



**MODELOS DINÂMICOS NO ESTUDO DO CRESCIMENTO E
PRODUÇÃO EM NÍVEL DE POVOAMENTO TOTAL EM
PLANTIOS DE *Tectona grandis* Linn. F.**

HALLEFY JUNIO DE SOUZA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA-UnB

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

**MODELOS DINÂMICOS NO ESTUDO DO CRESCIMENTO E
PRODUÇÃO EM NÍVEL DE POVOAMENTO TOTAL EM
PLANTIOS DE *Tectona grandis* Linn. F.**

HALLEFY JUNIO DE SOUZA

ORIENTADOR: Dr. EDER PEREIRA MIGUEL

BRASÍLIA – DF, AGOSTO DE 2021

**MODELOS DINÂMICOS NO ESTUDO DO CRESCIMENTO E
PRODUÇÃO EM NÍVEL DE POVOAMENTO TOTAL EM
PLANTIOS DE *Tectona grandis* Linn. F.**

HALLEFY JUNIO DE SOUZA

Dissertação de mestrado submetida ao programa de pós-graduação em ciências florestais do Departamento de Engenharia Florestal da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de mestre.

APROVADA POR:

Prof. Dr. Eder Pereira Miguel

(Departamento de Engenharia Florestal, UnB); (Orientador)

Prof. Dra. Alba Valéria Rezende

(Departamento de Engenharia Florestal, UnB);

Prof. Dr. Christian Dias Cabacinha

(Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG)

Brasília - DF, 30 de agosto de 2021

FICHA CATALOGRÁFICA

SS729m Souza, Hallefy Junio de
MODELOS DINÂMICOS NO ESTUDO DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO EM
NÍVEL DE POVOAMENTO TOTAL EM PLANTIOS DE *Tectona grandis*
Linn. F. / Hallefy Junio de Souza; orientador Eder Pereira
Miguel. -- Brasília, 2021.
133 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado em Ciências Florestais)
- Universidade de Brasília, 2021.

1. Modelos de povoamento total. 2. Modelos biológicos. 3.
Covariáveis. 4. Modelos dinâmicos. 5. Capacidade produtiva.
I. Miguel, Eder Pereira, orient. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SOUZA, H.J. 2021. **Modelos dinâmicos no estudo do crescimento e produção em nível de povoamento total em plantios de *Tectona grandis* Linn. F.** Dissertação de Mestrado em Ciências Florestais, Publicação Programa de Pós-graduação em Ciências Florestais Departamento de Engenharia Florestal, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 129 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Hallefy Junio de Souza

TÍTULO: Modelos dinâmicos no estudo do crescimento e produção em nível de povoamento total em plantios de *Tectona grandis* Linn. F.

GRAU: Mestre ANO: 2021

É concedido à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Hallefy Junio de Souza

hallefyj,souza@gmail.com

Brasília – DF, 30 de agosto de 2021

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.” (Arthur Schopenhauer)

Aos meus pais Rosemeire e Luzimar, dedico

AGRADECIMENTOS

A todo corpo docente do Departamento de Engenharia Florestal por compartilhar seus conhecimentos que foram de grande importância para minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

A empresa Tietê Agrícola por disponibilizar os dados.

Ao meu orientador Eder Pereira Miguel, por me motivar, pela paciência, pelo apoio e, por me guiar na realização deste trabalho.

Aos meus amigos da pós-graduação, Mário, Paola, Roberta, Kênia, Sarah, Thalles, Hilary, Andreza pelo apoio e amizade. As amigas Elizane e Fabrícia por todo auxílio e amizade em campo.

A minha antiga orientadora Sybelle Barreira, pelo apoio e motivação.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela concessão da bolsa.

Finalmente aos meus pais e familiares que me apoiaram durante esse período.

Resumo: Este estudo foi desenvolvido a partir de variáveis dendrométricas mensuradas em parcelas permanentes de povoamentos clonais de teca (*Tectona grandis* Linn. F.) submetidos a desbaste, localizados no município de Capitão Poço, Pará. Objetivamos modelar o crescimento e a produção das florestas de teca, em nível de povoamento total, a partir de modelos usuais e abordagens alternativas (equações das diferenças, abordagem da diferença algébrica – ADA e diferença algébrica generalizada – GADA), em conjunto com a utilização da técnica de inclusão de covariáveis para obtenção de modelos capazes de representar a realidade dos povoamentos. Para alcançar tal objetivo, o estudo foi dividido em três capítulos. O primeiro objetivou ajustar equações hipsométricas, volumétricas e da capacidade produtiva, tomando-se como base o monitoramento florestal de um plantio clonal de teca. De acordo com as análises estatísticas, os modelos de Bailey-3 Parâmetros, Takata e de Lunqvist-Korf, mostraram-se superiores em relação aos demais para a modelagem hipsométrica, volumétrica e da classificação da capacidade produtiva, respectivamente. O segundo capítulo foi constituído pela abordagem de diferentes estratégias de modelagem do povoamento total a partir de modelos derivados por equações das diferenças, com uso de funções de crescimento biológico e do modelo Chapman-Richards com covariáveis para modelagem do volume. Estas foram comparadas com os modelos de crescimento de simultâneo de Clutter e modelo de Pienaar & Shiver utilizados na prognose em nível de povoamento total. As análises estatísticas em conjunto com indicadores de idade técnica de estagnação teórica do crescimento, evidenciaram a superioridade dos modelos biológicos. Para o terceiro capítulo, objetivamos aplicar a abordagem da diferença algébrica (ADA) e da diferença algébrica generalizada (GADA) para modelagem do crescimento e da produção em área basal, ambas fazendo comparação ao modelo tradