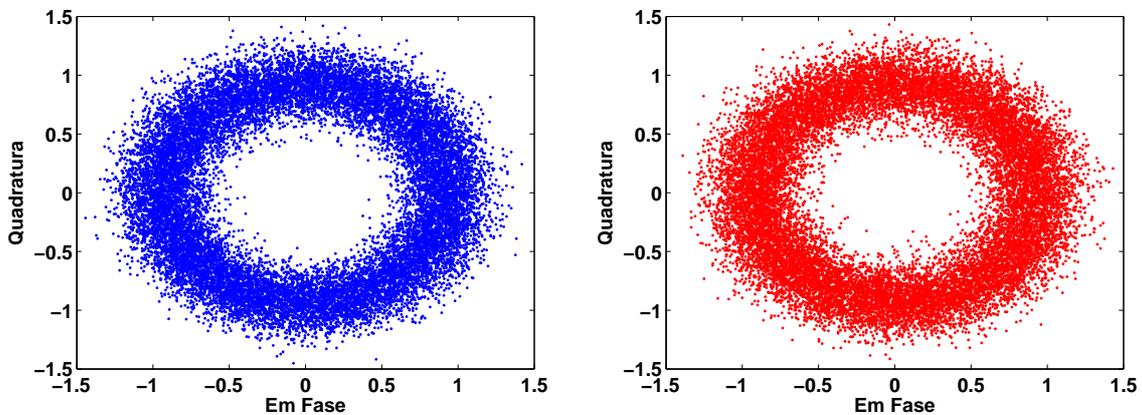
2.5 RECUPERAÇÃO DA PORTADORA E DE FASE

A recuperação da portadora e de fase consiste em duas tarefas:

- compensação do desvio de frequência, ou seja, *offset* entre as frequências da portadora e do oscilador local;
- compensação do ruído de fase, inserido pelos lasers do transmissor e do oscilador local.



(a) Constelação na entrada do equalizador – X-pol (b) Constelação na entrada do equalizador – Y-pol



(c) Constelação na saída do equalizador – X-pol (d) Constelação na saída do equalizador – Y-pol

Figura 2.8: Recuperação do sinal por filtro MIMO associado ao CMA.

A Figura 2.9 mostra a evolução da fase do sinal na saída do equalizador, após remover a dependência com a informação. Em ambas as Figuras, 2.9a e 2.9b, são apresentados os mesmos dados, apenas com uma resolução diferente. O formato retilíneo da evolução da fase observado na Figura 2.9a é uma consequência do desvio de frequência, que varia lentamente no tempo, gerando uma diferença de fase quase constante entre amostras adjacentes. Já a Figura 2.9b mostra o ruído de fase sobreposto, comumente modelado por um processo de Wiener [24]. É evidente que o desvio de frequência causa impacto maior no desempenho do sistema, entretanto, a sua compensação em sistemas DP-QPSK é simples. A seguir, são apresentadas as técnicas de compensação de ambos os efeitos.

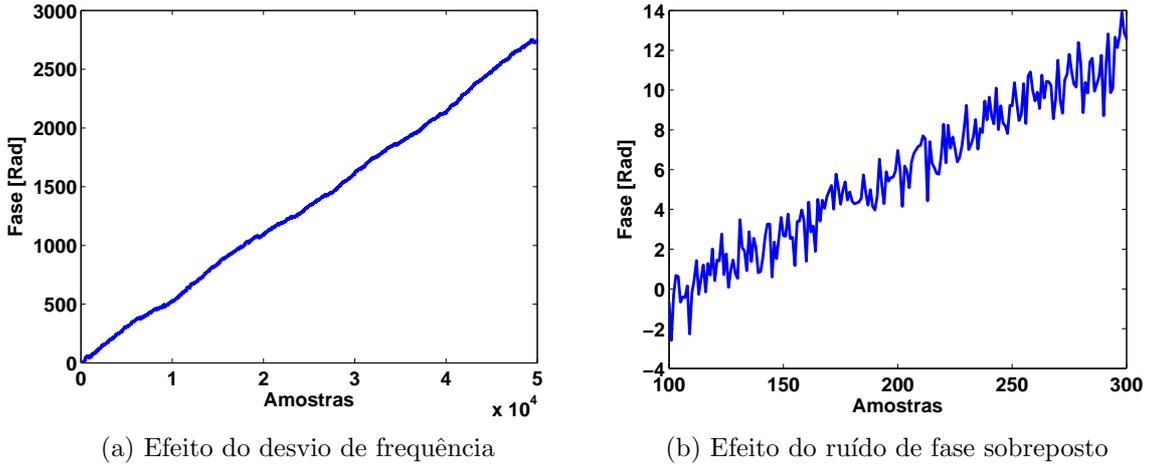


Figura 2.9: Evolução de fase do sinal na saída do equalizador.

2.5.1 Recuperação do Desvio de Frequência

Já que o desvio de frequência, Δf , permanece quase constante entre símbolos adjacentes, uma vez estimado, a sua compensação é facilmente implementada. Multiplicam-se os símbolos da saída do equalizador, $y[k]$ (de qualquer uma das polarizações), pelo desvio de fase acumulado, $PS[k]$, relacionado com Δf da seguinte forma [25]:

$$PS[k] = e^{-2\pi \Delta f T_s k} = PS[1]^k, \quad (2.38)$$

em que T_s é o tempo de símbolo.

O desvio de fase estimado, $\widehat{PS}[1]$, é dado por [25]:

$$\widehat{PS}[1] = \frac{1}{4} \arg \left[E \{ y^*[k]^4 y[k-1]^4 \} \right]. \quad (2.39)$$

A elevação de um sinal QPSK à quarta potência resulta em eliminação da informação do sinal, levando a fase de todos os símbolos para o mesmo referencial.

Para implementação prática, pode-se utilizar o algoritmo de diferenças de fase [13], aproximando a esperança pelo valor médio de N amostras, encontrando uma estimativa $\widehat{PS}[1]$:

$$\widehat{PS}[1] \approx \frac{1}{4} \arg \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y^*[k]^4 y[k-1]^4 \right]. \quad (2.40)$$

Um método alternativo, no domínio da frequência, estima Δf como sendo o valor máximo do módulo da transformada de Fourier calculada por FFT, da sequência da saída do equalizador, elevada à quarta potência [20]:

$$\widehat{\Delta f} \approx \frac{1}{4} \max_f [|FFT(y^4)|]. \quad (2.41)$$

2.5.2 Compensação do Ruído de Fase

Para compensar o ruído de fase utiliza-se o método de recuperação de portadora tipo *feedforward* (*feedforward carrier recovery* – FFCR) [25], que, na sua forma clássica, utiliza o algoritmo Viterbi e Viterbi, apresentado na Figura 2.10. O objetivo do algoritmo é estimar a fase $\theta[k]$ a partir do sinal $y[k]$ corrompido por ruído $\eta[k]$:

$$y[k] = s[k] \exp(j\theta[k]) + \eta[k], \quad (2.42)$$

sendo $s[k]$ o símbolo transmitido e $\eta[k]$ ruído de emissão espontâneo amplificada (*amplified spontaneous emission* – ASE) do sistema, modelado como ruído aditivo branco gaussiano.

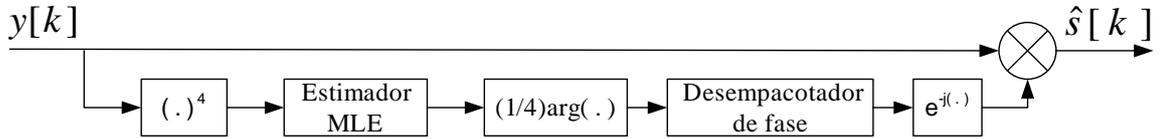


Figura 2.10: Algoritmo Viterbi e Viterbi FFCR.

O sinal $y[k]$ é elevado à quarta potência para remover a dependência da informação. Então, um estimador de máxima verossimilhança (*maximum likelihood* – ML) estima a fase $4\theta[k]$, dividida, em seguida, por 4. O desempacotador de fase (*phase unwrapper* – PU) faz com que a fase estimada varie no intervalo $(-\infty, +\infty)$, e não esteja limitada a $[-\pi/4, +\pi/4]$ [25]:

$$PU(\cdot) = (\cdot) + \left(\left\lfloor \frac{1}{2} + \frac{\hat{\theta}[k-1] - (\cdot)}{\pi/2} \right\rfloor \right) \frac{\pi}{2}. \quad (2.43)$$

Conforme mencionado, a tarefa de encontrar $\theta[k]$ se resume em estimar $\hat{\theta}[k]$, dadas observações $y[k-i], \dots, y[k+i]$ pelo método de máxima verossimilhança.

A fase $\theta[k]$ é comumente modelada pelo processo de Wiener em tempo discreto [25]:

$$\theta[k] = \theta[k-1] + \Delta[k]; \quad (2.44)$$

$$\theta[k-i] = \theta[k] + \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m; \quad (2.45)$$

$$\theta[k+i] = \theta[k] + \sum_{m=0}^{i-1} \mu_m, \quad (2.46)$$

em que $\Delta[k]$, λ_m e μ_m são variáveis aleatórias gaussianas de média zero e variância $\sigma_{\Delta}^2 = \sigma_{\lambda}^2 = \sigma_{\mu}^2 = 2\pi \Delta\nu T_s$. A largura de banda $\Delta\nu$ é a soma da largura de linha de

3 dB dos lasers da portadora e do LO. Então:

$$y^4[k-i] = \left\{ s[k-i] \exp \left[j \left(\theta[k] + \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m \right) \right] + \eta[k-i] \right\}^4. \quad (2.47)$$

Desprezando os termos de ruído com expoente superior a dois

$$y^4[k-i] \approx s^4[k-i] \exp \left[j 4 \left(\theta[k] + \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m \right) \right] + z[k-i], \quad (2.48)$$

em que $z[k-i]$ é uma variável aleatória gaussiana de média zero e variância $\sigma_z^2 = 16 E_s^3 \sigma_\eta^2$. A expressão reescreve-se em termos da energia de símbolo $E_s = |s[k]|^2$:

$$y^4[k-i] \approx E_s^2 \exp(j 4 \theta[k]) \exp \left(j 4 \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m \right) + z[k-i]. \quad (2.49)$$

Supondo que o termo $4 \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m$ é suficientemente pequeno,

$$y^4[k-i] \approx E_s^2 \exp(j 4 \theta[k]) \left(1 + j 4 \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m \right) + z[k-i]. \quad (2.50)$$

O passo da Equação (2.50) corresponde à aproximação de $\exp(j 4 \sum_{m=0}^{i-1} \lambda_m)$ pelos primeiros dois termos da série de Taylor, válida para baixo ruído de fase [25].

Para os símbolos futuros, de modo análogo [25]:

$$y^4[k+i] \approx E_s^2 \exp(j 4 \theta[k]) \left(1 + j 4 \sum_{m=0}^{i-1} \mu_m \right) + z[k-i]. \quad (2.51)$$

Para um dado $\theta[k]$, a função densidade de probabilidade condicional do vetor \mathbf{r} de amostras passadas e futuras elevadas à quarta potência:

$$\mathbf{r} = [y^4[k-N] \ \dots \ y^4[k-1] \ y^4[k] \ y^4[k+1] \ \dots \ y^4[k+N]], \quad (2.52)$$

de tamanho $2N+1$, é dada pela função de distribuição gaussiana multivariável [25]:

$$f_{\mathbf{r}|\theta[k]}(\mathbf{r}|\theta[k]) = \frac{1}{(2\pi)^{(2N+1)/2} |\mathbf{C}|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_r)^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_r) \right], \quad (2.53)$$

em que

$$\mathbf{m}_r = E\{\mathbf{r}\} = E_s^2 e^{j 4 \theta[k]} \mathbf{1}. \quad (2.54)$$

Na equação acima, $\mathbf{1} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{(2N+1)}^T$, e \mathbf{C} é a matriz covariância [25]:

$$\mathbf{C} = 16 E_s^4 \mathbf{K} \sigma_\Delta^2 + 16 E_s^3 \mathbf{K}_n, \quad (2.55)$$

com $\mathbf{K}_n = \sigma_w^2 \mathbf{I}_{(2N+1) \times (2N+1)}$, e \mathbf{K} dado por [25]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} N & \cdots & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & \cdots & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & N \end{bmatrix}. \quad (2.56)$$

A função de máxima verossimilhança logarítmica é dada por:

$$\tilde{\theta}[k]_{ML} = \arg \max_{\theta[k]} \ln (f_{\mathbf{r}|\theta[k]}(\mathbf{r} | \theta[k])). \quad (2.57)$$

Substituindo a expressão para $f_{\mathbf{r}|\theta[k]}(\mathbf{r} | \theta[k])$:

$$\tilde{\theta}[k]_{ML} = \arg \max_{\theta[k]} \ln \left(\frac{1}{(2\pi)^{(2N+1)/2} |\mathbf{C}|^{1/2}} \right) - \frac{1}{2} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}}). \quad (2.58)$$

Já que o primeiro termo não depende de θ e o segundo termo é negativo, obtém-se:

$$\tilde{\theta}[k]_{ML} = \arg \min_{\theta[k]} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}}). \quad (2.59)$$

Para obter o argumento que minimiza a expressão da Equação 2.59, calcula-se a sua derivada em relação a $\theta[k]$, igualando-a a “zero”:

$$\frac{d}{d\theta[k]} \left[(\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\mathbf{r}}) \right] = 0. \quad (2.60)$$

Reescrevendo $\mathbf{m}_{\mathbf{r}}$ usando a definição da Equação 2.54, obtém-se:

$$\frac{d}{d\theta[k]} \left[(\mathbf{r} - E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1}) \right] = 0. \quad (2.61)$$

Aplicando a derivada,

$$\begin{aligned} & (-E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1})^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{r} - E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1}) + \\ & + (\mathbf{r} - E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1})^H \mathbf{C}^{-1} (-E_s^2 e^{j4\theta[k]} \mathbf{1}) = 0, \end{aligned} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} & E_s^2 j4 e^{-j4\theta[k]} \mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r} - E_s^4 j4 \cdot \mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1} - \\ & - E_s^2 j4 e^{j4\theta[k]} \mathbf{r} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1} + E_s^4 j4 \cdot \mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1} = 0. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Simplificando:

$$e^{-j4\theta[k]} (\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r}) = e^{j4\theta[k]} (\mathbf{r}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1}). \quad (2.64)$$

Seguem-se, então, os seguintes passos:

$$e^{j4\theta[k]} = \frac{e^{-j4\theta[k]} (\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r})}{\mathbf{r}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1}}; \quad (2.65)$$

$$e^{j8\theta[k]} = \frac{\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r}}{\mathbf{r}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1}}. \quad (2.66)$$

Multiplicam-se o numerador e o denominador do termo à direita da igualdade na Equação 2.66 por $\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r}$:

$$e^{j8\theta[k]} = \frac{(\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{r})^2}{\|\mathbf{r}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{1}\|^2}, \quad (2.67)$$

$$4\theta[k] = \arg(\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.68)$$

Finalmente:

$$\theta[k] = \frac{1}{4} \arg(\mathbf{1}^H \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{r}). \quad (2.69)$$

Na arquitetura FFCR, a estimativa desejada, $\hat{\theta}[k]$, resulta em:

$$\hat{\theta}[k] = PU \left\{ \frac{1}{4} \arg(\mathbf{1}^T \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{r}) \right\}. \quad (2.70)$$

2.6 DECISÃO E DECODIFICAÇÃO

Seja $S = \{s_i = \sqrt{E_s} \exp\{j\frac{(2i-1)\pi}{4}\}, (i = 1 \dots 4)\}$ o conjunto de símbolos QPSK transmitidos, e $y^r[k]$ sinal de saída do bloco de recuperação de fase, corrompido por AWGN. A tarefa de decisão consiste em realizar mapeamento de $y^r[k]$ a uma estimativa $\hat{s}[k] \in S$ do símbolo transmitido, $s_i[k]$, de forma que minimize a probabilidade de erro [1].

A regra de decisão ótima é formulada como [1]:

$$\hat{s}[k] = s_i[k], \quad (2.71)$$

se

$$P_{s|y^r}(s_i[k] | y^r[k]) \geq P_{s|y^r}(s_j[k] | y^r[k]), \quad (2.72)$$

Para qualquer $i \neq j$. Ou, em termos de ML:

$$\hat{s}_i[k]_{ML} = \arg \max_{s_i} \ln \{P_{s|y^r}(s_i[k] | y^r[k])\}. \quad (2.73)$$

Aplicando a Regra de Bayes:

$$P_{s|y^r}(s_i[k] | y^r[k]) = \frac{P_s(s_i[k]) P_{y^r|s}(y^r[k] | s_i[k])}{P_{y^r}(y^r[k])}. \quad (2.74)$$

Como s_i são equiprováveis, e $P_{y^r}(y^r[k])$ não depende de s_i , $\hat{s}_i[k]_{ML}$ se resume em:

$$\hat{s}_i[k]_{ML} = \arg \max_{s_i} \ln \{P_{y^r|s}(y^r[k] | s_i[k])\}. \quad (2.75)$$

Visto que $P_{y^r|s}(y^r[k] | s_i[k])$ é uma variável aleatória com distribuição gaussiana de média $s_i[k]$ e variância dada pela potência do ruído, N_0 , ela é substituída na Equação 2.75 pela sua função densidade de probabilidade:

$$\hat{s}_i[k]_{ML} = \arg \max_{s_i} \ln \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left[-\frac{1}{N_0} (y^r - s_i)^2 \right] \right\}. \quad (2.76)$$

Aplicando o logaritmo:

$$\hat{s}_i[k]_{ML} = \arg \min_{s_i} (y^r - s_i)^2. \quad (2.77)$$

Aplicando o resultado de [1] que afirma que $(y^r - s_i)^2 = \|y^r - s_i\|^2$, obtém-se:

$$\hat{s}_i[k]_{ML} = \arg \min_{s_i} \|y^r - s_i\|^2; \quad (2.78)$$

$$= \arg \min_{s_i} \|y^r - s_i\|. \quad (2.79)$$

A Equação 2.79 implica que as regiões de decisão de menor erro são dadas pela menor distância euclidiana dos pontos da constelação $\{s_1, \dots, s_4\}$, correspondentes aos quadrantes I ... IV do plano definido pelas componentes em fase e em quadratura, respectivamente, como mostra a Figura 2.11.

A codificação e a decodificação do sinal QPSK são feitas pelo código Gray, descrito na Tabela 2.1. O raciocínio que guia este tipo de codificação é reduzir a probabilidade de erro, aumentando a distância euclidiana entre símbolos que se diferenciam por 2 bits (Figura 2.11). Desta forma, a probabilidade de erro de um bit é menor que a probabilidade de erro de dois bits.

Como será visto na Seção 3.3, um sinal complexo recuperado pelos algoritmos não-supervisionados baseados nas propriedades estatísticas de ordem superior é sujeito a

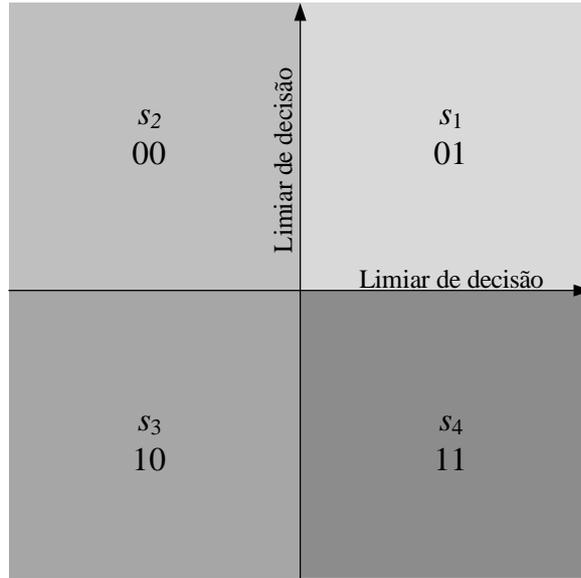


Figura 2.11: Regiões de decisão para sinais QPSK e código Gray correspondente (modificado de [1]).

Tabela 2.1: Codificação do Sinal QPSK Segundo o Código Gray

Fase do sinal	Codificação Gray
$\pi/4$	10
$3\pi/4$	00
$5\pi/4$	01
$7\pi/4$	11

uma rotação de fase arbitrária. Assim, por um lado, o algoritmo CMA é dito imune ao ruído de fase e desvio de frequência no sentido de que eles não afetam o seu desempenho, porém, por outro lado ele não consegue recuperar a verdadeira fase do sinal, apenas a fase relativa a um referencial qualquer. O problema de ambiguidade de fase do sinal em sistemas DP-QPSK é resolvido por meio de codificação - decodificação diferencial, em que os bits de informação não estão mais codificados na fase do símbolo, senão na diferença de fase entre dois símbolos adjacentes. Este esquema de modulação requer um codificador no transmissor, e um decodificador com memória no receptor.

Desta forma, após a decisão, o n -ésimo símbolo QPSK diferencial é calculado como:

$$s_i^d[n] = \exp \left\{ j \frac{\pi}{4} + \arg (s_i[n]) - \arg (s_i[n-1]) \right\}, \quad (2.80)$$

sendo $s_i[n]$ - o n -ésimo símbolo recuperado na decisão. Os bits de informação são obtidos, então, a partir dos símbolos diferenciais pelo código Gray.

3 EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA

Este capítulo investiga os aspectos que constituem a base teórica do bloco de separação de fontes e desconvolução, descrito na Seção 2.4. Inicialmente (Seção 3.2), são apresentados dois critérios de equalização, a equalização ideal (Zero-forcing) e a equalização ótima no sentido de erro quadrático médio mínimo (critério de Wiener), utilizados na discussão posterior. Em seguida, são apresentados os conceitos da equalização adaptativa, empregada nas aplicações que envolvem mudanças temporais do canal de comunicação, e da filtragem estocástica. A Seção 3.3 discute os teoremas fundamentais da equalização não supervisionada, o Teorema de Benveniste, Goursat e Ruget e o Teorema de Shalvi e Weinstein. Ademais, são apresentadas as técnicas de *Bussgang* de equalização, que englobam, também, o algoritmo do módulo constante. A seção discute, também, a teoria dos equalizadores fracionalmente espaçados e explica os motivos para o seu uso em sistemas DP-QPSK. A seção subsequente (Seção 3.3.4) apresenta o algoritmo do módulo constante, discute as suas propriedades de convergência e a sua extensão para o caso de múltiplos usuários. Finalmente, a Seção 3.4 define o problema de singularidade e apresenta as três técnicas para evitá-la, investigadas experimentalmente neste trabalho.

3.1 MODELO DISCRETO DE SISTEMA DE COMUNICAÇÃO

A Figura 3.1 mostra o modelo de um sistema de comunicação discreto, em que $s[k]$ representa amostras do sinal transmitido discretizado no tempo, $r[k]$ o sinal recebido, discretizado no tempo, $\eta[k]$ amostras do ruído aditivo branco gaussiano (*additive white Gaussian noise* – AWGN), $y[k]$ o sinal discreto no tempo na saída do equalizador, $h[k]$ resposta ao impulso do canal e $w[k]$ resposta ao impulso do equalizador. Por agora, no intuito de simplificar a discussão, é admitida a taxa de amostragem de uma amostra por símbolo.

Desta forma, o sinal $x[k]$ na saída do canal é escrito como:

$$x[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} (h[i] s[k - i]) + \eta[k] = h[k] * s[k] + \eta[k], \quad (3.1)$$

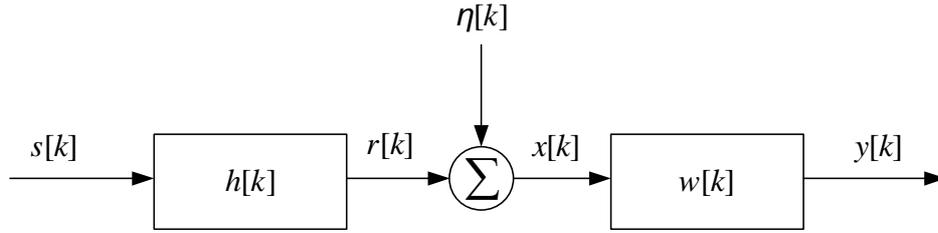


Figura 3.1: Modelo de um sistema de comunicação.

em que $(*)$ representa o operador de convolução.

Para um certo atraso d do canal, a Equação (3.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x[k] = h[d]s[k-d] + \sum_{i=-\infty, i \neq d}^{\infty} (h[i]s[k-i]) + \eta[k]. \quad (3.2)$$

O termo $\sum_{i=-\infty, i \neq d}^{\infty} (h[i]s[k-i])$ representa o resíduo correspondente à interferência intersimbólica (*intersymbol interference* – ISI) [26]. Portanto, é necessário mitigar as degradações do canal, *i.e.*, a ISI e o ruído aditivo. Em aplicações práticas, esta tarefa é realizada pelo equalizador, que produz a saída

$$y[k] = \sum_{i=0}^{N-1} (w^*[i]x[k-i]) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k], \quad (3.3)$$

em que N é o tamanho do equalizador, \mathbf{w} o vetor de coeficientes do filtro $[w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N]$, $\mathbf{x}[k] = [x[k] \ x[k-1] \ \dots \ x[k-N+1]]$, e o operador $(\cdot)^H$ significa o transposto conjugado.

Aqui é adotada a seguinte nomenclatura: no caso de sinal de entrada e sinal de saída únicos (*Single Input - Single Output* – SISO) o equalizador é formado por apenas um filtro. Por consequência, neste caso, as palavras “filtro” e “equalizador” são usadas de forma intercambiável. Nas estruturas mais complexas, por exemplo estrutura “borboleta”, que corresponde a um equalizador de duas entradas e duas saídas, denomina-se equalizador a estrutura completa, e cada um dos componentes transversais de filtros.

3.2 PRINCÍPIOS DE FILTRAGEM ADAPTATIVA

A seguir, são apresentados critérios de equalização necessários para a consequente discussão de filtragem adaptativa e filtragem adaptativa não-supervisionada.

3.2.1 Equalização *Zero-Forcing*

Admitindo, para fins didáticos, ausência de ruído, é possível descrever a saída do sistema em termos da resposta combinada canal-equalizador $c[k] = h[k] * w[k]$:

$$y[k] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c[i] s[k-i] = c[k] * s[k] . \quad (3.4)$$

Pode-se, então, definir o critério da equalização ideal:

$$y[k] = \alpha s[k-d] , \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad (3.5)$$

em que α é um coeficiente de atenuação ou amplificação. Ou seja, o sinal na saída é proporcional em magnitude ao sinal de entrada sujeito a algum atraso. A comparação das Equações (3.4) e (3.5) implica:

$$c[k] = \alpha \delta[k-d] . \quad (3.6)$$

Neste caso, o equalizador “força” para zero todos os coeficientes de $c[k]$, correspondentes a instantes de tempo diferentes do atraso d , dando origem ao nome “*zero forcing*”.

A equalização ZF serve como um critério de equalização ideal. Ela é raramente implementada em filtros de sistemas reais, pois possui duas desvantagens:

- desconsidera a presença de ruído e, conseqüentemente, amplifica os seus componentes que aparecem na vizinhança do zero espectral da resposta em frequência do canal [27];
- requer utilização de um filtro de tamanho infinito para mitigação completa de ISI, pois visa inverter um canal, que, na maioria das aplicações, é modelado por um filtro FIR.

3.2.2 Equalização Ótima – Filtro de Wiener

Um equalizador é denominado ótimo no sentido de erro quadrático médio mínimo, quando minimiza a expressão $E\{|s[k-d] - y[k]|^2\} = E\{|e[k]|^2\}$. Este critério é conhecido como o critério de Wiener [26]. O erro quadrático médio define a função de custo J_{Wiener} [27]:

$$J_{Wiener} = E\{|e[k]|^2\}. \quad (3.7)$$

Substituindo a expressão para o erro:

$$J_{Wiener} = E \{ (s[k-d] - \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k]) (s[k-d] - \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k])^* \} \quad (3.8)$$

Realizando a multiplicação dos termos e simplificando obtém-se:

$$J_{Wiener} = E \{ s[k-d] s^*[k-d] - s[k-d] \mathbf{w}^T \mathbf{x}^*[k] - \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k] s^*[k-d] + \mathbf{w} \mathbf{x}[k] \mathbf{w}^T \mathbf{x}^*[k] \}; \quad (3.9)$$

$$= E \{ |s[k-d]|^2 - s[k-d] \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k] - \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k] s^*[k-d] + \mathbf{w}^H \mathbf{x}[k] \mathbf{x}[k] \mathbf{w}^H \}. \quad (3.10)$$

Ou, de outra forma:

$$J_{Wiener} = \sigma_s^2 - \mathbf{p}_d^H \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{p}_d + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}. \quad (3.11)$$

Na Equação 3.11 σ_s^2 é a variância do sinal transmitido, $\mathbf{R}_x = E \{ \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^H[k] \}$ é a matriz de autocorrelação das amostras da entrada do equalizador, e $\mathbf{p}_d = E \{ \mathbf{x}[k] s^*[k-d] \}$ vetor de correlação cruzada entre o sinal transmitido e o sinal de entrada do equalizador. Um desenvolvimento adicional da Equação (3.11) produz [27]:

$$J_{Wiener} = \sigma_s^2 - \mathbf{p}_d^H \mathbf{w} - \mathbf{w}^H \mathbf{p}_d + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w}, \quad (3.12)$$

$$= \sigma_s^2 - \mathbf{p}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_d + (\mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p}_d)^H \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p}_d). \quad (3.13)$$

As seguintes observações decorrem da inspeção da Equação (3.13):

1. Apenas o último termo depende do vetor de coeficientes do filtro \mathbf{w} .
2. O termo $(\mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p}_d)^H \mathbf{R}_x^{-1} (\mathbf{R}_x \mathbf{w} - \mathbf{p}_d)$ é não negativo, já que a matriz \mathbf{R}_x^{-1} é positiva semi-definida (PSD), *i.e.*, $\mathbf{a}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a} \geq 0 \quad \forall \mathbf{a} \neq 0$.

A última afirmação deriva-se das seguintes propriedades [27]:

- propriedade da matriz de correlação ser não negativa definida.
- propriedade da matriz inversa de uma matriz PSD também ser PSD.

Essas observações levam à conclusão que a expressão na Equação (3.13) é minimizada quando o termo $\mathbf{w} - \mathbf{p}_d$ é nulo. Isto ocorre na condição:

$$\mathbf{R}_x \mathbf{w} = \mathbf{p}_d \quad (3.14)$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_d, \quad (3.15)$$

em que o subscrito “opt” denota o vetor de coeficientes ótimo.

A Equação (3.15) é denominada de solução de Wiener [26]. A combinação das Equações (3.11) e (3.14) permite calcular o erro médio quadrático mínimo (*minimum mean square error* – MMSE):

$$\text{MMSE} = \sigma_s^2 - \mathbf{p}_d^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{p}_d. \quad (3.16)$$

A Equação (3.16) mostra que um aumento da correlação entre o sinal transmitido e o sinal de entrada do equalizador, mensurada por \mathbf{p}_d , reduz o erro quadrático mínimo. É importante notar que existem diferentes soluções de Wiener, não equivalentes a princípio, para diferentes valores de atraso d .

3.2.3 Equalização Adaptativa, Algoritmo de Gradiente Descendente

Na maioria das aplicações, o canal está sujeito a mudanças temporais. Nestas condições é interessante trabalhar com algoritmos adaptativos, *i.e.*, algoritmos que estimam os coeficientes do filtro de maneira iterativa. Figura 3.2 apresenta um modelo esquemático de um equalizador linear transversal adaptativo.

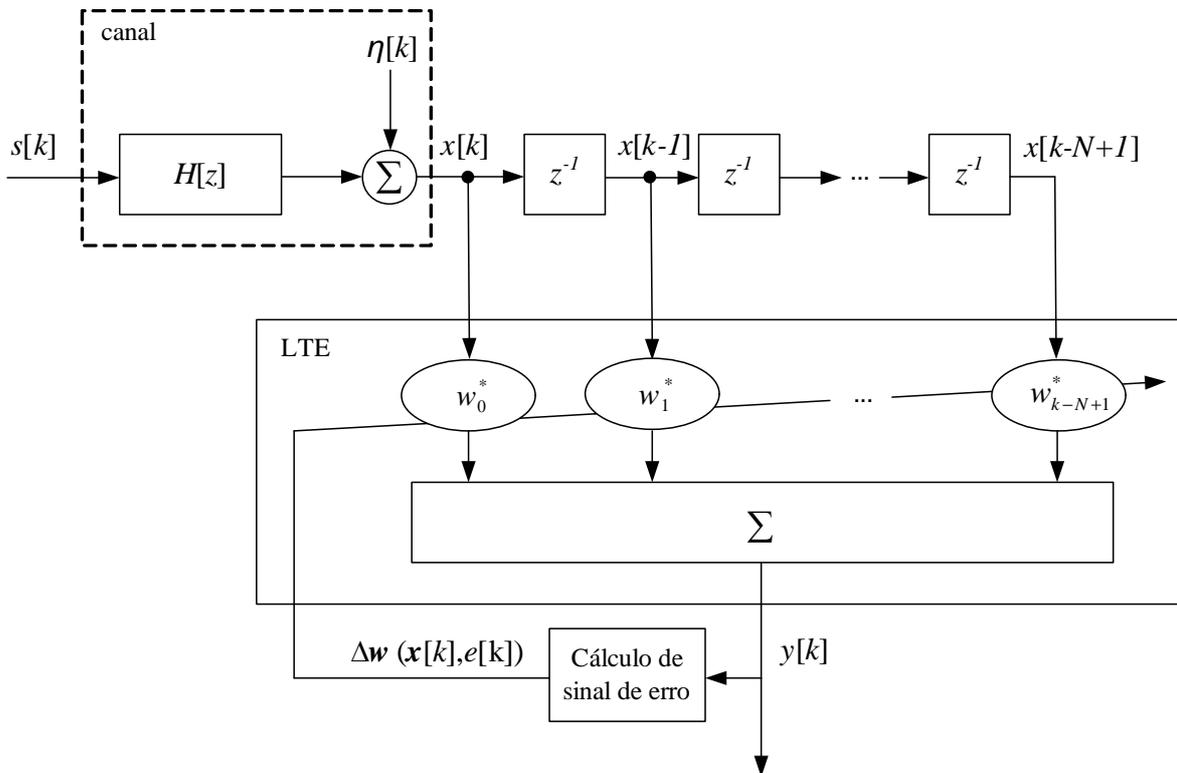


Figura 3.2: Modelo de equalizador linear transversal adaptativo (modificado de [2]).

Um equalizador é dito linear quando a saída é obtida por meio de combinação linear de entradas, e o termo transversal se refere à estrutura do filtro.

Em cada iteração o equalizador efetua as seguintes operações [27]:

- filtragem

$$y[k] = \mathbf{w}^H[k-1] \mathbf{x}[k]; \quad (3.17)$$

- cálculo de erro

$$e[k] = s[k-d] - y[k]; \quad (3.18)$$

- ajuste adaptativo

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + \Delta \mathbf{w}(\mathbf{x}[k], e[k]), \quad (3.19)$$

em que o termo corretivo $\Delta \mathbf{w}[k]$ é determinado para estimar \mathbf{w}_{opt} . Deve-se observar que a saída, $y[k]$, é estimada por meio de coeficientes passados do filtro, $\mathbf{w}[k-1]$. A saída, $y[k]$, e o erro correspondente, $e[k]$, neste caso, são considerados *preditos*. Algoritmos deste tipo são chamados adaptativos *a priori* [27].

O algoritmo de gradiente descendente baseia-se, como o filtro de Wiener, no critério de erro quadrático médio mínimo. Por consequência, ele possui a mesma função de custo, com apenas um ponto estacionário, o mínimo global que define a solução de Wiener. Para encontrar este mínimo, o algoritmo avança pela superfície da função de custo em passos na direção do gradiente negativo a partir do ponto atual, definido pelo vetor coeficientes $\mathbf{w}[k]$. O gradiente é encontrado pela derivação da função de custo, dada pela Equação (3.11), em relação ao vetor de coeficientes do filtro, \mathbf{w} , que, visando a simplicidade, é assumido real no desenvolvimento a seguir:

$$\nabla J_{Wiener} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \{ \sigma_s^2 - \mathbf{p}_d^T \mathbf{w} - \mathbf{w}^T \mathbf{p}_d + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_x \mathbf{w} \}, \quad (3.20)$$

$$= -2\mathbf{p}_d + 2\mathbf{R}_x, \quad (3.21)$$

já que \mathbf{R}_x é simétrica.

A Equação 3.19 resulta em:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + \mu (-\nabla J_{Wiener}[k-1]). \quad (3.22)$$

Usando a relação da Equação (3.21):

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbf{p}_d - \mathbf{R}_x \mathbf{w}[k-1]). \quad (3.23)$$

Reescrevendo os termos \mathbf{p}_d e \mathbf{R}_x de maneira explícita, com um desenvolvimento adicional obtém-se:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbb{E}\{s[k-d]x[k]\} - \mathbb{E}\{x[k]x^T[k]\} \mathbf{w}[k-1]), \quad (3.24)$$

$$= \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbb{E}\{s[k-d]x[k]\} - \mathbb{E}\{x[k]y^T[k]\}), \quad (3.25)$$

$$= \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbb{E}\{x[k](s[k-d] - y^T[k])\}). \quad (3.26)$$

Notando que o termo $(s[k-d] - y^T[k])$ é, por definição, o erro do equalizador:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbf{E}\{x[k]e[k]\}). \quad (3.27)$$

O parâmetro positivo μ , denominado passo de adaptação, ou de taxa de aprendizagem, controla a velocidade de convergência do algoritmo. A escolha adequada dele influencia na estabilidade do equalizador. Em geral, o algoritmo é dito estável, se convergir para o mínimo independentemente da estimação inicial [27]. A seguir obtém-se o limite superior de estabilidade para o parâmetro μ [27]:

Seja $\tilde{\mathbf{w}}[k]$ vetor de coeficientes de erro, definido como

$$\tilde{\mathbf{w}}[k] \triangleq \mathbf{w}[k] - \mathbf{w}_{opt}. \quad (3.28)$$

Reescrevendo a Equação (3.23) resulta em:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + 2\mu (\mathbf{p}_d - \mathbf{R}_x \mathbf{w}[k-1]), \quad (3.29)$$

$$= (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{R}_x) \mathbf{w}[k-1] + 2\mu \mathbf{p}_d. \quad (3.30)$$

Assim,

$$\tilde{\mathbf{w}}[k] = \mathbf{w}[k] - \mathbf{w}_o = (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{R}_x) \mathbf{w}[k-1] + 2\mu \mathbf{p}_d - \mathbf{w}_{opt}, \quad (3.31)$$

$$= (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{R}_x) (\tilde{\mathbf{w}}[k-1] + \mathbf{w}_{opt}) + 2\mu \mathbf{p}_d - \mathbf{w}_{opt}, \quad (3.32)$$

ou, ainda:

$$\tilde{\mathbf{w}}[k] = (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{R}_x) \tilde{\mathbf{w}}[k-1] + \mathbf{w}_{opt} - 2\mu \mathbf{R}_x \mathbf{w}_{opt} + 2\mu \mathbf{p}_d - \mathbf{w}_{opt}. \quad (3.33)$$

Empregando a Equação (3.15),

$$\tilde{\mathbf{w}}[k] = (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{R}_x) \tilde{\mathbf{w}}[k-1]. \quad (3.34)$$

Usando a decomposição em componentes principais: $\mathbf{R}_x = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}^H$, com $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_N]$ sendo matriz composta de autovetores de \mathbf{R}_x , e $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1 \dots \lambda_N)$ a matriz, cuja diagonal principal é composta por autovalores correspondentes, utilizando, também, a propriedade $\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^{-1}$, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{w}}[k] = (\mathbf{I} - 2\mu \mathbf{\Lambda}) \hat{\mathbf{w}}[k-1], \quad (3.35)$$

ou

$$\hat{w}_i[k] = (1 - 2\mu \lambda_i) \hat{w}_i[k-1], \quad (3.36)$$

$$= (1 - 2\mu \lambda_i)^k \hat{w}_i[0], \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.37)$$

em que $\hat{\mathbf{w}}[k] = \mathbf{Q}^H \tilde{\mathbf{w}}[k]$ é o vetor de coeficientes de erro transformado.

A Equação (3.37) descreve uma relação de recorrência, reescrita a partir do vetor de coeficientes iniciais do equalizador, $\mathbf{w}[0]$. Para que o i -ésimo coeficiente de erro, $\hat{w}_i[k]$, convirja para zero, é necessário:

$$|1 - 2\mu\lambda_i| < 1, \quad (3.38)$$

ou, de forma equivalente,

$$\mu < \frac{1}{\lambda_i}. \quad (3.39)$$

Portanto, μ é limitado pelo autovalor máximo de \mathbf{R}_x :

$$\mu < \frac{1}{\lambda_{max}}. \quad (3.40)$$

A condição da Equação(3.40) é suficiente para garantir a convergência do algoritmo [27] [28].

Outra característica do equalizador que depende do parâmetro μ é a precisão em regime permanente. Para equalizadores com μ constante, o algoritmo converge próximo ao ponto mínimo da superfície de custo, porém, nunca acomodando-se nele. A diferença entre o mínimo em regime permanente e o mínimo global é denominada de erro quadrático médio excessivo (*excess mean square error* – EMSE) [28]. Conforme mencionado, a diminuição do parâmetro μ aumenta o tempo de convergência do algoritmo. Desta forma, a abordagem correta é escolher menor μ possível dentro dos limites de tempo de convergência permitidos [28]. Contudo, μ não é o único fator que influencia no erro quadrático médio excessivo. Outros fatores contribuintes são a presença de ruído, o tamanho do equalizador e a potência do sinal recebido [3]. Em geral, o EMSE é um parâmetro de difícil estimação, que pode ser aproximado pela seguinte expressão [28]:

$$\text{EMSE} \approx \frac{\mu}{2} l (N + 1) E \{|x[k]|^2\} \cdot \text{MMSE}, \quad (3.41)$$

sendo l o fator de superamostragem (taxa de amostras por símbolo utilizada no receptor), N o tamanho do filtro e $E \{|x[k]|^2\}$ a potência do sinal recebido.

3.2.4 Filtragem Estocástica - Algoritmo de Média Quadrática Mínima

O algoritmo de média quadrática mínima (*least mean square algorithm* – LMS) pode ser derivado pela aproximação ao algoritmo do gradiente descendente. No caso em que os dados disponíveis são o vetor recebido $\mathbf{x}[k]$ e a resposta desejada $s[k-d]$, e o

gradiente (veja Equação 3.21) não pode ser calculado de forma exata, \mathbf{R}_x e \mathbf{p}_d podem ser aproximados pelos valores instantâneos

$$\mathbf{R}_x \approx \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^H[k], \quad (3.42)$$

e

$$\mathbf{p}_d \approx \mathbf{x}[k] s^*[k-d]. \quad (3.43)$$

Assim, o gradiente aproximado [27] torna-se

$$\nabla' J_{Wiener}[k] = 2 \mathbf{x}[k] \mathbf{x}^H[k] \mathbf{w}[k-1] - 2 \mathbf{x}[k] s^*[k-d], \quad (3.44)$$

$$= -2 \mathbf{x}[k] e^*[k], \quad (3.45)$$

sendo o erro de filtragem *a priori*

$$e[k] = s[k-d] - \mathbf{w}^H[k-1] \mathbf{x}[k]. \quad (3.46)$$

A adaptação dos coeficientes, portanto, se resume em:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + 2\mu \mathbf{x}[k] e^*[k]. \quad (3.47)$$

A natureza estocástica do algoritmo LMS baseia-se na hipótese de que o gradiente estimado $\nabla' J_{Wiener}$, após um grande número de iterações, se aproxima do gradiente verdadeiro. Ou seja:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \nabla' J_{Wiener}[k] = \nabla J_{Wiener}[k]. \quad (3.48)$$

Portanto, este algoritmo também é conhecido como o algoritmo do gradiente estocástico descendente.

3.3 EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA NÃO SUPERVISIONADA E O ALGORITMO DO MÓDULO CONSTANTE

Equalização não supervisionada, denominada, também, de equalização autodidata ou “cega”, tem por objetivo a recuperação do sinal transmitido a partir do sinal recebido e algumas informações sobre as características do sinal, sem a necessidade de transmissão de amostras conhecidas, ou seja, sem usar uma sequência de treinamento [26]. Estas informações consistem em conhecimento *a priori* sobre as propriedades estatísticas do sinal. A seguir, são apresentados resultados fundamentais da teoria de equalização autodidata: o Teorema de Benveniste-Goursat-Ruget e o Teorema de Shalvi-Weinstein.

3.3.1 Fundamentos da Equalização Autodidata

Os critérios da equalização autodidata ditam que as estatísticas de segunda ordem do sinal não são suficientes para uma equalização bem sucedida, pois não portam a informação de fase, essencial para a inversão do canal de fase não-mínima [27].

Um teorema fundamental da equalização autodidata foi apresentado por Benveniste, Goursat e Ruget em [29]. Uma versão dela, conforme aparece em [26] está anunciada a seguir:

Teorema 3.3.1 (Teorema BGR) *Sejam as seguintes hipóteses:*

1. *O sinal transmitido é formado por amostras independentes, identicamente distribuídas (i.i.d.);*
2. *Canal e equalizador são filtros lineares;*
3. *Não há adição de ruído;*
4. *Existe a possibilidade de inversão perfeita no sentido de Zero-Forcing;*

Sob as condições 1 – 4, caso as funções densidade de probabilidade do sinal transmitido (não-gaussiano) e do sinal na saída do equalizador sejam iguais, garante-se que

$$c[k] = e^{j\theta} \delta[k - d] , \quad (3.49)$$

sendo $c[k]$ a resposta combinada do canal-equalizador, e θ uma rotação arbitrária.

Primeiramente, o Teorema BGR manifesta que a equalização autodidata é, de fato, possível. Além disso, ele estabelece as restrições para a obtenção da equalização perfeita. É importante observar que, para sinais complexos, a resposta do canal-equalizador está sujeita a uma rotação arbitrária θ .

Shalvi e Weinstein, em [30], estabeleceram um critério mais suave para a equalização perfeita, anunciando que, para uma inversão do canal, é necessário testar apenas a variância e a curtose. A última, para uma variável aleatória x é definida pela Equação (3.50) [26]:

$$\kappa_x^{(4)} = E \{ |x|^4 \} - 2 E^2 \{ |x|^2 \} - |E \{ x^2 \}|^2 . \quad (3.50)$$

Segue o enunciado do teorema, conforme apresentado em [27]:

Teorema 3.3.2 (Teorema SW) *Sejam válidas as hipóteses 1 – 4 do Teorema 3.3.1. Se $E \{ |y[k]|^2 \} = E \{ |s[k]|^2 \}$, então:*

1. $|\kappa_y^{(4)}| \leq |\kappa_s^{(4)}|$, isto é, a curtose do sinal da saída é menor ou igual à curtose do sinal de entrada.
2. $|\kappa_y^{(4)}| = |\kappa_s^{(4)}|$ se e somente se $c[k] = e^{j\theta}\delta[k-d]$, sendo $c[k]$ a resposta combinada do canal-equalizador, e θ uma rotação arbitrária.

Ou seja, o Teorema demonstra que a condição necessária e suficiente para a equalização autodidata perfeita é:

$$E\{|y[k]|^2\} = E\{|s[k]|^2\} \quad (3.51)$$

e

$$|\kappa_y^{(4)}| = |\kappa_s^{(4)}|. \quad (3.52)$$

Desta forma, a obtenção do equalizador $\mathbf{w}[k]$ se reduz em resolução do problema de otimização com restrição, dado por [27]:

$$\arg \max_{\mathbf{w}[k]} |\kappa_y^{(4)}|, \quad \text{dado que} \quad E\{|y[k]|^2\} = E\{|s[k]|^2\}. \quad (3.53)$$

3.3.2 Algoritmos de *Bussgang* para Equalização Não-Supervisionada

A Figura 3.3 mostra a estrutura básica de um equalizador não supervisionado.

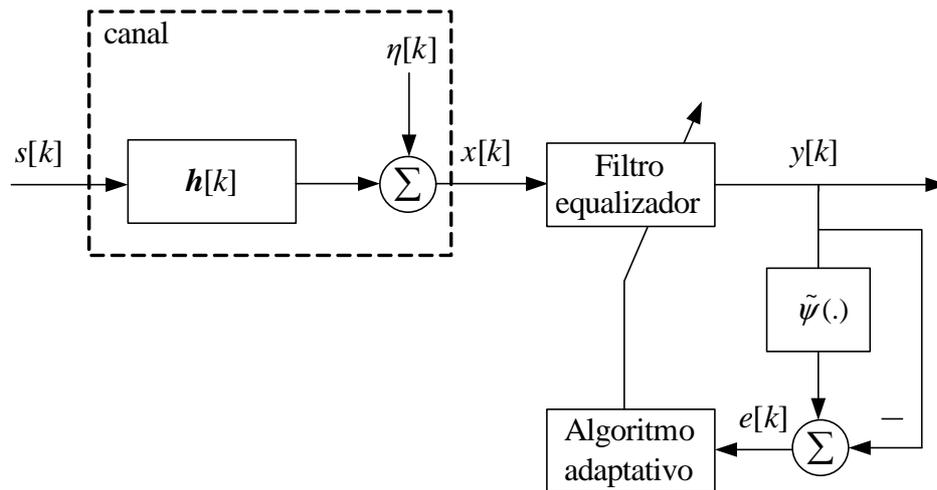


Figura 3.3: Equalizador não supervisionado básico de Bussgang.

A distinção desta estrutura em comparação com a estrutura de equalização supervisionada está na forma de cálculo do erro que alimenta o algoritmo adaptativo. O erro

de fato, calculado pela diferença entre a resposta obtida e a desejada, é substituído por uma função não linear sem-memória do sinal da saída, $\tilde{\psi}(y[k])$.

A função de custo para este sistema é definida como [27]:

$$J_{Bussgang} \triangleq E \{ \psi [y[k]] \}, \quad (3.54)$$

em que

$$\psi(y) \triangleq \tilde{\psi}(y) - y. \quad (3.55)$$

A não-linearidade de $\tilde{\psi}$ cria dependência da função de custo com as estatísticas de ordem superior de y e s .

O erro que alimenta o algoritmo é calculado como:

$$e[k] = \tilde{\psi}(y[k]) - y[k], \quad (3.56)$$

e a saída $y[k]$, para um equalizador de tamanho finito $2N + 1$ é:

$$y[k] = \sum_{i=-N}^N w_i^*[k-1] x[k-i], \quad (3.57)$$

$$= \mathbf{w}^H[k-1] \mathbf{x}[k]. \quad (3.58)$$

Assim, o algoritmo estocástico *a priori* de atualização se resume em:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + \mu \mathbf{x}[k] e^*[k]. \quad (3.59)$$

Ao contrário do critério de erro quadrático médio, que depende das estatísticas de segunda ordem e representa uma função quadrática multidimensional dos parâmetros do equalizador, a função de custo $J_{Bussgang}$ pode apresentar mínimos locais.

Os algoritmos que utilizam uma função não-linear para o cálculo de erro são denominados algoritmos de Bussgang de equalização não supervisionada, pois a saída $y[k]$ representa um aproximado processo de Bussgang, *i.e.*, satisfaz à seguinte propriedade [27]:

$$E \{ y[k] y^*[k-i] \} = E \{ y[k] \tilde{\psi}^*[k-i] \}. \quad (3.60)$$

Ou seja, a autocorrelação do processo é igual à correlação cruzada entre o processo e uma transformação não-linear dele.

3.3.3 Equalizadores Fracionalmente Espaçados

A utilização de equalizadores fracionalmente espaçados (*fractionally-spaced equalizers* – FSE) é comum na prática, pois apresenta várias vantagens. Por exemplo, um

equalizador espaçado na taxa de símbolos (*baud-spaced equalizer* – BSE) de tamanho finito não consegue atingir a equalização ZF do canal, enquanto um equalizador FIR FSE consegue. Isto ocorre porque o BSE não satisfaz à condição forte da equalização perfeita, a ser apresentada a seguir. Além disso, os equalizadores FSE apresentam maior robustez a imperfeições de sincronismo de amostragem.

A entrada do FSE é obtida por meio de superamostragem da saída do canal, ou seja, na taxa maior que a taxa de símbolos $R_b = 1/T_s$. Normalmente, são usadas taxas de amostragem com número inteiro de amostras por T_s definidas pelo fator de superamostragem, l . Aqui, é considerada a taxa de duas amostras por símbolo, ou seja, $l = 2$, pois é a taxa de amostragem utilizada no procedimento experimental do trabalho.

Na discussão a seguir, o índice n se refere às grandezas na taxa de símbolo, enquanto o índice k se refere às grandezas na taxa de amostragem, ou seja, grandezas fracionalmente espaçadas.

A Figura 3.4 apresenta o modelo em banda base de um sistema de comunicação monocanal com receptor FSE, cuja taxa de amostragem é $T_s/2$ [3].

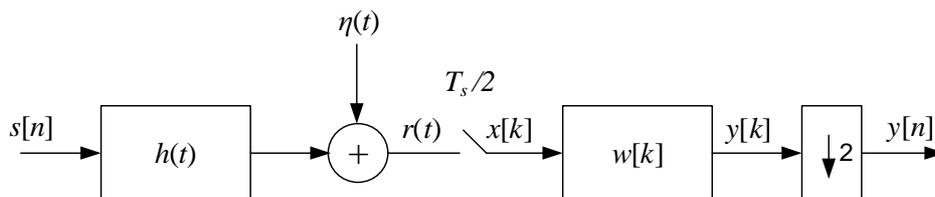


Figura 3.4: Modelo em banda base de um sistema de comunicação monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).

Uma sequência de símbolos passa por um filtro formatador de pulsos e logo depois é transmitida por um canal cuja resposta ao impulso em tempo contínuo é $h(t)$. Após adição do ruído, o sinal resultante, $r(t)$, é amostrado na taxa $T_s/2$ e equalizado por um FSE, cuja saída $y[k]$ é, em seguida, dizimada por fator de 2, produzindo uma sequência na taxa de símbolos, $y[n]$.

As Figuras 3.5 e 3.6 apresentam dois modelos equivalentes em tempo discreto, utilizados para análise do sistema fracionalmente espaçado. Enquanto o modelo multitaxa da Figura 3.5 faz uso de coeficientes do canal fracionalmente espaçados em tempo discreto, o modelo multicanal os subdivide em duas partes, par e ímpar, na taxa de símbolos, espaçados entre si de $T_s/2$. Em [3] é demonstrada a equivalência entre os modelos. Análise a seguir mostra como o FSE satisfaz à condição forte de equalização perfeita.

Considerando o modelo multicanal, com tamanho do equalizador $2N$ e tamanho

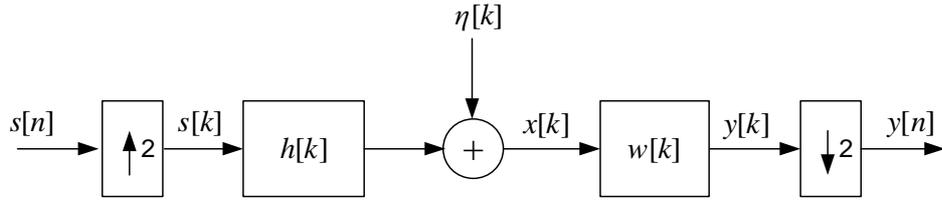


Figura 3.5: Modelo multitaxa de um sistema monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).

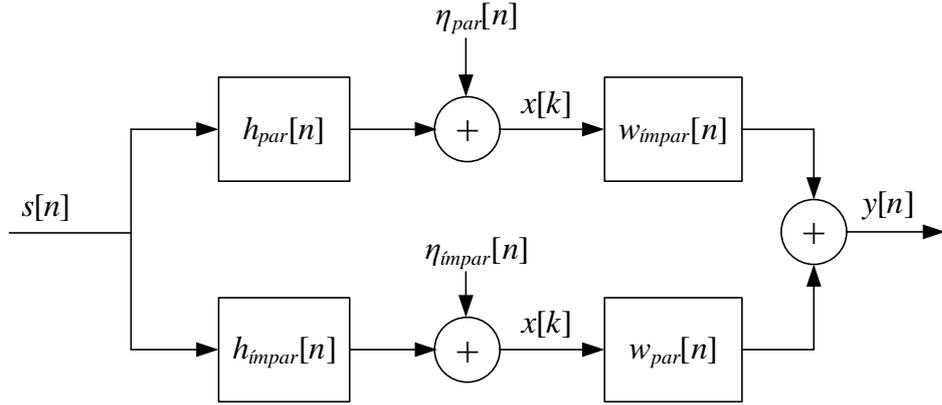


Figura 3.6: Modelo multitaxa de um sistema monocanal com receptor espaçado a $T_s/2$ (modificado de [3]).

do canal fracionalmente espaçado $2M$, os conjuntos de coeficientes pares e ímpares do equalizador podem ser separados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{par} &= [w_0 \ w_2 \ \dots \ w_{2N-2}]^T, \\ &= [w_0^{par} \ w_1^{par} \ \dots \ w_{N-1}^{par}]^T; \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{imp} &= [w_1 \ w_3 \ \dots \ w_{2N-1}]^T, \\ &= [w_0^{imp} \ w_1^{imp} \ \dots \ w_{N-1}^{imp}]^T. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Também, os coeficientes pares e ímpares do canal podem ser separados:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{par} &= [h_0 \ h_2 \ \dots \ h_{2M-2}]^T, \\ &= [h_0^{par} \ h_1^{par} \ \dots \ h_{M-1}^{par}]^T; \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_{imp} &= [h_1 \ h_3 \ \dots \ h_{2M-1}]^T, \\ &= [h_0^{imp} \ h_1^{imp} \ \dots \ h_{M-1}^{imp}]^T. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Em seguida são definidas duas matrizes Toeplitz de tamanho $[(M + N - 1) \times N]$:

$$\mathbf{H}_{par} = \begin{bmatrix} h_0^{par} & & & & \\ h_1^{par} & h_0^{par} & & & \\ \vdots & h_1^{par} & & & \\ h_{M-1}^{par} & \vdots & \ddots & h_0^{par} & \\ & h_{M-1}^{par} & & h_1^{par} & \\ & & & \vdots & \\ & & & & h_{M-1}^{par} \end{bmatrix}, \quad (3.65)$$

$$\mathbf{H}_{imp} = \begin{bmatrix} h_0^{imp} & & & & \\ h_1^{imp} & h_0^{imp} & & & \\ \vdots & h_1^{imp} & & & \\ h_{M-1}^{imp} & \vdots & \ddots & h_0^{imp} & \\ & h_{M-1}^{imp} & & h_1^{imp} & \\ & & & \vdots & \\ & & & & h_{M-1}^{imp} \end{bmatrix}. \quad (3.66)$$

Assim, é possível escrever a resposta impulsional do sistema canal-equalizador na ausência de ruído:

$$c[n] = h^{par}[n] * w^{imp}[n] + h^{imp}[n] * w^{par}[n]. \quad (3.67)$$

Em forma matricial:

$$\mathbf{c} = \mathbf{H} \mathbf{w}, \quad (3.68)$$

em que:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_{imp} \ \mathbf{H}_{par}] \quad (3.69)$$

e

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{par} \\ \mathbf{w}_{imp} \end{bmatrix}. \quad (3.70)$$

A equalização ZF implica em uma resposta impulsional do sistema canal-equalizador dada por um impulso com atraso arbitrário d (Equação (3.2.1)). Ou seja,

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{ZF} &= \mathbf{H} \mathbf{w}, \\ &= \boldsymbol{\delta}_d, \end{aligned} \quad (3.71)$$

função de custo [26]:

$$J_{Godard} = E \left\{ (R_p - |y[k]|^p)^2 \right\}, \quad (3.78)$$

em que

$$R_p = \frac{E \{ |s[k]|^{2p} \}}{E \{ |s[k]|^p \}}, \quad (3.79)$$

é uma constante real positiva, conhecida como dispersão de ordem p .

O nome algoritmo do módulo constante (CMA) apareceu na literatura em 1983, em [31], quando Treichler e Agee introduziram de forma independente o critério de Godard para ordem de dispersão $p = 2$.

De forma intuitiva, o critério de módulo constante penaliza desvios em magnitude do sinal equalizado em relação a um certo valor fixo [3]. Este afastamento é provocado pela interferência intersimbólica e ruído aditivo. Assim, uma transformação linear, baseada na função de custo de Godard, mapeia o sinal recebido em pontos de magnitude constante (anel, na presença de ruído de fase), eliminando a interferência intersimbólica. Este efeito é observado na Figura 2.8, para um sinal QPSK.

Evidentemente, quando $p = 2$, as expressões das Equações (3.78) e (3.79) carregam a informação contida nas estatísticas de segunda e quarta ordem, conforme previsto pelo Teorema de Shalvi & Weinstein. Uma característica diferencial da função de custo do CMA é a capacidade de caracterizar o nível de interferência intersimbólica na saída do equalizador independentemente da fase da portadora [26]. Isto torna o algoritmo “imune” ao ruído de fase e desvio de frequência, discutidos na Seção 2.5. A adaptação dos coeficientes do filtro com CMA, segundo o gradiente estocástico descendente é realizada da seguinte forma:

$$\mathbf{w}[k] = \mathbf{w}[k-1] + \mu \mathbf{x}[k] e^*[k], \quad (3.80)$$

com

$$e[k] = (R_p - |y[k]|^2) y[k]. \quad (3.81)$$

3.3.5 Propriedades de Convergência do CMA, Caso SISO

Define-se a curtose normalizada, empregada na discussão a seguir da seguinte forma:

$$\kappa_s^{Norm} \triangleq \frac{E \{ |s[n]|^4 \}}{\sigma_s^4}. \quad (3.82)$$

Assim, para que o CMA consiga obter uma equalização perfeita, as seguintes condições devem ser satisfeitas [28]:

1. Matriz do canal, \mathbf{H} , é de posto coluna completo (a condição forte da equalização perfeita).
2. Ausência de ruído aditivo.
3. Fonte i.i.d. com simetria circular, ou seja $E\{s^2[n]\} = 0$, no caso complexo.
4. Fonte sub-gaussiana. Ou seja, a curtose normalizada da fonte satisfaz:

$$\kappa_s^{Norm} < \kappa_g^{Norm}, \quad (3.83)$$

sendo $\kappa_g^{Norm} = 2$ para o caso complexo, e $\kappa_g^{Norm} = 3$ para o caso real.

A Figura 3.7 apresenta a superfície da função de custo do CMA para um sinal BPSK, quando os quesitos 1 – 4 acima são satisfeitos.

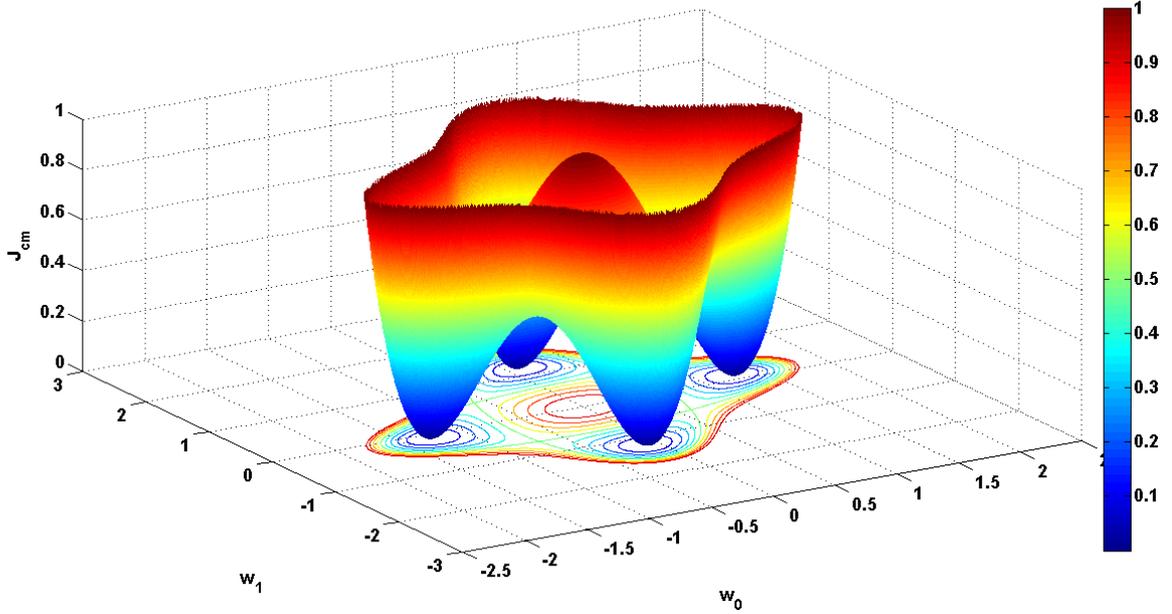


Figura 3.7: Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal que satisfaz às condições da equalização perfeita.

As figuras desta seção foram geradas por meio da expressão da função de custo CMA para sinais e canais reais, apresentada em [28]:

$$\begin{aligned} J_{CM|Real} = & \frac{1}{4} \sigma_s^4 (\kappa_s - 3) \|\mathbf{H}^T \mathbf{w}\|_4^4 + \frac{3}{4} \sigma_s^4 \|\mathbf{H}^T \mathbf{w}\|_2^4 + \frac{1}{4} \sigma_\eta^4 (\kappa_\eta - 3) \|\mathbf{w}\|_4^4 \\ & + \frac{3}{4} \sigma_\eta^4 \|\mathbf{w}\|_2^4 + \frac{3}{2} \sigma_s^2 \sigma_\eta^2 \|\mathbf{H}^T \mathbf{w}\|_2^2 \|\mathbf{w}\|_2^2 \\ & - \frac{1}{2} \sigma_s^2 \kappa_s \left(\sigma_s^2 \|\mathbf{H}^T \mathbf{w}\|_2^2 + \sigma_\eta^2 \|\mathbf{w}\|_2^2 \right) + \frac{1}{4} \sigma_s^4 \kappa_s^2, \end{aligned} \quad (3.84)$$

sendo

$$\|\mathbf{A}\|_m^l = \left(\sqrt[m]{A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_N^2} \right)^l. \quad (3.85)$$

Os valores utilizados são: $\sigma_s^2 = \kappa_s = 1$, $\kappa_\eta = 3$, por ser ruído Gaussiano real. A matriz do canal, \mathbf{H} , é especificada para cada caso, e a relação entre a variância do ruído, σ_η^2 , e SNR [dB] é dada por:

$$\sigma_\eta^2 = N_0/2 \quad (3.86)$$

$$= \frac{E_b}{2 \cdot 10^{\text{SNR}/10}} \quad (3.87)$$

$$= \frac{E_s / \log_2 2}{2 \cdot 10^{\text{SNR}/10}}, \quad (3.88)$$

em que $E_s = 1$ é a energia de símbolo, E_b a energia de bit e N_0 a potência do ruído.

Neste caso, são observadas quatro regiões de mínimo, com as regiões simétricas em relação à origem correspondendo aos valores diferentes do atraso ($d \in 0, 1$), e as regiões adjacentes correspondendo às soluções com inversão de polaridade do sinal equalizado (+, -). No caso do sinal complexo, por exemplo, QPSK, os pares de pontos correspondentes à polaridade se tornam regiões de mínimos contínuos, gerados pela excursão do ângulo de rotação entre 0 e 2π [3], como dita a condição de equalização perfeita não supervisionada para sinal complexo (Equação (3.49)). O canal utilizado para a geração da Figura 3.7 possui quatro coeficientes:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0.8321 & -0.0605 \\ -0.0702 & 0.7850 \end{bmatrix}, \quad (3.89)$$

escolhidos arbitrariamente, satisfazendo, porém, as condições 1 – 4 acima. Na Figura 3.8, as curvas de nível da função de custo são mostradas, com asteriscos indicando a posição da perfeita inversão do canal.

Evidentemente, neste caso os mínimos da função de custo do CMA coincidem com os pontos correspondentes à equalização perfeita. A seguir são demonstrados os impactos que provocam as condições da equalização perfeita no formato da superfície da função de custo, por meio de exemplos de baixa complexidade. A Figura 3.9 exibe a função de custo para o mesmo canal, com adição de ruído, correspondente à SNR de 5 dB.

Observa-se neste caso, como era de esperar, que a equalização perfeita não é mais viável, o que se manifesta em elevação dos mínimos acima do nível “zero”. É interessante observar outro fenômeno que acontece com a adição de ruído. Não só o nível dos mínimos que é elevado, o ruído também corrompe a correspondência entre os mínimos do CMA e os mínimos da equalização perfeita, fazendo com que os mínimos do CMA se aproximem da origem. A evolução deste processo é ilustrada na Figura 3.10, em

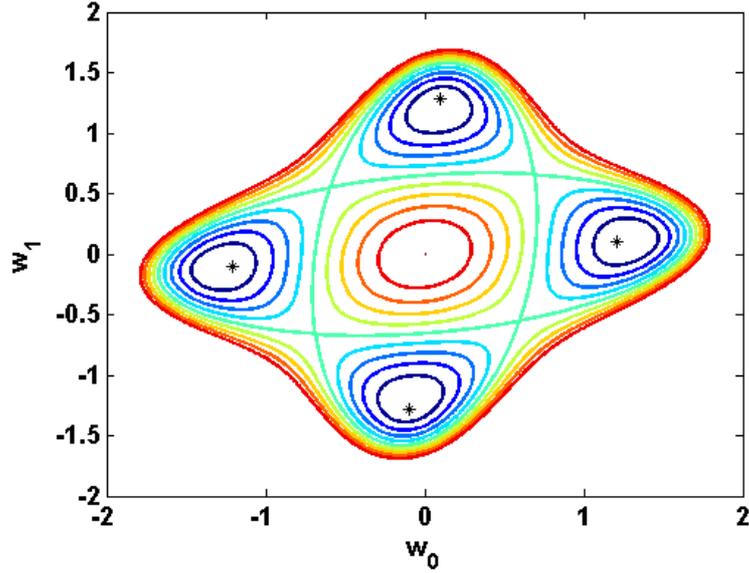


Figura 3.8: Contorno da função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal que satisfaz as condições da equalização perfeita e pontos correspondentes à equalização perfeita.

que o contorno da função de custo do CMA é mostrado para três valores diferentes de SNR, 10, 5 e 3 dB, respectivamente.

O próximo traçado (Figura 3.11) apresenta uma situação em que a condição forte para a equalização perfeita não é satisfeita, *i.e.*, $N < M - 1$. Para a sua geração foi utilizado canal de 6 coeficientes,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0.8321 & -0.0605 & -0.6200 \\ -0.0702 & 0.7850 & -0.0100 \end{bmatrix}. \quad (3.90)$$

Neste caso é possível observar que nem todas as soluções permanecem ótimas, e a função de custo apresenta mínimos locais. Em seguida é apresentada a influência do canal “mal comportado”, no sentido de exibir raízes quase-comuns para os sub-canais, *i.e.*, quando

$$\det[\mathbf{H}] \rightarrow 0. \quad (3.91)$$

A Figura 3.12 demonstra a tendência de deformação, quando o valor do determinante diminui.

No entanto, os mínimos de CMA coincidem com os mínimos de equalização ZF. Com a diminuição adicional do valor do determinante do canal, o afastamento em torno da origem aumenta, tendendo para infinito.

Outra característica digna de observação é a interação do “mau comportamento” do canal com ruído. Figura 3.12c exibe a mesma situação da Figura 3.12b, porém com

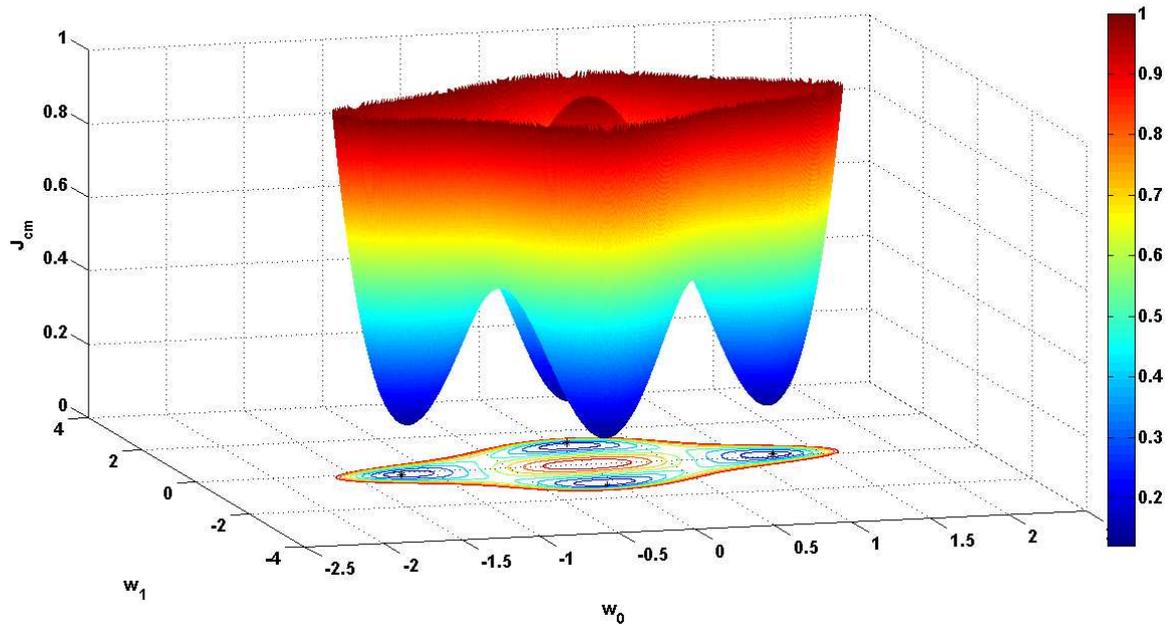


Figura 3.9: Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal ruidoso.

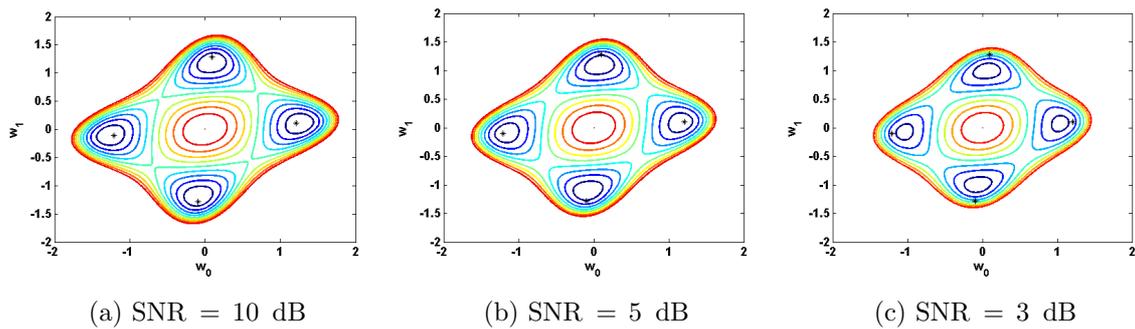


Figura 3.10: Aproximação dos mínimos do CMA à origem na presença do ruído.

SNR de 5 dB. O ruído, neste caso, faz com que algumas soluções de equalização ótima sejam “ignoradas” pelo CMA, que passa a apresentar pontos de mínimos locais.

3.3.6 CMA, Caso MIMO e a Relação Entre Equalização e Separação de Fontes

A tarefa de separação de fontes não supervisionada é simplificada sob as suposições presentes nos sistemas DP-QPSK. Elas são:

- os sinais das fontes pertencem ao mesmo alfabeto de modulação;
- as fontes são i.i.d.;

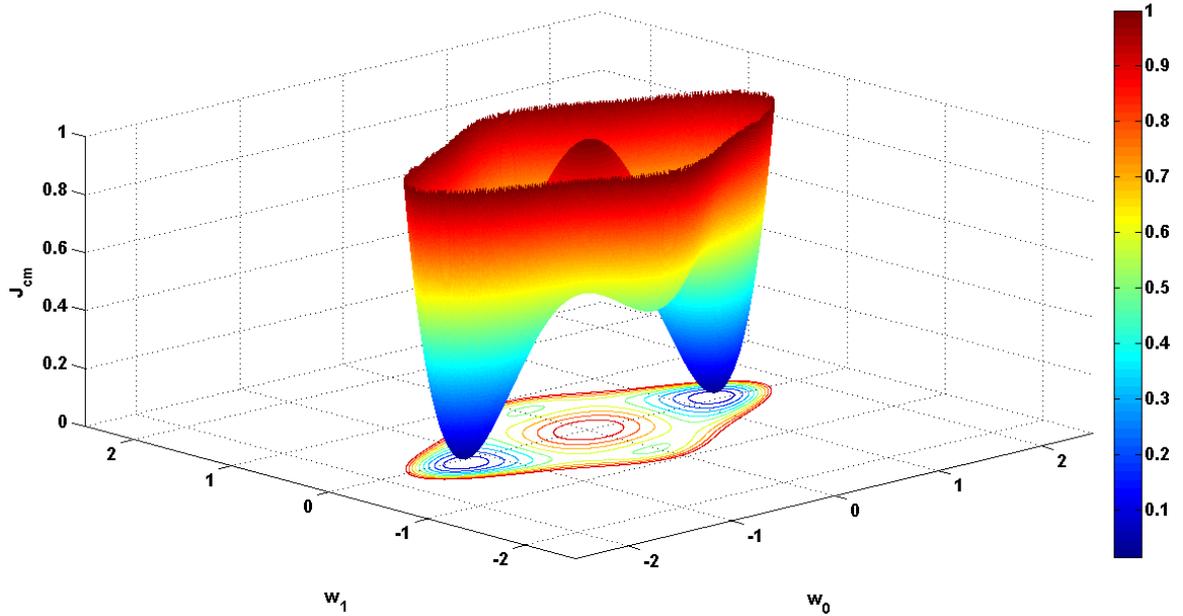


Figura 3.11: Função de custo do CMA para um sinal BPSK com canal subdimensionado.

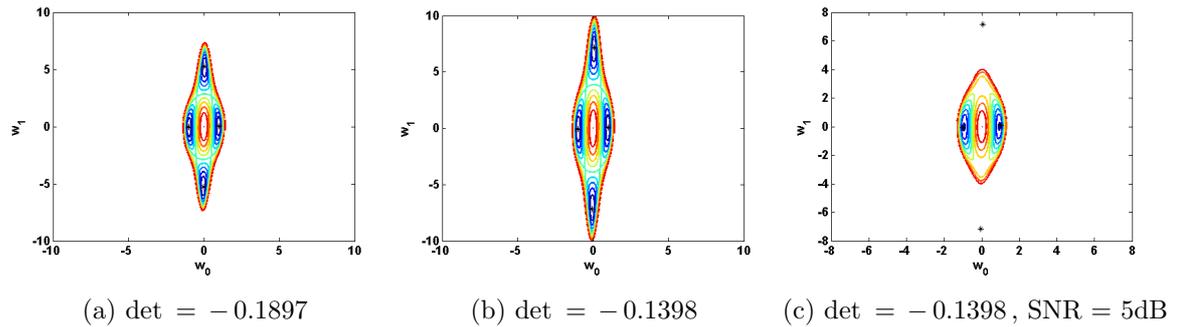


Figura 3.12: Influência da aproximação das raízes dos sub-canais na J_{CM} .

- as fontes possuem a mesma potência.

Sob estas condições, a tarefa de separação de fontes pode ser vista como uma espécie de equalização. Enquanto a última visa eliminar a interferência intersimbólica (*intersymbol interference* – ISI) do mesmo sinal, a primeira elimina a interferência intersimbólica entre dois sinais multiplexados (*inter-user interference* – IUI). Todavia, visto que os dois casos envolvem, essencialmente, transformações lineares, o equalizador acaba desempenhando a mesma tarefa. Assim, a separação de fontes não-supervisionada pode ser realizada utilizando os mesmos algoritmos de equalização. Em particular, em um sistema DP-QPSK esta tarefa é realizada pelo equalizador baseado no CMA.

Deve-se notar, contudo, que na separação de fontes não supervisionada de p fontes, quando as sequências de entrada $s_i[k]$, $i = 1, \dots, p$, possuem as mesmas proprieda-

des estatísticas, a resposta do sistema canal-equalizador para a equalização e separação perfeitas, é definida como [32]:

$$\mathbf{C}[k] = \mathbf{P}\mathbf{D}[k], \quad (3.92)$$

em que \mathbf{P} é uma matriz permutação, *i.e.*, uma matriz $\mathbf{I}_{p \times p}$, com suas linhas arbitrariamente permutadas, e $\mathbf{D}[k]$ é dada por:

$$\mathbf{D}[k] = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} \delta[k - d_1] & & & & \\ & e^{j\theta_2} \delta[k - d_2] & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & e^{j\theta_p} \delta[k - d_p] \end{bmatrix}. \quad (3.93)$$

Na Equação (3.93), d representa o atraso, e $e^{j\theta_i}$ uma rotação arbitrária. Portanto, um sistema baseado no CMA para usuários múltiplos, além de rotação e atraso arbitrários, é sujeito à ambiguidade de permutação, ou seja, os sinais na saída do sistema não necessariamente manterão a mesma ordem dos sinais de entrada.

A Figura 3.13 mostra a forma genérica do modelo em tempo discreto de um sistema de múltiplos usuários em banda base, com p fontes i.i.d. e m sensores.

Os sinais s_1, \dots, s_p são transmitidos por um canal linear, modelado pelos vetores \mathbf{h}_{ij} , $i \in \{1, \dots, m\}$, $j \in \{1, \dots, p\}$, e corrompidos por AWGN, com amostras $\eta_1[k], \dots, \eta_m[k]$ nas entradas dos sensores correspondentes. As amostras recebidas, $x_1[k], \dots, x_m[k]$, alimentam os filtros \mathbf{w}_{ij} , $i \in \{1, \dots, m\}$, $j \in \{1, \dots, p\}$, para produzir as amostras de saída $y_1[k], \dots, y_p[k]$. Supondo que cada \mathbf{h}_{ij} possui M coeficientes, e que cada \mathbf{w}_{ij} possui N coeficientes:

$$x_i[k] = \sum_{j=1}^p \mathbf{h}_{ij}^H \mathbf{s}_j[k] + \eta_i[k], \quad i \in \{1, \dots, m\}, \quad (3.94)$$

$$y_i[k] = \sum_{j=1}^m \mathbf{w}_{ij}^H \mathbf{x}_j[k], \quad j \in \{1, \dots, p\}, \quad (3.95)$$

em que

$$\mathbf{s}_j[k] = [s_j[k] \cdots s_j[k - M + 1]]^T \quad (3.96)$$

e

$$\mathbf{x}_i[k] = [x_i[k] \cdots x_i[k - N + 1]]^T. \quad (3.97)$$

Combinando os resultados apresentados em [33] e [34] deduz-se a condição para o tamanho do filtro para a equalização ZF na ausência de ruído:

$$N \geq \left\lceil \frac{M - p}{l m - p} \right\rceil, \quad (3.98)$$

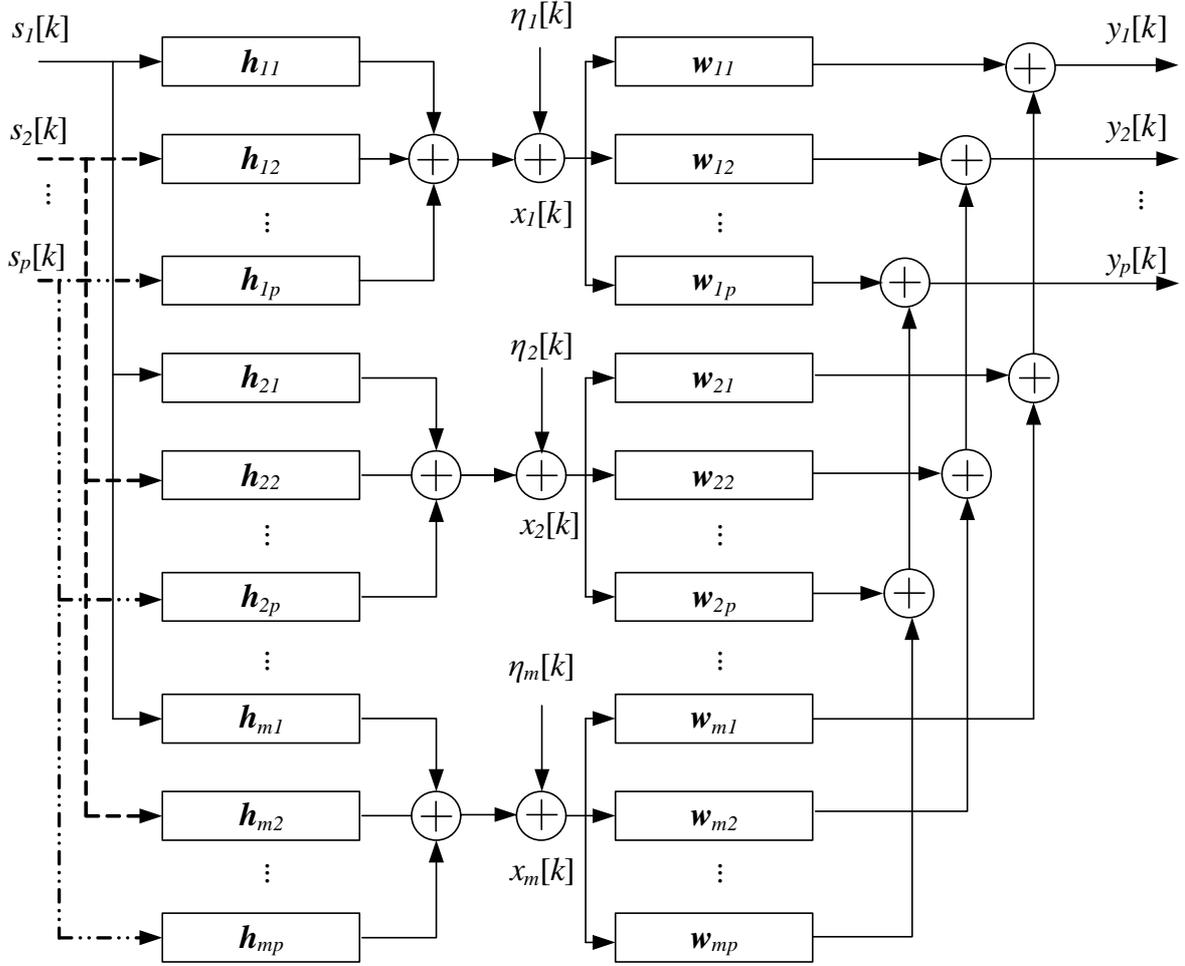


Figura 3.13: Modelo de sistema de comunicação MIMO em banda base.

com l sendo o fator de reamostragem. É interessante observar que no caso de equalização na taxa de símbolos, *i.e.*, $l = 1$, o número de sensores deve ser maior que o número de sinais, para que a condição de equalização perfeita seja satisfeita. Para $p = m = 2$, o equalizador se reduz à estrutura “borboleta” (Figura 2.7), empregada em sistemas DP-QPSK.

A função de custo para CMA com p usuários é uma extensão da Equação (3.78):

$$J_{CM(p)}(\mathbf{W}) = E \left\{ \sum_{j=1}^p (|y_j[k]|^2 - 1)^2 \right\}, \quad (3.99)$$

em que é assumida a ordem de dispersão 2 e constante de dispersão $R_p = 1$, condição válida para sinais QPSK. A matriz do equalizador, \mathbf{W} , de tamanho $[Nm \times p]$, é definida como:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{11} & \cdots & \mathbf{w}_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{w}_{m1} & \cdots & \mathbf{w}_{mp} \end{bmatrix}, \quad (3.100)$$

com

$$\mathbf{w}_{ij} = [w_{ij}[0] \cdots w_{ij}[N-1]]^T. \quad (3.101)$$

O algoritmo de adaptação *a priori* pelo gradiente estocástico descendente da Equação (3.80), para múltiplos usuários, assume a seguinte forma:

$$\mathbf{W}[k] = \mathbf{W}[k-1] + \mu \hat{\mathbf{x}}[k] \hat{\mathbf{y}}^*[k], \quad (3.102)$$

em que $\hat{\mathbf{x}}[k]$ e $\hat{\mathbf{y}}[k]$ são definidos como:

$$\hat{\mathbf{x}}[k] = [\mathbf{x}_1^T[k] \cdots \mathbf{x}_m^T[k]]^T, \quad (3.103)$$

$$\hat{\mathbf{y}}[k] = [(1 - |y_1[k]|^2) y_1[k] \cdots (1 - |y_p[k]|^2) y_p[k]]. \quad (3.104)$$

O algoritmo CMA apresentado neste capítulo é referido como CMA padrão no resto deste trabalho.

3.4 TÉCNICAS PARA EVITAR SINGULARIDADES EM SISTEMAS ÓPTICOS MULTIPLEXADOS EM POLARIZAÇÃO

Esta seção define o problema da singularidade e apresenta a fundamentação teórica dos três algoritmos comparados experimentalmente neste trabalho. Os algoritmos apresentados são: o CMA com restrição, proposto por Liu *et al.* em [8]; o CMA de dois estágios, proposto por Xie e Chandrasekhar em [12]; e o MU-CMA, proposto por Papadias e Paulraj em [18].

3.4.1 Definição do Problema da Singularidade

A função de custo da Equação (3.99) é multimodal, ou seja, a sua superfície apresenta múltiplos mínimos. Portanto, ela exhibe algumas ambiguidades intrínsecas. Primeiramente, existe uma ambiguidade de rotação de fase, mencionada nos Teoremas 3.3.1 e 3.3.2. Esta, porém, não influencia no funcionamento de sistemas que utilizam codificação diferencial, pois apenas a rotação de fase relativa entre símbolos adjacentes é levada em conta. Além disso, a solução ótima pode estar sujeita a vários atrasos d , $d \in \{1, \dots, N\}$, sendo N o comprimento de cada filtro \mathbf{w}_{ij} (veja a Figura 3.13). Ademais, existem ambiguidades decorrentes da própria estrutura do equalizador.

Para a melhor ilustração de tais ambiguidades, é vantajoso considerar o caso de dois usuários, que resulta na estrutura “borboleta” do equalizador (veja a Figura 2.7). Já que as propriedades estatísticas, exploradas pela função de custo do CMA, são idênticas para ambos os sinais multiplexados, e os pares de filtros $\{\mathbf{w}_{11}, \mathbf{w}_{12}\}$ e $\{\mathbf{w}_{21}, \mathbf{w}_{22}\}$ são atualizados de forma independente, existe a possibilidade de ambos os pares de filtros convergirem para o mesmo mínimo, resultando em mesmo sinal em ambas as saídas ($y_1[k] = y_2[k]$), ou ainda, para mínimos correspondentes às versões do mesmo sinal com atraso d diferente ($y_1[k] = y_2[k - d] \quad d \in \{1, \dots, N\}$). O termo “singularidade” se refere, precisamente, à situação de convergência ao mesmo sinal em ambas as saídas. A origem do termo está na singularidade da matriz de coeficientes do filtro \mathbf{W} , para o caso do filtro de tamanho $N = 1$. Este termo é empregado, apesar de a matriz \mathbf{W} não ser necessariamente quadrada. Inclusive, mesmo quando ocorre a convergência para o mesmo sinal em ambas as saídas, \mathbf{W} ainda pode ser de posto de colunas completo, desde que $d \neq 0$.

A ocorrência de singularidades está intensamente relacionada com a inicialização dos filtros do equalizador [8] [13]. Em particular, se inicializarmos o equalizador “borboleta” de tal forma que

$$\mathbf{w}_{11}[0] = \mathbf{w}_{21}[0], \quad (3.105)$$

e

$$\mathbf{w}_{12}[0] = \mathbf{w}_{22}[0], \quad (3.106)$$

pela simetria da estrutura e pela independência dos componentes responsáveis pela equalização de cada polarização, os filtros permanecerão idênticos entre si depois de um número qualquer de iterações [18], garantindo a ocorrência de singularidade.

Em sistemas reais a prática mais comum é usar a inicialização de pico único (*single-spike*) [3], *i.e.*, fixar os coeficientes centrais dos filtros \mathbf{w}_{11} e \mathbf{w}_{22} em “1”, e os coeficientes restantes em “0” (veja a Figura 2.7). Esta inicialização molda os filtros, atribuindo peso maior aos coeficientes centrais, e reduz a verossimilhança entre os tributários das duas polarizações do equalizador.

As próximas partes deste capítulo discutem a fundamentação teórica dos três algoritmos investigados experimentalmente neste trabalho: o CMA com restrição, o CMA de dois estágios e o MU-CMA.

3.4.2 CMA com Restrição

O algoritmo CMA com restrição, proposto em [8], acrescenta informação conhecida *a priori* à estrutura do filtro, explorando propriedades físicas da transmissão por fibras ópticas. Especificamente, o algoritmo é baseado num resultado fundamental referente à polarização da luz, que determina que a matriz da função de transferência de um sistema óptico, composto por elementos de rotação e atrasos de fase, é unitária [17]. A matriz de multiplexação das polarizações, dada pela matriz de Jones para enlace de fibra com rotação e atrasos de fase, foi apresentada no Capítulo 2 (Equação (2.1)), e a função de transferência do canal é dada por [8]:

$$\mathbf{T}(j\omega) = \begin{bmatrix} U(j\omega) & V(j\omega) \\ -V^*(j\omega) & U^*(j\omega) \end{bmatrix}. \quad (3.107)$$

A sua inversa também é uma matriz unitária, dada pela matriz transposta conjugada:

$$\mathbf{T}^{-1}(j\omega) = \begin{bmatrix} U^*(j\omega) & -V(j\omega) \\ V^*(j\omega) & U(j\omega) \end{bmatrix} \stackrel{TF}{\Leftrightarrow} \begin{bmatrix} u^*(-t) & -v(t) \\ v^*(-t) & u(t) \end{bmatrix} \quad (3.108)$$

em que TF denota a transformada de Fourier. A aplicação da Equação 3.108 aos coeficientes do equalizador “borboleta”, no domínio do tempo discreto, leva à seguinte restrição:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{11}[k] &= \mathbf{w}_{22}^*[-k] \\ \mathbf{w}_{12}[k] &= -\mathbf{w}_{21}^*[-k]. \end{aligned} \quad (3.109)$$

Contudo, a relação acima (Equação (3.109)) não é mais válida para um sistema real que apresenta dispersão cromática. Porém, é plausível assumir que, embora a dispersão cromática cause uma deformação na função de custo do CMA, o mínimo ótimo ainda estará na vizinhança do mínimo, dado pela função de custo, afetada apenas pelo atraso diferencial de grupo. Desta forma, usando o mínimo dado pela Equação (3.109) para inicializar o algoritmo, aumentamos a probabilidade de que o CMA convirja para o mínimo desejado.

Este raciocínio foi formalizado pelo Teorema 2(i) de [32], repetido aqui por conveniência:

Teorema 3.4.1 (Teorema da Convergência ao Mínimo Próximo) *Sejam os parâmetros iniciais do equalizador tais que a resposta ao impulso do sistema canal-equalizador está dentro de um cone único do mínimo global, e a saída do sistema satisfaz à condição de curtose:*

$$\frac{\kappa_y^{Norm}}{\kappa_s^{Norm}} > 0.5 \quad (3.110)$$

então, para um passo de adaptação, μ , suficientemente pequeno, o equalizador causará a resposta do sistema convergir para este mínimo.

Aqui κ_y^{Norm} e κ_s^{Norm} são curtoses normalizadas, conforme foi definido na Equação (3.82).

Portanto, o algoritmo CMA com restrição se resume nos seguintes passos [8]:

1. Definir os coeficientes iniciais de \mathbf{W} como *single-spike*.
2. Efetuar a adaptação dos filtros \mathbf{w}_{11} e \mathbf{w}_{12} , correspondentes à saída y_1 pelo CMA padrão, inferindo os valores de \mathbf{w}_{21} e \mathbf{w}_{22} pela relação de restrição da Equação (3.109), até que o equalizador alcance convergência.
3. Remover a restrição, permitindo adaptação livre de todos os filtros do equalizador pelo CMA padrão.

O passo 2 encontra de maneira adaptativa o ponto ótimo de inicialização dos filtros, que assegure a convergência do CMA (passo 3) para o mínimo desejado com grande probabilidade.

3.4.3 CMA de Dois Estágios

O CMA de dois estágios [12] explora as mesmas propriedades de transmissão que o CMA com restrição, ou seja, a condição de restrição descrita pela Equação (3.109), utilizando, no entanto, uma abordagem diferente. A motivação do algoritmo é separar o equalizador “borboleta” original em um sistema equivalente de dois equalizadores, $\mathbf{W1}$ e $\mathbf{W2}$:

$$\mathbf{W1}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{w1}_{11}^T[k] & \mathbf{w1}_{21}^T[k] \\ \mathbf{w1}_{12}^T[k] & \mathbf{w1}_{22}^T[k] \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

e

$$\mathbf{W2}[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{w2}_{11}^T[k] & \mathbf{w2}_{21}^T[k] \\ \mathbf{w2}_{12}^T[k] & \mathbf{w2}_{22}^T[k] \end{bmatrix}, \quad (3.112)$$

em que $\mathbf{w1}_{ij}[k] = [w1_{ij(1)} \dots w1_{ij(N)}]$, e $\mathbf{w2}_{ij}[k] = [w2_{ij(1)} \dots w2_{ij(N)}]$, impondo a restrição somente no equalizador do primeiro estágio:

$$\mathbf{w1}_{21}[k] = -\mathbf{w1}_{12}^*[-k] \quad (3.113)$$

$$\mathbf{w1}_{22}[k] = \mathbf{w1}_{11}^*[-k], \quad (3.114)$$

$$(3.115)$$

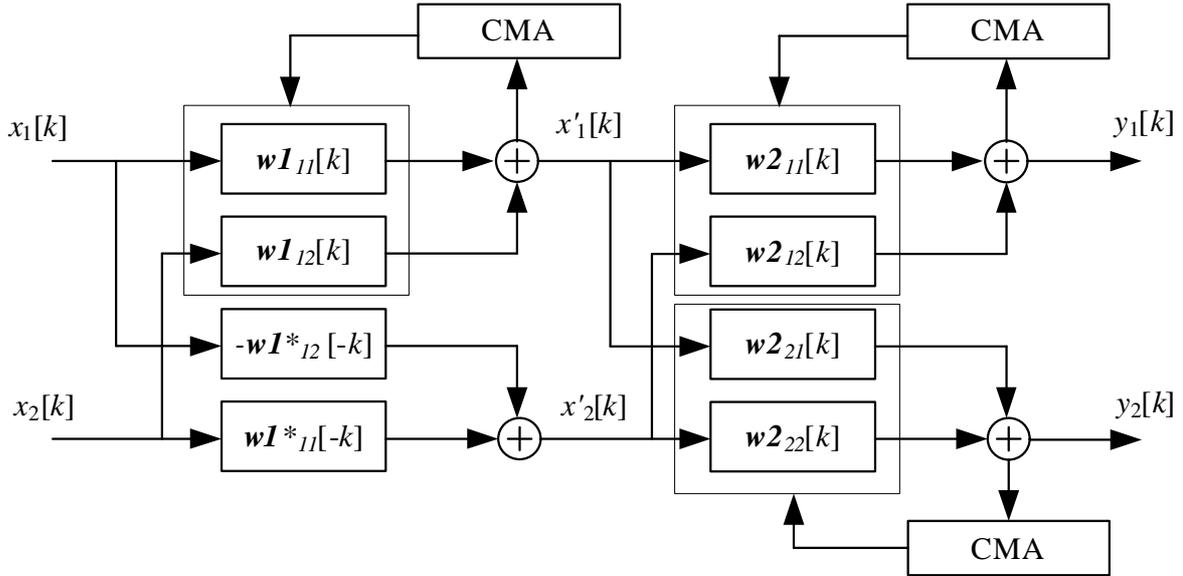


Figura 3.14: Equalizador CMA de dois estágios.

como mostra a Figura 3.14. Desta forma as funcionalidades de cada um dos equalizadores podem ser separadas.

O primeiro estágio, sujeito à restrição, separa os dois sinais multiplexados em polarização e compensa o DGD, enquanto o segundo estágio, atualizado por CMA padrão sem restrição, realiza a equalização fina, compensando a CD residual.

Uma vantagem deste método é que ele permite a equalização sem necessidade de distinguir entre a fase de convergência e a fase de rastreamento. Outra vantagem é a possibilidade de monitoramento da PMD através dos coeficientes das matrizes $\mathbf{W1}$ e $\mathbf{W2}$ [12], uma propriedade útil para aplicações em sistemas reais. Uma óbvia desvantagem deste método é o aumento na complexidade computacional por fator de 2, *grosso modo*, pois exige atualização de dois equalizadores.

3.4.4 MU - CMA

Diferentemente das duas técnicas mencionadas, que impõem restrições sobre a estrutura do equalizador baseando-se nas propriedades físicas, o MU-CMA modifica o próprio critério de módulo constante, alterando a superfície da sua função de custo. Especificamente, o MU-CMA penaliza a correlação entre os sinais de saída, impondo uma restrição de correlação, eliminando os mínimos que resultam em singularidades e forçando uma convergência ao mínimo desejado.

A função de custo de MU-CMA para p usuários é dada por [18]:

$$J_{MU-CM(p)}(\mathbf{W}) = J_{CM(p)}(\mathbf{W}) + 2 \sum_{l,n=1;l \neq n}^p \sum_{\delta=0}^{N-1} |r_{ln}(\delta)|^2, \quad (3.116)$$

sendo $r_{ln}(\delta)$ a função de correlação cruzada, definida como:

$$r_{ln}(\delta) = E \{ y_l[k] y_n^*[k - \delta] \}, \quad (3.117)$$

e $J_{CM(p)}(\mathbf{W})$ a função de custo de CMA para p usuários, definida na Equação (3.99).

Para encontrar o gradiente estocástico correspondente, a função da Equação (3.116) é derivada em relação a \mathbf{W} :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{MU-CM(p)}(\mathbf{W})}{\partial \mathbf{w}_{ij}} &= 4 E \{ (|y_j[k]|^2 - 1) y_j[k] \mathbf{x}^*[k] \\ &+ 4 \left(\sum_{l=1;l \neq j}^p \sum_{\delta=0}^{N-1} r_{jl}(\delta) E \{ y_l[k - \delta] \} \mathbf{x}^*[k] \right), \end{aligned} \quad (3.118)$$

resultando em gradiente:

$$\nabla_{\mathbf{W}} J_{MU-CM(p)}(\mathbf{W}) = [\Delta_1[k] \dots \Delta_p[k]], \quad (3.119)$$

em que

$$\begin{aligned} \Delta_j[k] &= 4 E \{ |y_j[k]|^2 - 1 \} y_j[k] \hat{\mathbf{x}}^*[k] + \\ &+ 4 \sum_{l=1;l \neq j}^p \sum_{\delta=0}^{N-1} r_{jl}(\delta) E \{ y_l[k - \delta] \} \hat{\mathbf{x}}^*[k]. \end{aligned} \quad (3.120)$$

Portanto, o algoritmo estocástico descendente de atualização dos filtros é:

$$\mathbf{W}[k+1] = \mathbf{W}[k] - \mu [\hat{\Delta}_1[k] \dots \hat{\Delta}_p[k]], \quad (3.121)$$

sendo $\hat{\Delta}_j[k]$ – valor estimado de $\Delta_j[k]$, obtido da seguinte forma:

- $E \{ |y_j[k]|^2 - 1 \}$ e $E \{ y_l[k - \delta] \}$ são estimados pelos valores instantâneos $|y_j[k]|^2 - 1$ e $y_l[k - \delta]$, respectivamente;
- $r_{jl}(\delta)$ é estimado por

$$r_{jl}(\delta) \approx \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M y_j[k - m] y_l^*[k - m - \delta], \quad (3.122)$$

em que o termo M determina a acurácia na estimação da esperança.

O parâmetro M é importante para a análise experimental do algoritmo. No Capítulo 4 ele é introduzido sob o nome “comprimento do vetor de estimação de correlação” (*correlation estimation vector length* – CEVL). Os vetores $\mathbf{x}_j[k]$ e $\hat{\mathbf{x}}_j[k]$ são definidos como nas Equações (3.97) e (3.103), respectivamente.

Apesar de o MU-CMA ter sido desenvolvido e avaliado para operação contínua [18], na parte experimental, a abordagem de utilizá-lo para encontrar os coeficientes iniciais dos filtros, foi aplicada. Ou seja, como no caso do CMA com restrição, o MU-CMA foi utilizado para alcançar a convergência inicial, mudando, em sequência, para o CMA padrão. O uso de MU-CMA apenas para a inicialização do sistema evita a complexidade de cálculo da correlação cruzada durante a operação em regime permanente do sistema. Conforme, testes com dados experimentais revelaram que um incremento de quantidade de iterações acima de 5×10^3 antes de mudar para o CMA padrão não afeta o número de ocorrências de singularidades, validando esta abordagem.

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE

4.1 ARRANJO EXPERIMENTAL

4.1.1 Aquisição de dados

O diagrama da Figura 4.1 representa o arranjo experimental, dividido em três blocos: o bloco de transmissor, o bloco emulador do canal óptico e o bloco detector e armazenador.

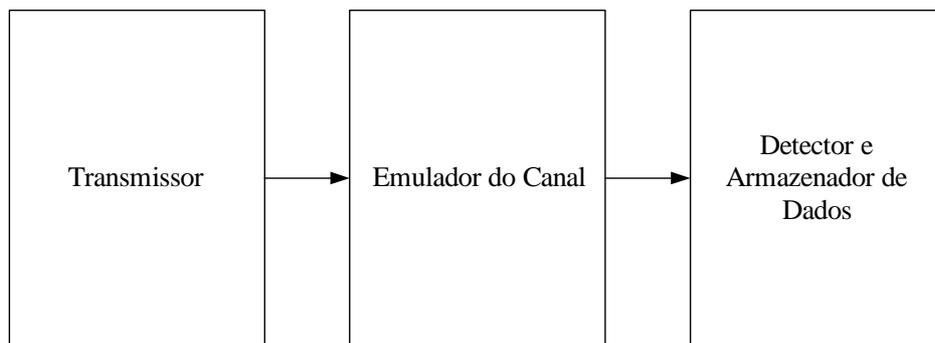


Figura 4.1: Diagrama de blocos do arranjo experimental.

A Figura 4.2 apresenta o bloco transmissor de forma detalhada. Os acrônimos utilizados nas figuras desta seção estão resumidos na Tabela 4.1 para referência.

O gerador de padrões de pulsos (Anritsu MP1758A) produz quatro sequências de bits pseudo-aleatórias (*pseudo-random bit sequence* – PRBS) de comprimento 2^{11} , mutuamente atrasadas, na taxa de 7 Gb/s, posteriormente multiplexadas em sequência única na taxa de 28 Gb/s. Esta sequência e a sua versão inversa, são divididas em dois e atrasadas por 52 bits em um dos ramos, para gerar as componentes em fase (I) e quadratura (Q). As componentes I e Q alimentam o modulador QPSK Mach-Zehnder (MZM), cuja entrada óptica, gerada por um laser de realimentação distribuída (*continuous wave distributed feedback* – CW DFB) sintonizável (Santur ITLA-3020-C), com largura de linha de espectro de 3 MHz, é ajustada para um comprimento de onda de 1548,51 nm. Em seguida, o sinal QPSK resultante é submetido a um modulador de pulsos retorna-para-zero (*return-to-zero* – RZ). Subsequentemente, o bloco formado por um separador de feixe de polarização (*polarization beam splitter* – PBS), uma fibra

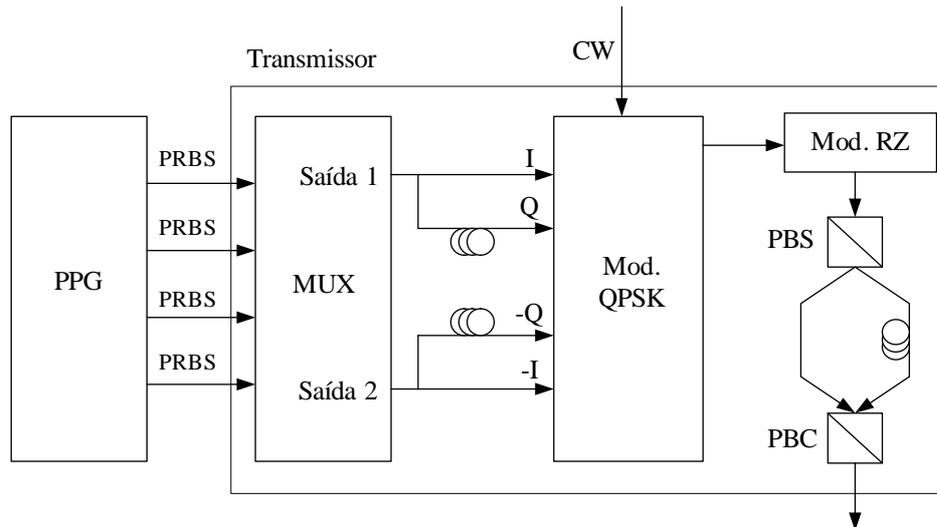


Figura 4.2: Bloco transmissor.

mantenedora de polarização (*polarization maintaining fiber* – PMF) que insere atraso de 300 símbolos em um dos ramos, e um combinador de feixe de polarização (*polarization beam combiner* – PBC), produz os sinais da polarização horizontal (X-pol.) e vertical (Y-pol.), concluindo o bloco transmissor.

O bloco emulador do canal, apresentado na Figura 4.3, consiste de um gerador de PMD (JDS Uniphase PE3), um embralhador de polarização (General Photonics PSY-101 / HP 11896A) e um gerador de CD (Avanex Tunable Dispersion Compensation module - Núm: 06-3110-10-01), que são introduzidos para gerar as condições de transmissão desejadas. O sinal gerado é, então, amplificado por um amplificador a fibra dopada com érbio (*erbium doped fiber amplifier* – EDFA) (Manlight, modelo: HWT-EDFA-A-B-PAC15-FC/PC). Ruído óptico é gerado pelo módulo de ruído, composto

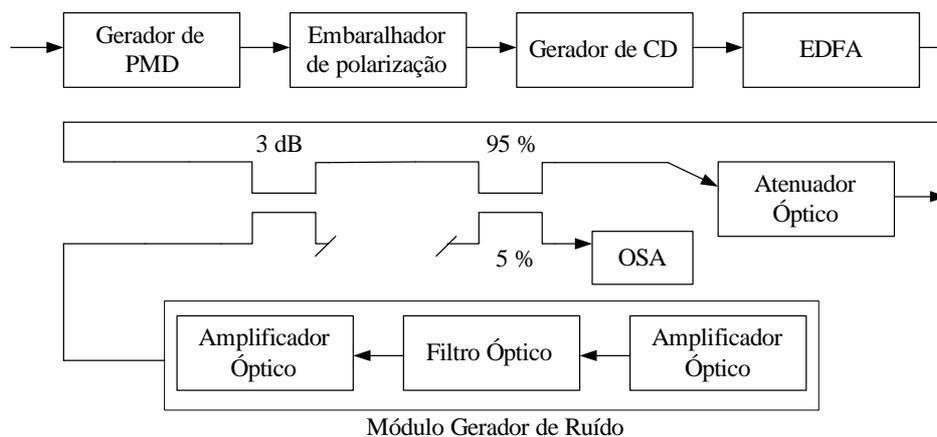


Figura 4.3: Bloco emulador do canal óptico.

por dois amplificadores (Avanex P/N 603810001) e um filtro óptico passa-banda de 100 GHz. Este arranjo permite amplificar o ruído apenas na faixa de frequências de

Tabela 4.1: Tabela de Acrônimos

ADC	Conversor analógico digital – <i>analog-to-digital converter</i>
CW	Onda contínua – <i>continuous wave</i>
EDFA	Amplificador a fibra dopada com érbio – <i>erbium doped fiber amplifier</i>
LO	Oscilador local – <i>local oscillator</i>
MUX	Multiplexador
Mod. RZ	Modulador retorna-para-zero – <i>return-to-zero modulator</i>
Mod. QPSK	Modulador QPSK
OSA	Analizador do espectro óptico – <i>optical spectrum analyzer</i>
PBC	Separador de feixe de polarização – <i>polarization beam splitter</i>
PBS	Combinador de feixe de polarização – <i>polarization beam combiner</i>
PPG	Gerador de padrões – <i>pulse pattern generator</i>
PRBS	Sequência binária pseudo-aleatória – <i>pseudorandom binary sequence</i>

interesse. O ruído é combinado, posteriormente, com o sinal, por meio de um acoplador de 3 dB, após ser ajustado para o valor alvo por um atenuador óptico (JDS Uniphase HA11). Depois de passar por divisor de 95/5%, cujo ramo de 5% de potência alimenta um analisador de espectro óptico (HP 70950A), o sinal é ajustado por outro atenuador (Anritsu MN9611B).

A Figura 4.4 mostra o bloco detector e armazenador, em que uma fonte laser CW (HP 8168A), amplificada com EDFA (Manlight, modelo: HWT-EDFA-A-B-PAC15-FC/PC), é usada como oscilador local. Um “front-end” óptico detecta o sinal, separando-

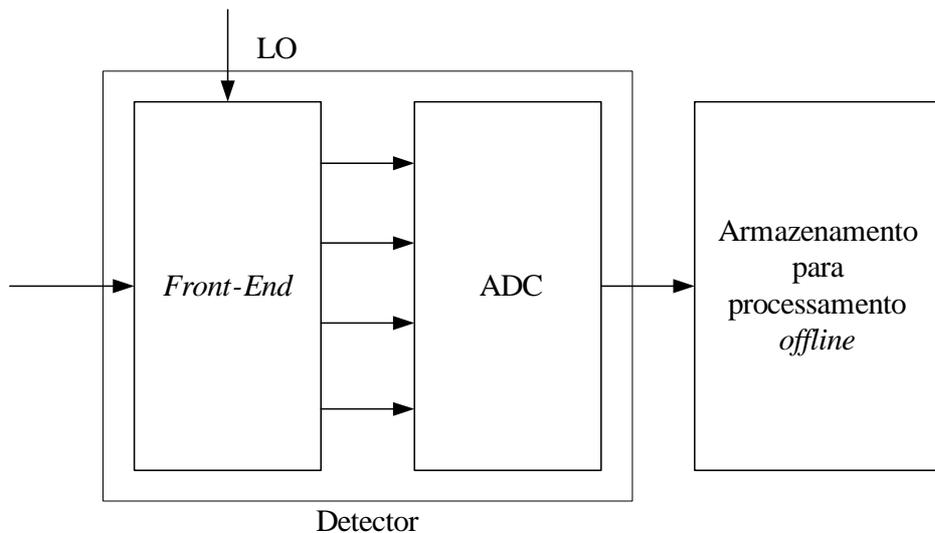


Figura 4.4: Bloco detector e armazenador.

o em duas polarizações, misturadas, em seguida, com o LO numa híbrida de 90°. A

conversão opto-elétrica é realizada por meio de quatro pares de fotodetectores balanceados. Os sinais de saída do detector, que correspondem às componentes (I) e (Q) de ambas as polarizações, são amostradas a 50 GSa/s por um osciloscópio de quatro canais (Tektronix DPO72004), resultando em digitalização na taxa de 50/28 amostras por símbolo, com resolução nominal de 8 bits. No entanto, a resolução efetiva é substancialmente menor, e pode ser estimada entre 4 e 5 bits [35]. Os dados são armazenados, então, para pós-processamento *offline*.

Para cada uma das condições testadas foram obtidas 10^3 seqüências de dados, arbitrariamente polarizadas, de 10^6 amostras.

4.1.2 Processamento *offline*

Durante o processamento *offline*, realizado utilizando o software Matlab[®], as seqüências de dados foram submetidas ao procedimento de ortogonalização e normalização, seguido por reamostragem por fator de 28/25, para obter uma taxa de 2 amostras por símbolo. Depois da equalização e separação de fontes pelos algoritmos testados, foram realizados os procedimentos de recuperação da portadora, decisão e decodificação. Posteriormente, foi calculada a correlação cruzada entre as seqüências de bits (I) e (Q) de ambos os sinais demultiplexados para atrasos de até a metade do tamanho dos filtros do equalizador, correspondentes aos atrasos de símbolos possíveis entre polarizações. O limiar da função correlação cruzada, que representa uma ocorrência de singularidade, foi estabelecido em 0,5.

Para todos os algoritmos foram usados equalizadores com filtros de 15 coeficientes. Ademais, no CMA com restrição e o MU-CMA foram realizadas 5×10^3 iterações, antes de mudar para o CMA padrão (veja o Capítulo 3.4). A Figura 4.5 mostra a maneira em que os algoritmos foram testados, em relação às seqüências de dados experimentais. A inicialização dos filtros, em todos os ensaios, foi feita pela técnica de *single-spike*. Os dados experimentais, que incluem seqüências de 10^6 amostras, resultam em $1,12 \times 10^6$ amostras depois da reamostragem, ou em 560×10^3 símbolos na saída do equalizador. Deles, 50×10^3 foram utilizados para estimação de SNR e as ocorrências de singularidades, após descartar os primeiros 145×10^3 símbolos (290×10^3 amostras), correspondentes à fase de convergência (veja a Figura 4.5). Este número grande de símbolos descartados resulta da implementação do MU-CMA. Já que o MU-CMA utiliza um vetor para calcular a correlação entre os sinais na polarização X e Y (veja a Seção 3.4.4), cujo tamanho é dado pelo parâmetro CEVL, os coeficientes dos filtros do equalizador MU-CMA são atualizados cada vez que este vetor é preenchido

com novas amostras. Porém, a correlação é calculada, também, para os atrasos possíveis entre os símbolos das duas polarizações, em que o atraso máximo corresponde à metade do tamanho do equalizador. Desta forma, no caso em que $CEVL = 20$ e os filtros do equalizador possuem 15 coeficientes, a atualização é feita a cada 27 iterações do algoritmo. Então, as 5×10^3 atualizações do equalizador correspondem a $27 \cdot 5 \times 10^3 = 135 \times 10^3$ símbolos. Depois de mudar para o CMA padrão, 10×10^3 símbolos adicionais, correspondentes à fase de convergência do algoritmo são descartados, resultando no valor total de 145×10^3 símbolos descartados. No CMA com restrição a atualização dos coeficientes é feita na taxa de símbolos, e, portanto, a mudança para o CMA padrão ocorre após 5×10^3 símbolos.

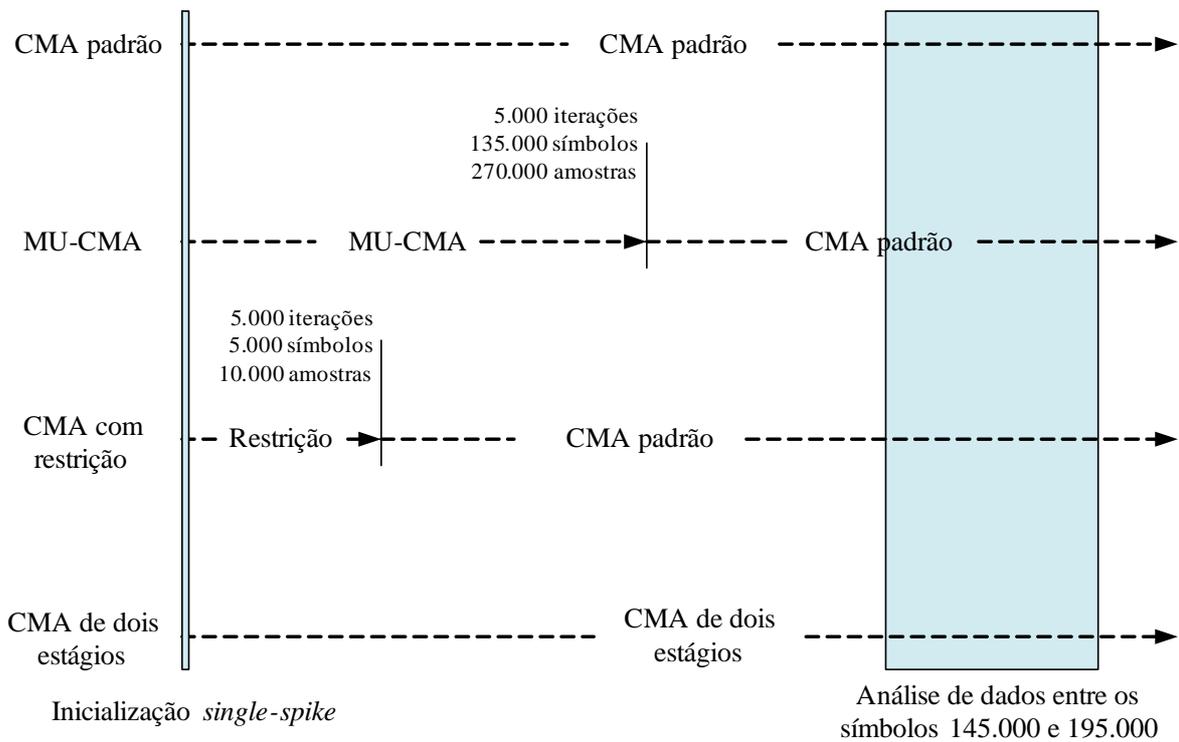


Figura 4.5: Diagrama da análise experimental dos algoritmos.

4.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As Figuras 4.6a e 4.6b mostram as curvas que relacionam a SNR óptica (OSNR) com a taxa de erro de bit (BER), e a OSNR com a SNR estimada. Elas estão apresentadas aqui para referenciar o ponto de operação desejado, correspondente a $BER = 10^{-3}$ à SNR estimada. Esta taxa de erro na transmissão permite alcançar uma $BER \leq 10^{-12}$,

exigida pelo padrão IEEE 802.3ba de 100GbE [36], por meio de códigos corretores de erros. A curva que representa a SNR média na Figura 4.6b foi obtida pelo ajuste polinomial no sentido de erro quadrático mínimo.

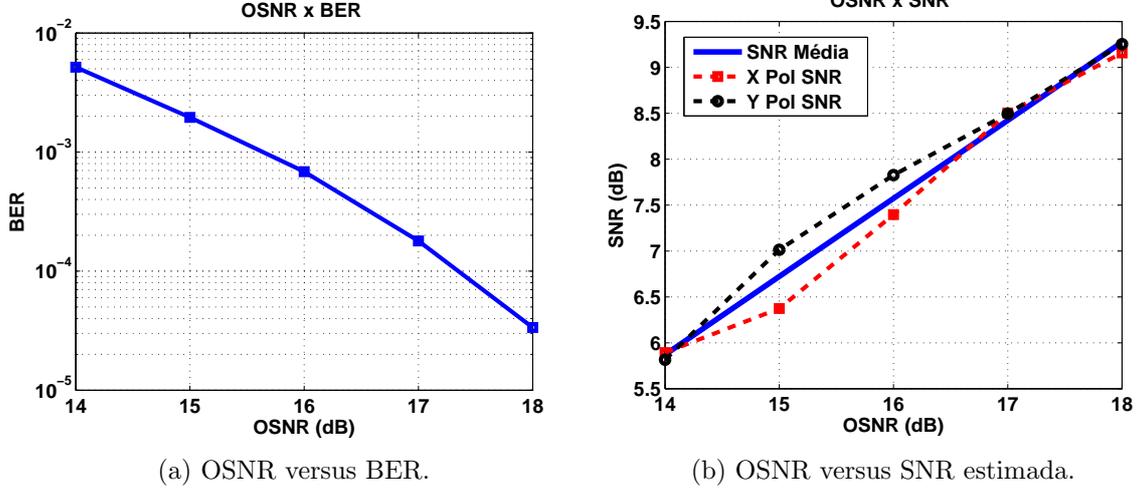


Figura 4.6: Relações de referência: OSNR vs. BER e OSNR vs. SNR.

A OSNR é definida da seguinte forma:

$$\text{OSNR} \triangleq \frac{P}{2 N_{ASE} B_{ref}}, \quad (4.1)$$

sendo P , a potência total do sinal, *i.e.*, a soma das potências de ambas as polarizações, N_{ASE} a densidade espectral do ruído ASE em uma polarização, e B_{ref} a banda de referência. Comumente, para comprimento da onda portadora de 1550 nm (frequência da portadora de 193,4 THz), a B_{ref} utilizada é de 12,5 GHz, que corresponde a uma resolução em comprimento de onda de 0,1 nm [37].

A SNR foi estimada segundo o método apresentado em [37], resumido a seguir:

$$E_s = \sqrt{2 \left(\overline{|y[n]|^2} \right)^2 - \overline{|y[n]|^4}}, \quad (4.2)$$

$$N_0 = \overline{|y[n]|^2} - E_s, \quad (4.3)$$

em que E_s é a energia de símbolo, N_0 a potência do ruído complexo $N_0 = 2\sigma_\eta^2$, e o operador $\overline{(\cdot)}$ denota o valor médio. Após encontrar a energia de símbolo, a energia de bit, E_b , obtém-se da seguinte forma:

$$E_b = \frac{E_s}{\log_2 M} = E_s/2, \quad (4.4)$$

em que $M = 4$ é o tamanho da constelação. Finalmente,

$$\text{SNR [dB]} = 10 \log \frac{E_b}{N_0}. \quad (4.5)$$

4.2.1 Resultados do processamento de dados gerados na presença do ruído ASE

Os dados da Tabela 4.2 mostram a influência do tamanho do vetor da computação de aproximação da correlação do algoritmo MU-CMA, CEVL, definido na Seção 3.4.4, na ocorrência de singularidades. Neste caso, a única fonte de distorção é o ruído ASE, que resulta em uma OSNR = 17 dB. À luz destes resultados, o tamanho fixo de CEVL = 20 foi usado para o MU-CMA no processamento subsequente.

Tabela 4.2: Ocorrência de Singularidades vs. CEVL

Algoritmo	Número de ocorrências de singularidades									
	CEVL (MU-CMA)									
	3	4	5	6	10	14	18	20	21	22
MU-CMA	268	171	77	49	6	4	1	0	0	0
CMA com restrição	0									
CMA de dois estágios	2									
CMA padrão	25									

Neste caso, quando o ruído é a única fonte de distorção, todos os algoritmos exibem um melhoramento no desempenho em relação ao CMA padrão. No entanto, deve-se notar que a própria inicialização *single-spike* leva a uma ocorrência relativamente baixa de singularidades. Ademais, a inicialização *single-spike* também satisfaz à restrição da Equação (3.109).

A Figura 4.7 a seguir mostra a SNR estimada para cada uma das polarizações separadamente, e a Figura 4.8 apresenta os mesmos resultados, porém com uma maior resolução.

Pode-se observar que, com exceção do CMA de dois estágios, todos os algoritmos apresentaram uma SNR estimada semelhante, em torno de 8,5 dB, correspondente à BER abaixo de 10^{-3} (veja as Figuras 4.6a e 4.6b). Vale notar, também, que para todos os algoritmos houve convergência dos equalizadores em cada um dos 10^3 ensaios. Ou seja, a robustez do algoritmo CMA não foi afetada pelas técnicas para evitar singularidades, investigadas. A maior resolução da Figura 4.8 permite observar que, aparentemente, em um grande número de casos, os algoritmos CMA padrão, CMA com restrição e MU-CMA convergem para os mesmos mínimos. Graficamente este fenômeno é observado pelos pontos sobrepostos. De fato, o CMA padrão e o CMA com restrição sempre convergem para o mesmo mínimo na polarização X (a polarização atualizada sem restrição), pois os tributários do equalizador MIMO, \mathbf{w}_{11} e \mathbf{w}_{12} (veja

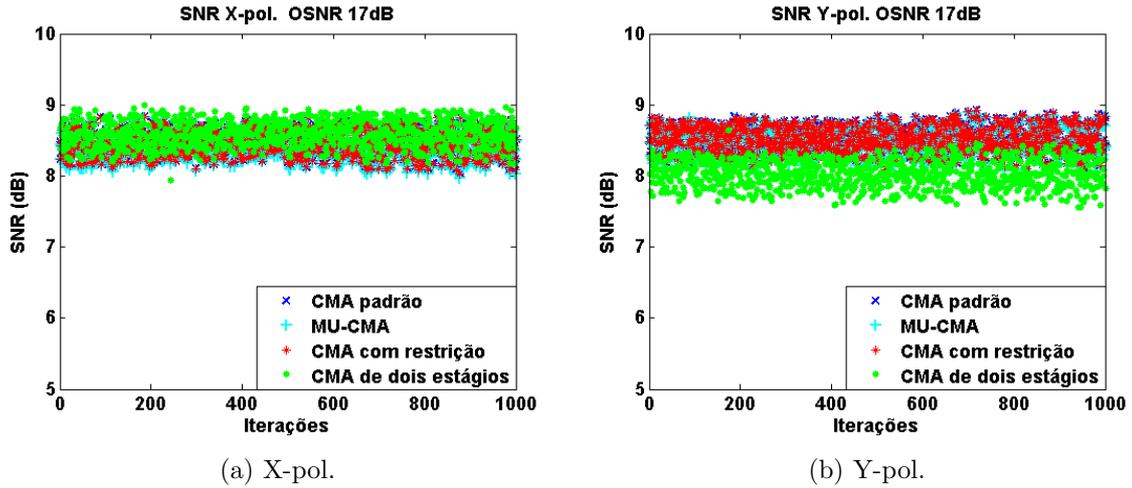


Figura 4.7: SNR estimada na presença do ruído ASE.

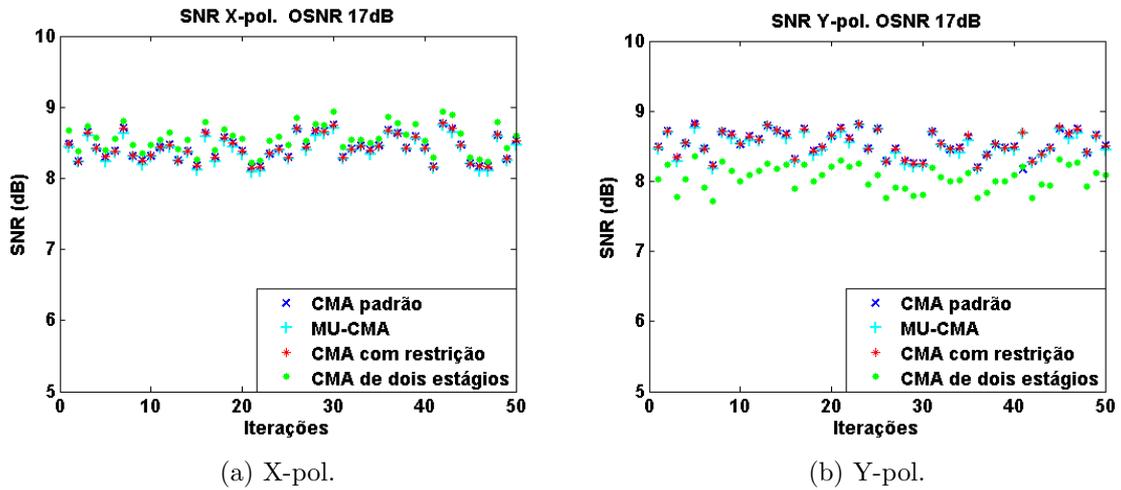


Figura 4.8: SNR estimada na presença do ruído ASE: alta resolução.

a Figura 2.7), são atualizados da mesma forma em ambos algoritmos. Já o CMA de dois estágios não apresenta os mesmos mínimos, pois utiliza dois filtros, que levam a uma superfície de custo inteiramente diferente. Observa-se, também, que o CMA de dois estágios apresenta, na polarização X, uma SNR estimada maior que os outros algoritmos. Este resultado provém do uso de dois filtros de 15 coeficientes em vez de um, que, aumentando os graus de liberdade do equalizador, permite a sua melhor adaptação. No entanto, uma observação importante para o CMA de dois estágios é que a SNR estimada para a polarização Y é em torno de 0,5 dB menor que para a polarização X. Isto indica que o CMA de dois estágios penaliza a orientação de polarização que não é atualizada de maneira livre no primeiro estágio. Os diagramas de caixa das Figura 4.9 e 4.10 apresentam vários parâmetros estatísticos da SNR estimada para cada algoritmo nas polarizações X e Y, respectivamente: as medianas (denotadas por linhas pretas);

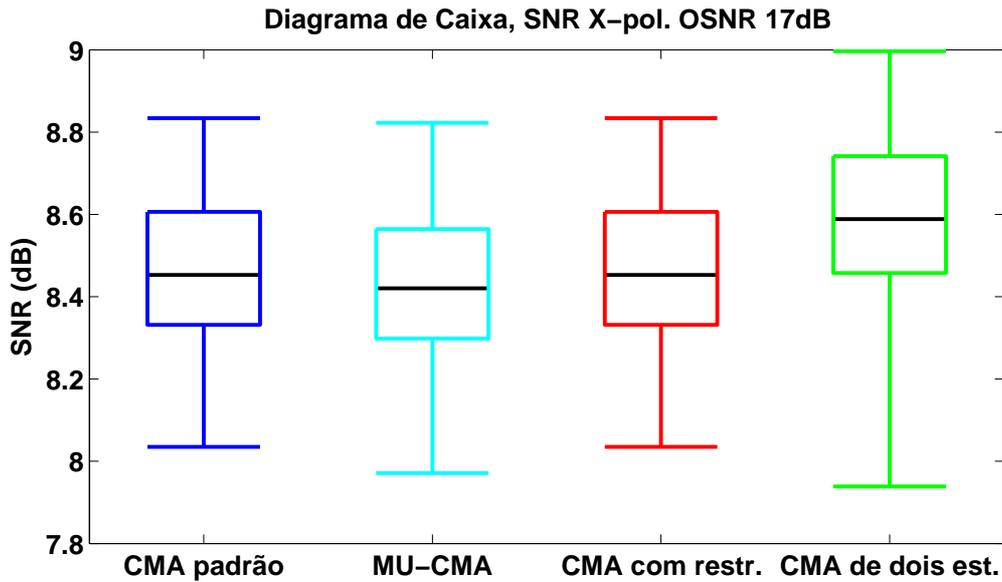


Figura 4.9: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de ruído ASE, X-pol.

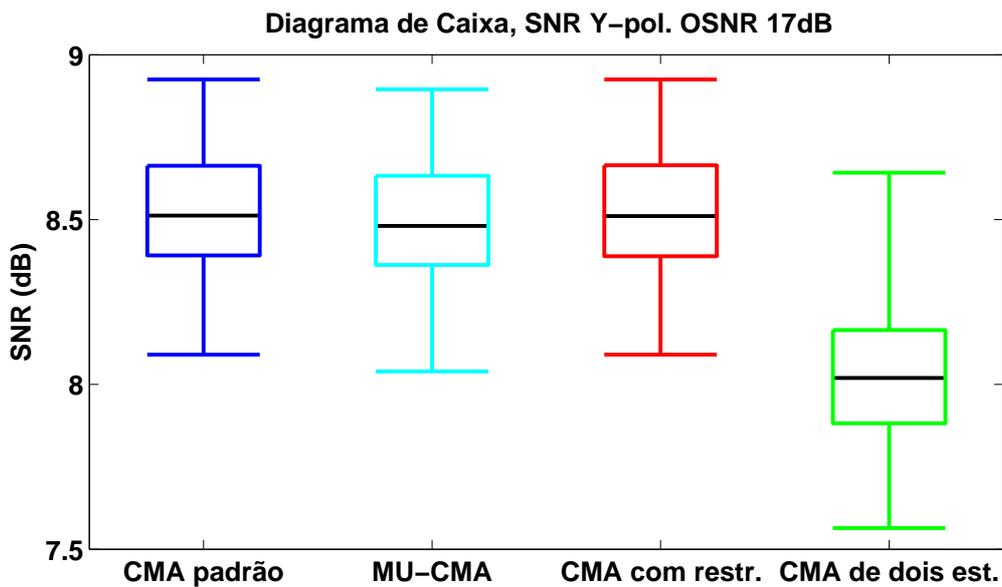


Figura 4.10: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de ruído ASE, Y-pol.

os valores mínimos e máximos; e os quartis inferiores e superiores, correspondentes a 25% e 75% do total dos dados.

Observa-se que o CMA de dois estágios e o MU-CMA possuem um espalhamento pequeno e simétrico de SNR, comparável com o espalhamento do CMA padrão. O CMA de dois estágios possui um espalhamento ligeiramente maior, com variações maiores da SNR nos 50% inferiores na polarização X, e com variações maiores da SNR nos 50% superiores na polarização Y. As medianas das polarizações X e Y do CMA de dois estágios apresentam uma diferença de 0,6 dB.

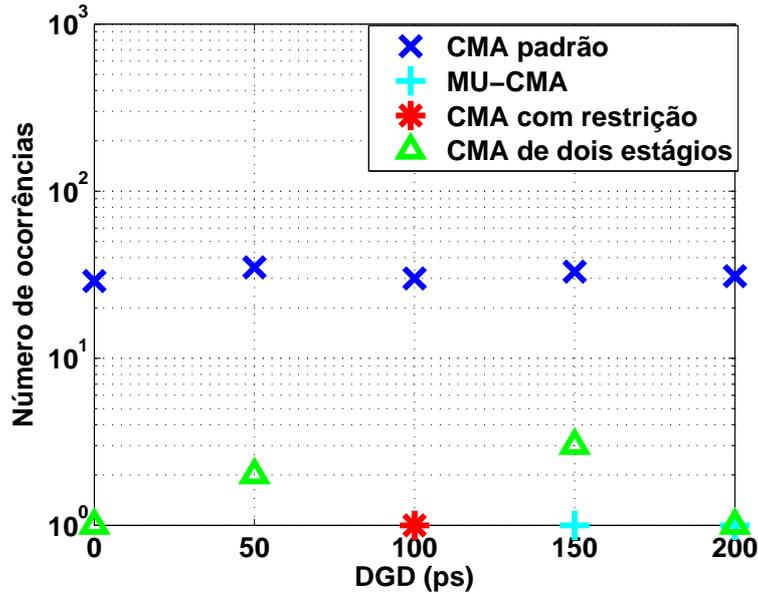


Figura 4.11: Ocorrência de singularidades na presença da CD residual. OSNR = 18 dB.

4.2.2 Resultados do processamento de dados gerados na presença da dispersão cromática

As ocorrências de singularidades para vários valores da CD residual são apresentadas na Figura 4.11. Uma análise do gráfico apresentado leva a duas observações principais: todos os algoritmos apresentaram um desempenho superior ao CMA padrão, resultando numa porcentagem de ocorrências de singularidades inferior a 0,5%, no pior caso. O aumento da dispersão cromática residual não afeta de maneira significativa as propriedades de convergência dos algoritmos. Nota-se também, que todos os algoritmos testados exibiram singularidades. Na Figura 4.12 observa-se a SNR estimada para um valor escolhido da dispersão cromática residual de 50 ps/nm. De modo geral, como era de esperar, a SNR estimada diminuiu em torno de 0,5 dB em relação ao caso do sinal corrompido apenas pelo ruído ASE (veja a Figura 4.7), resultando em uma SNR média de 8 dB. As observações feitas previamente na análise do caso do ruído ASE em relação ao CMA de dois estágios, considerando a penalidade da polarização não atualizada de forma livre no primeiro estágio (a polarização Y), são evidentes, também, na presença da CD residual. Observa-se que, também, na presença da dispersão cromática a robustez do CMA tampouco é afetada pelas técnicas investigadas. Os seja, não houve casos em que os equalizadores não obtiveram convergência.

Os diagramas de caixa da SNR estimada para as polarizações X e Y são apresentados nas Figuras 4.13 e 4.14, respectivamente.

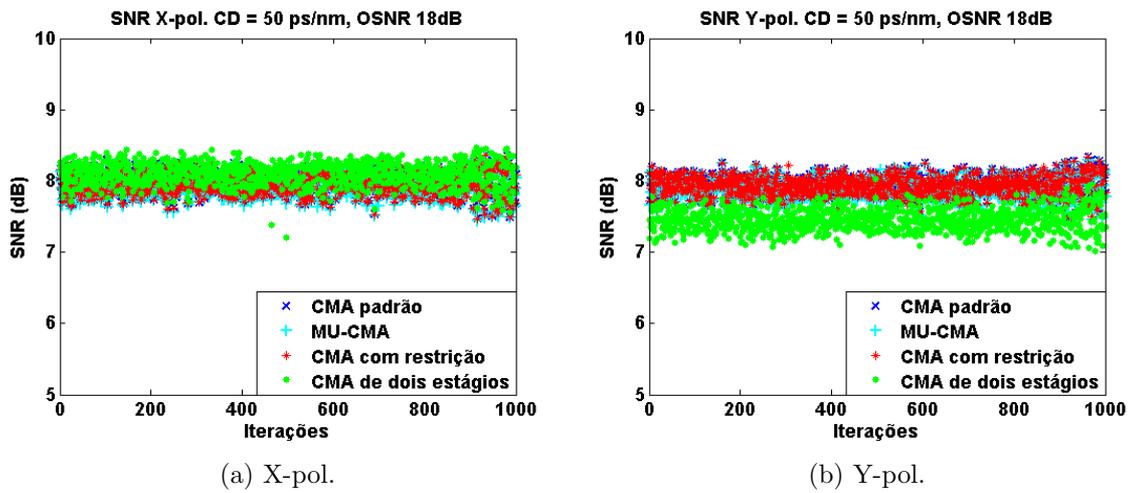


Figura 4.12: SNR estimada na presença da CD residual.

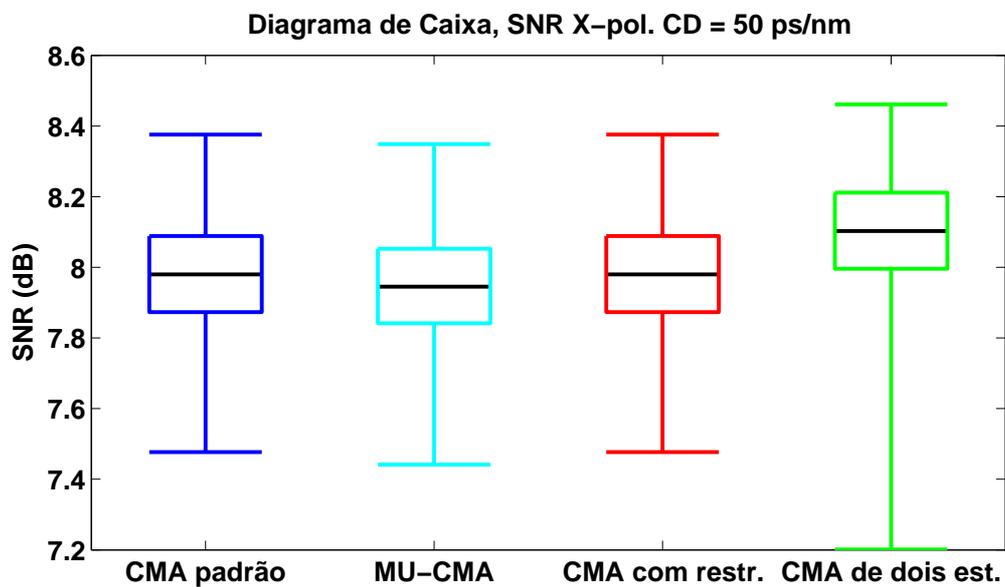


Figura 4.13: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença da CD residual, X-pol.

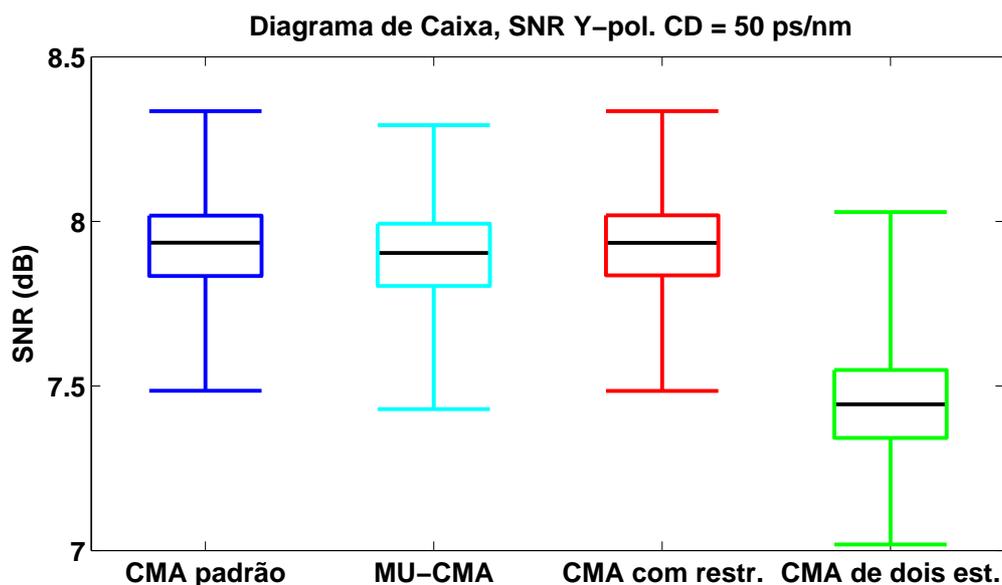


Figura 4.14: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença da CD residual, Y-pol.

Nota-se que o CMA padrão, o MU-CMA e o CMA com restrição apresentam propriedades estatísticas da SNR estimada semelhantes em ambas as polarizações: a mediana ligeiramente abaixo de 8 dB e espalhamento de valores da SNR entre 7,5 e 8,4 dB, aproximadamente. O CMA de dois estágios, na polarização X, apresenta um espalhamento dos valores da SNR estimada consideravelmente maior, entre 7,2 e 8,5 dB. Na polarização Y este espalhamento é menor, porém, com uma penalidade considerável no valor da mediana, em torno de 0,7 dB em relação à polarização X.

4.2.3 Resultados do processamento de dados gerados na presença de DGD

A Figura 4.15 mostra as ocorrências de singularidades para vários valores de DGD. O atenuador óptico (veja a Figura 4.3) foi ajustado para uma OSNR resultante de 18 dB. É evidente que DGD produz um maior impacto na taxa de ocorrências de singularidades no CMA padrão, como no caso de DGD de 20 e 60 ps, em que a taxa de ocorrências de singularidades alcança valores superiores a 30%. No entanto, o CMA com restrição apresentou um desempenho excepcional, resultando na ocorrência de apenas uma singularidade. O MU-CMA também apresentou um desempenho satisfatório, demonstrando, porém, um aumento de ocorrências com o aumento de DGD. O CMA de dois estágios apresentou o pior desempenho, com taxas de ocorrências de singularidades de até 13%, para DGD de 20 ps. A Figura 4.16 foi gerada com os mesmos dados que a Figura 4.15, porém representando as ocorrências de singularidades

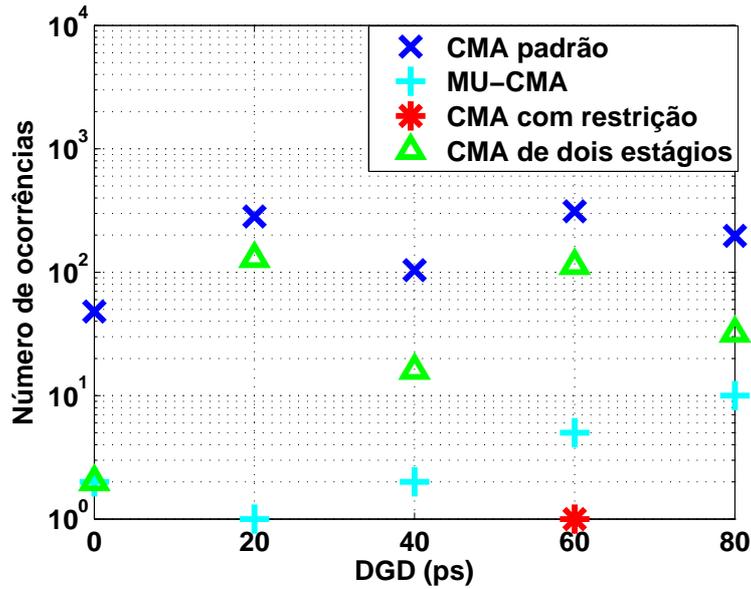


Figura 4.15: Ocorrência de singularidades na presença de DGD. OSNR = 18 dB.

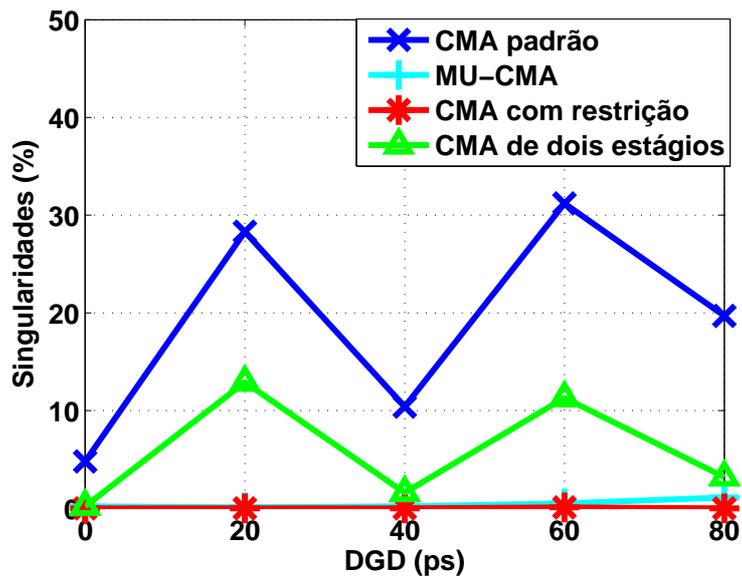


Figura 4.16: Ocorrência de singularidades na presença de DGD (porcentagem) OSNR = 18 dB.

em porcentagens, na escala linear.

A virtude desta figura é que ela permite visualizar de forma fácil uma certa periodicidade de 40 ps na quantidade de ocorrências de singularidades, apresentada pelos algoritmos CMA padrão e CMA de dois estágios. É interessante observar que 40 ps correspondem, aproximadamente, ao tempo de símbolo T_s , cujo valor exato é $T_s = 35,7$ ps. Percebe-se que as ocorrências de singularidades aumentam quando DGD se torna comparável com um múltiplo da metade do T_s , como nos casos de DGD de 20 e 60 ps,

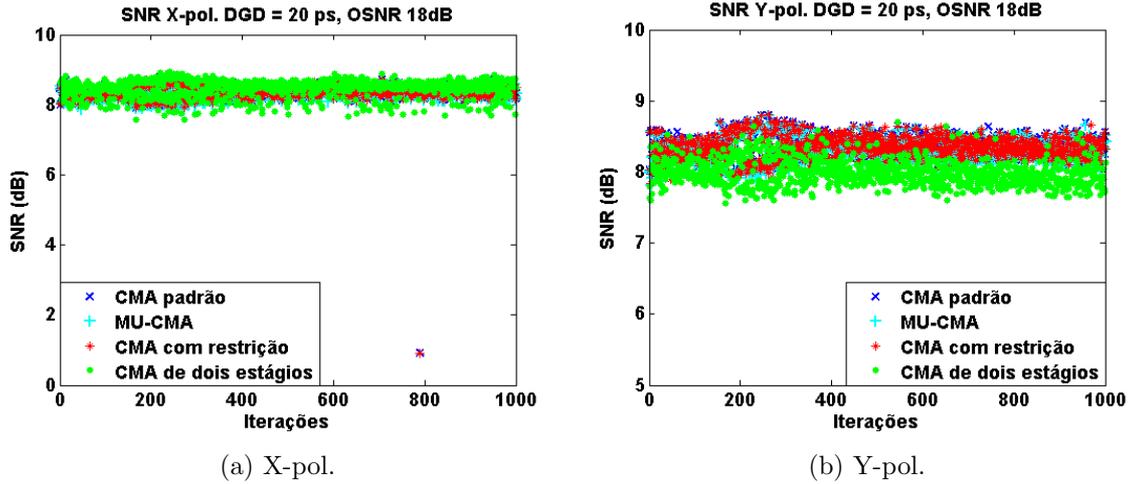


Figura 4.17: SNR estimada na presença de DGD.

e diminuem quando DGD aproxima-se de um múltiplo inteiro do período de símbolo, como nos casos de DGD de 40 e de 80 ps. Uma explicação plausível para este fenômeno é que a condição de restrição, dada pela Equação (3.109), não considera o formato de modulação e nem as peculiaridades de um sistema fracionalmente espaçado. A combinação destes fatores pode afetar a validade da condição de restrição. No Apêndice é apresentado um exemplo de baixa complexidade, que ilustra um caso em que, de fato, esta condição não é satisfeita.

A Figura 4.17 mostra a SNR estimada para um valor de DGD de 20 ps nas polarizações X e Y. Percebe-se que houve um caso em que o CMA padrão, e consequentemente, também, o CMA com restrição, não conseguiram equalizar o sinal na polarização X. Casos como este são decorrentes da natureza estocástica do CMA. Os demais algoritmos não apresentaram problemas de equalização, mostrando-se robustos na presença de DGD. O CMA de dois estágios apresentou uma penalidade na SNR estimada para a polarização Y, semelhante aos casos anteriores. Os parâmetros estatísticos da SNR na presença de DGD, para as duas polarizações, são apresentados nas Figuras 4.18 e 4.19, em que o *outlier*, ou, o valor atípico, correspondente ao ponto de não convergência do CMA padrão e do CMA com restrição na polarização X, não foi incluído, para manter uma resolução mais coerente do diagrama. Observa-se neste caso, também, um maior espalhamento de valores da SNR no CMA de dois estágios, além da penalidade observada pela mediana da SNR na polarização Y. Pode-se notar, também, que existe uma incerteza, oriunda da natureza estocástica dos algoritmos. Conforme, todos os algoritmos investigados apresentaram algumas singularidades.

Por último, a Tabela 4.3 resume os casos em que os algoritmos não conseguiram alcançar uma convergência, resultando em uma baixa SNR estimada, cujo limiar para

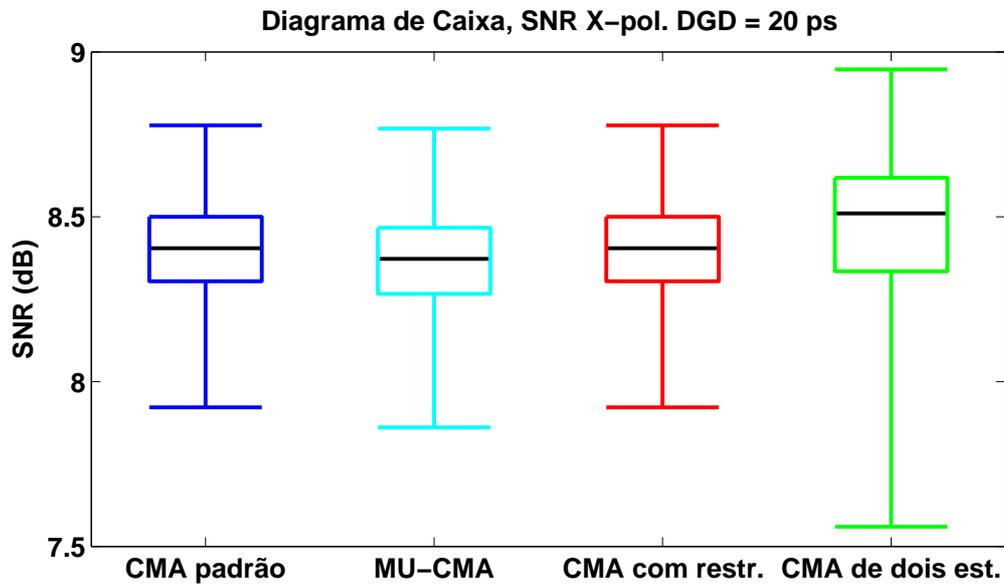


Figura 4.18: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de DGD, X-pol.

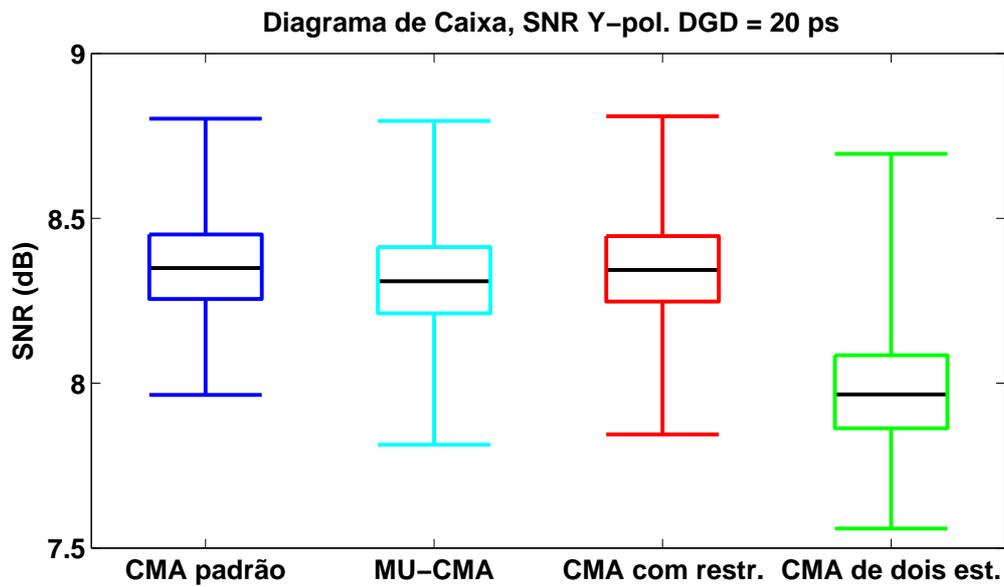


Figura 4.19: Diagrama de caixa da SNR estimada na presença de DGD, Y-pol.

a não-convergência foi estabelecido como sendo inferior a 4 dB. Os resultados para as duas polarizações, y_1 e y_2 , são apresentados separadamente. Esta tabela demonstra a estabilidade temporal do experimento e a robustez dos algoritmos testados. Conforme, foram observados apenas 8 casos de não-convergência durante todo o processamento, correspondentes a uma porcentagem de não-convergência inferior a 0,01 %.

Tabela 4.3: Ocorrência de Não-Convergências

Algoritmo		Ocorrência de Não-Convergências										
		ASE [dB]	CD [ps/nm]					DGD [ps]				
		17	0	50	100	150	200	0	20	40	60	80
MU-CMA	y_1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	y_2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4
CMA com restrição	y_1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-
	y_2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CMA de dois estágios	y_1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	y_2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
CMA padrão	y_1	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-
	y_2	-	-	-	-	-	-	-	-	1	-	1

5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo a investigação experimental das técnicas para evitar singularidades, ou seja, convergência do equalizador para o mesmo sinal em ambas as saídas, em sistemas DP-QPSK a 112 Gb/s. No intuito de fornecer um panorama contextual, foram apresentados alguns temas essenciais para a abordagem do problema. Primeiramente, o detector óptico coerente foi estudado por meio da sua divisão em subsistemas segundo as tarefas realizadas, detalhando cada uma delas e apresentando as técnicas e algoritmos comumente utilizados. Os efeitos lineares que degradam a transmissão pela fibra óptica também foram apresentados. Em seguida, foram apresentados fundamentos da equalização adaptativa, iniciando pelos conceitos fundamentais, tais como a equalização perfeita e o critério de erro quadrático médio mínimo, avançando para a equalização adaptativa autodidata, a investigação do algoritmo de módulo constante e suas propriedades de convergência. Neste contexto, os tópicos relativos à equalização fracionalmente espaçada e as particularidades do caso de múltiplos usuários também foram abordados. Posteriormente, foi definido o problema de singularidade, e a fundamentação teórica das técnicas investigadas foi apresentada. A parte experimental do trabalho descreveu o arranjo utilizado para a aquisição dos dados, apresentou os resultados obtidos pelo processamento *offline* e comentou o desempenho dos algoritmos em questão.

A análise experimental detalhada das três técnicas para evitar singularidades, CMA com restrição, CMA de dois estágios e MU-CMA, sob efeitos lineares de transmissão, revelou um melhoramento substancial em termos da frequência de ocorrência de singularidades em relação ao CMA padrão. Todos os algoritmos investigados conseguiram reduzir a ocorrência de singularidades. No entanto, sob certas condições, o MU-CMA e CMA com restrição, usados para inicialização do sistema, exibiram melhores resultados que o algoritmo de dois estágios, que não diferencia entre as fases de inicialização e de operação. Ademais, os algoritmos, com exceção de CMA de dois estágios, não apresentaram penalidade de SNR em relação ao CMA padrão. Já o CMA de dois estágios exibiu uma penalização em SNR da polarização que não foi utilizada para a adaptação do primeiro estágio. O desempenho do algoritmo ainda demonstrou uma forte dependência em relação à PMD de primeira ordem. Mostrou-se que o formato do pulso e a equalização fracionalmente espaçada, na presença de PMD, sob certas condições, podem destruir a relação fundamental do algoritmo.

O CMA com restrição mostrou-se eficiente em todas as condições testadas. Devido ao fato dele não acrescentar complexidade computacional ao CMA padrão, ele é recomendado para o uso em sistemas práticos. Além disso, foi observada uma incerteza estatística presente nos algoritmos, de modo que uma total eliminação de singularidades não pode ser garantida.

Alguns trabalhos complementares devem ser realizados para completar a análise apresentada. Primeiramente, e de interesse prático investigar o desempenho dos três algoritmos na presença de PDL, especificamente, sob o efeito de despolarização, em que a ortogonalidade entre os sinais multiplexados não é mantida. Infelizmente, a geração de dados experimentais para estas condições é mais complexa e sujeita a instabilidade. Portanto, uma análise de desempenho na presença de despolarização não foi incluída neste trabalho. Além disso, é de grande importância investigar o fenômeno da permutação arbitrária de fontes em sistemas práticos, em termos de número de ocorrências, os impactos, e o desenvolvimento de técnicas para evitá-lo.

APÊNDICE

A ANÁLISE DA CONDIÇÃO DE RESTRIÇÃO EM UM EQUALIZADOR FRACIONALMENTE ESPAÇADO, PARA O FORMATO DE PULSO RZ

Seja o modelo representado na Figura A.1. O sinal RZ multiplexado em polarização passa por um gerador de DGD, cujos eixos de birrefringência formam um ângulo arbitrário, Θ , com a polarização horizontal do sinal original.

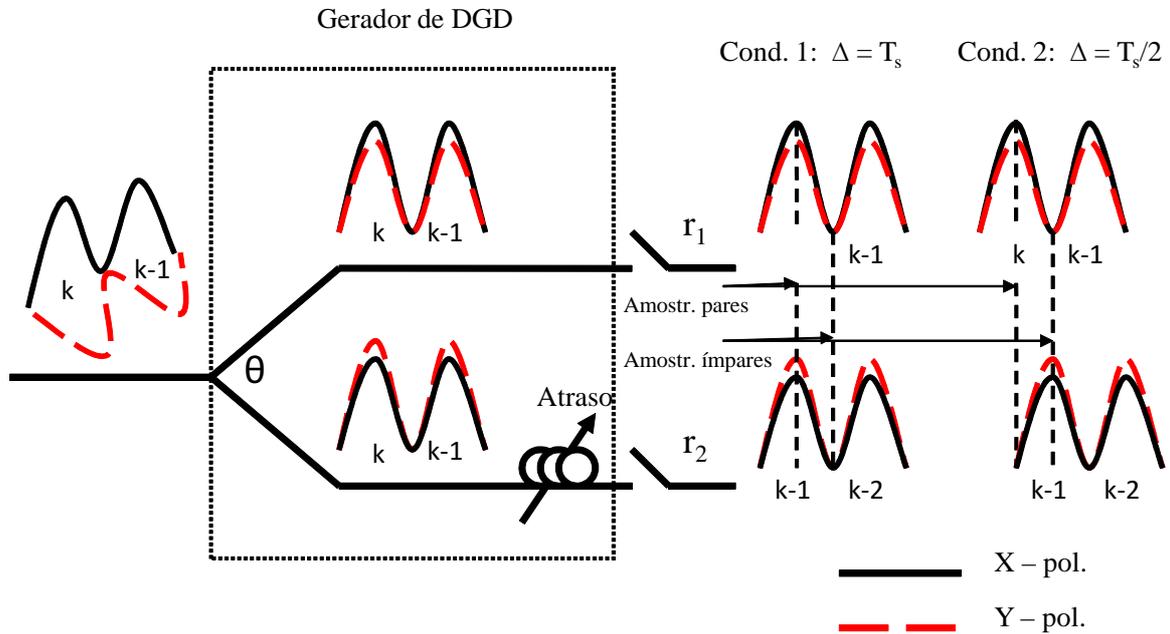


Figura A.1: Sistema RZ gerador de DGD, $l = 2$.

O gerador de DGD insere um atraso, Δ , em um dos eixos. Para fins de simplicidade, é assumido que os eixos do gerador de DGD estejam alinhados com os eixos do receptor, r_1 e r_2 , onde o sinal é amostrado na taxa de duas amostras por símbolo, gerando amostras “pares” e “ímpares”. Esta análise considera apenas dois símbolos consecutivos, mas pode ser estendida para tamanho de filtro qualquer. Duas situações extremas são consideradas:

1. Condição 1: $DGD = T_s$;
2. Condição 2: $DGD = T_s/2$.

Definindo o sinal X-pol. transmitido, s_1 , e o sinal Y-pol., s_2 , obtêm-se as seguintes combinações na entrada do equalizador (veja a Figura A.2):

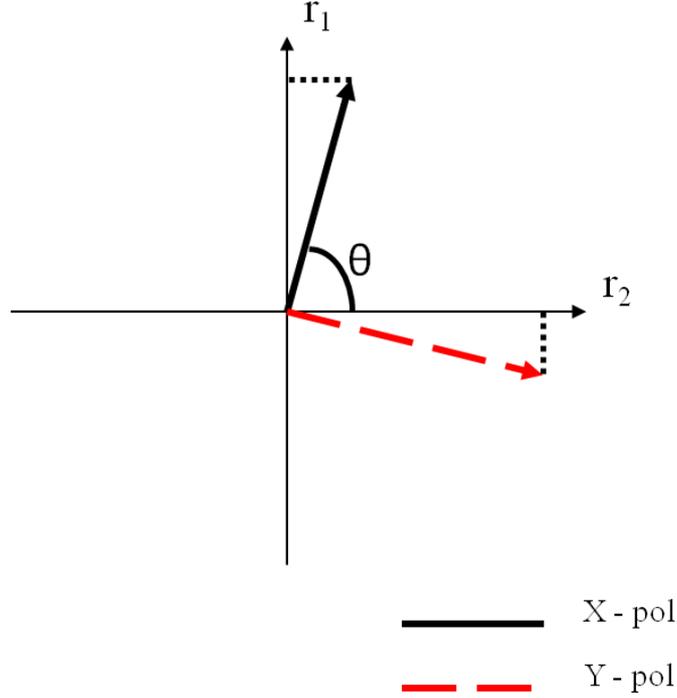


Figura A.2: Divisão de potência do sinal no receptor

$$\begin{aligned}
 x_1^{par}(k) &= s_1(k) \text{sen } \Theta - s_2(k) \text{cos } \Theta, \\
 x_2^{par}(k) &= s_1(k-1) \text{cos } \Theta + s_2(k-1) \text{sen } \Theta, \\
 x_1^{imp}(k) &= 0, \\
 x_2^{imp}(k) &= 0.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Aplicando a transformada \mathbb{Z} nas relações da Equação (A.1) é obtido:

$$\begin{aligned}
 X_1^{par}(z) &= S_1(z) \text{sen } \Theta - S_2(z) \text{cos } \Theta, \\
 X_2^{par}(z) &= z^{-1} S_1(z) \text{cos } \Theta + z^{-1} S_2(z) \text{sen } \Theta, \\
 X_1^{imp}(z) &= 0, \\
 X_2^{imp}(z) &= 0.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

No caso de apenas dois símbolos, a matriz do equalizador é reduzida a:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11}^{par} & w_{21}^{par} \\ w_{11}^{imp} & w_{21}^{imp} \\ w_{12}^{par} & w_{22}^{par} \\ w_{12}^{imp} & w_{22}^{imp} \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Portanto, os sinais de saída do equalizador são:

$$\begin{bmatrix} Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{bmatrix} = \mathbf{W}^T \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & -\text{cos } \Theta \\ 0 & 0 \\ z^{-1} \text{cos } \Theta & z^{-1} \text{sen } \Theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(z) \\ S_2(z) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

ou, eliminando os coeficientes redundantes:

$$\mathbf{W}_{eq} = \begin{bmatrix} w_{11}^{par} & w_{21}^{par} \\ w_{12}^{par} & w_{22}^{par} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

e

$$\begin{bmatrix} Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{eq}^T \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & -\text{cos } \Theta \\ z^{-1} \text{cos } \Theta & z^{-1} \text{sen } \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(z) \\ S_2(z) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Isto leva a:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{eq}^T &= \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & -\text{cos } \Theta \\ z^{-1} \text{cos } \Theta & z^{-1} \text{sen } \Theta \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & z \text{cos } \Theta \\ -\text{cos } \Theta & z \text{sen } \Theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

ou, no domínio da frequência:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{eq}^T &= \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & e^{j\omega} \text{cos } \Theta \\ -\text{cos } \Theta & e^{j\omega} \text{sen } \Theta \end{bmatrix} \\ &= e^{j\frac{\omega}{2}} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{\omega}{2}} \text{sen } \Theta & e^{j\frac{\omega}{2}} \text{cos } \Theta \\ -e^{-j\frac{\omega}{2}} \text{cos } \Theta & e^{j\frac{\omega}{2}} \text{sen } \Theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

em que o termo $e^{j\frac{\omega}{2}}$ representa um atraso temporal, e os coeficientes da matriz satisfazem a Equação (3.109). Portanto:

$$w_{11}^{par} = (w_{22}^{par})^* \quad (\text{A.9})$$

$$w_{12}^{par} = -(w_{21}^{par})^*, \quad (\text{A.10})$$

e qualquer restrição sobre os termos ímpares não afeta as propriedades de convergência.

Já no caso de $\text{DGD} = T_s/2$, os sinais de entrada do equalizador são:

$$\begin{aligned} x_1^{par}(k) &= s_1(k) \text{sen } \Theta - s_2(k) \text{cos } \Theta, \\ x_2^{par}(k) &= 0, \\ x_1^{imp}(k) &= 0, \\ x_1^{imp}(k) &= s_1(k-1) \text{cos } \Theta + s_2(k-1) \text{sen } \Theta. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Após eliminar os coeficientes redundantes é obtido:

$$\mathbf{W}_{eq} = \begin{bmatrix} w_{11}^{par} & w_{21}^{par} \\ w_{12}^{imp} & w_{22}^{imp} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

e

$$\begin{bmatrix} Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{bmatrix} = \mathbf{W}_{eq}^T \begin{bmatrix} \text{sen } \Theta & -\text{cos } \Theta \\ z^{-1} \text{cos } \Theta & z^{-1} \text{sen } \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(z) \\ S_2(z) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.13})$$

que, seguindo os passos do desenvolvimento anterior, leva à seguinte relação:

$$w_{11}^{par} = (w_{22}^{imp})^* \quad (\text{A.14})$$

$$w_{12}^{imp} = -(w_{21}^{par})^*. \quad (\text{A.15})$$

Ou seja, para $\text{DGD} = T_s/2$, a relação da Equação (3.109) é válida apenas se os filtros \mathbf{w}_{12} e \mathbf{w}_{22} são deslocados de uma amostra em relação a \mathbf{w}_{11} e \mathbf{w}_{21} . Portanto, picos de singularidade são observados para valores de DGD de 20 e de 60 ps., correspondentes a $T_s/2$ e $3T_s/2$, respectivamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HAYKIN, S. *Communication Systems*. 4th. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.
- [2] SILVA, M. T. M. da. *Um Estudo Sobre Tecnicas de Equalização Autodidata*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- [3] JOHNSON R., J. et al. Blind equalization using the constant modulus criterion: a review. *Proceedings of the IEEE*, v. 86, n. 10, p. 1927–1950, Oct 1998. ISSN 0018-9219.
- [4] AGRAWAL, G. *Fiber-Optic Communication Systems*. 3rd. ed. [S.l.]: Wiley Interscience, 2002.
- [5] RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K. N. *Optical Networks: a Pratical Perspective*. 3rd. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann Publishers, 2010.
- [6] CHANDRASEKHAR, S.; LIU, X. 40 Gb/s DBPSK and DQPSK formats for transparent 50 GHz DWDM transmission. *Bell Labs Technical Journal*, Wiley periodicals, Inc., v. 14, n. 46, p. 11–26, 2010.
- [7] HOFMANN, P. et al. DWDM long haul network deployment for the Verizon GNI nationwide network. *Optical Fiber Communication Conference, 2005. Technical Digest. OFC/NFOEC*, v. 2, march 2005.
- [8] LIU, L. et al. Initial tap setup of constant modulus algorithm for polarization demultiplexing in optical coherent receivers. *OSA/OFC/NFOEC*, OSA, 2009.
- [9] GODARD, D. N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, IEEE, v. 28, n. 11, p. 1867–1875, 1980.
- [10] CHICHOCKI, A.; AMARI, S. *Adaptive Blind Signal and Image Processing - Learning Algorithms and Applications*. 1st. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, ltd., 2002.
- [11] FARUK, S. et al. Proper polarization demultiplexing in coherent optical receiver using constant modulus algorithm with training mode. *15th OptoElectronics and Communication Conference Technical Digest, OECC2010*, 2010.

- [12] XIE, C.; CHANDRASEKHAR, S. Two-stage constant modulus algorithm equalizer for singularity free operation and optical performance monitoring in optical coherent receiver. *OSA/OFC/NFOEC*, OSA, p. 1 – 3, 2010.
- [13] SAVORY, S. J. Digital coherent optical receivers: Algorithms and subsystems. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*, IEEE, v. 16, n. 5, p. 2120–2126, 2010.
- [14] ZHANG, H. et al. Polarization demultiplexing based on independent component analysis in optical coherent receivers. *34th European Conference on Optical Communication*, ECOC, p. 1–2, 2008.
- [15] SAVORY, S. J. Digital filters for coherent optical receivers. *Opt. Express*, OSA, v. 16, n. 2, p. 804–817, 2008.
- [16] KIKUCHI, K. Polarization-demultiplexing algorithm in the digital coherent receiver. *IEEE/LEOS Summer Topical Meetings*, p. 101–102, July 2008. ISSN 1099-4742.
- [17] JONES, R. C. A new calculus for the treatment of optical systems. *J. Opt. Soc. Am.*, OSA, v. 31, n. 7, p. 500–503, Jul 1941.
- [18] PAPADIAS, C. B.; PAULRAJ, A. A space-time constant modulus algorithm for SDMA systems. *Vehicular Technology Conference*, IEEE, v. 1, n. 46, p. 86–90, 1996.
- [19] VGENIS, A. et al. Nonsingular constant modulus equalizer for PDM-QPSK coherent optical receivers. *PHOTONICS TECHNOLOGY LETTERS*, IEEE, v. 22, n. 1, p. 45 – 47, 2010.
- [20] SAVORY, S. J. et al. Electronic compensation of chromatic dispersion using a digital coherent receiver. *Opt. Express*, OSA, v. 15, n. 5, p. 2120–2126, 2007.
- [21] LEON-GARCIA, A. *Probability and Random Processes for Electrical Engineering*. 2nd. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 1994.
- [22] HO, K.-P. *Phase-Modulated Optical Communication Systems*. 1st. ed. [S.l.]: Springer Science and Business Media, inc., 2005.
- [23] FATADIN, I.; SAVORY, S.; IVES, D. Compensation of quadrature imbalance in an optical QPSK coherent receiver. *IEEE Photonics Technology Letters*, IEEE, p. 1733–1735, 2008.
- [24] IP, E.; KAHN, J. M. Feedforward carrier recovery for coherent optical communications. *J. Lightwave Technol.*, OSA, v. 25, n. 9, p. 2675–2692, Sep 2007.

- [25] GARCIA, F. A.; MELLO, D. A.; WALDMAN, H. Feedforward carrier recovery for polarization demultiplexed signals with unequal signal to noise ratios. *Opt. Express*, OSA, v. 17, n. 10, p. 7958–7969, May 2009.
- [26] NEVES, A. et al. Sobre critérios para equalização não-supervisionada. *Controle & Automação*, Sociedade Brasileira de Automatica, v. 17, n. 3, sept 2006.
- [27] MANOLAKIS, D.; INGLE, V.; KOGON, S. *Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing*. [S.l.]: Artech House, 2005.
- [28] HAYKIN, S. *Unsupervised Adaptive Filtering*. [S.l.]: New York:Wiley, 2000.
- [29] BENVENISTE, A.; GOURSAT, M.; RUGET, G. Robust identification of a non-minimum phase system: Blind adjustment of a linear equalizer in data communications. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 25, n. 3, p. 385 – 399, jun 1980.
- [30] SHALVI, O.; WEINSTEIN, E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels). *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 36, n. 2, p. 312 –321, mar 1990.
- [31] TREICHLER, J.; AGEE, B. A new approach to multipath correction of constant modulus signals. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 31, n. 2, p. 459 – 472, apr 1983.
- [32] LI, Y. G.; LIU, K. R. Adaptive blind source separation and equalization for Multiple-Input/Multiple-Output systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, IEEE, v. 44, n. 7, p. 804–817, 1998.
- [33] SLOCK, D. Blind joint equalization of multiple synchronous mobile users using oversampling and/or multiple antennas. v. 2, p. 1154 –1158 vol.2, oct-2 nov 1994. ISSN 1058-6393.
- [34] SLOCK, D.; PAPADIAS, C. Blind fractionally-spaced equalization based on cyclostationarity. p. 1286 –1290 vol.2, jun 1994. ISSN 1090-3038.
- [35] TEKTRONIX. *DPO7000, DSA/DPO70000, and DSA/DPO70000B Series Digital Phosphor Oscilloscopes Specifications and Performance Verification, Technical Reference*. [S.l.].
- [36] NOWELL, M.; VUSIRIKALA, V.; HAYS, R. Overview of requirements and applications for 40 gigabit and 100 gigabit ethernet. *Ethernet Alliance*, august 2007.

- [37] ESSIAMBRE, R.-J. et al. Capacity limits of optical fiber networks. *Lightwave Technology, Journal of*, v. 28, n. 4, p. 662 –701, feb.15, 2010. ISSN 0733-8724.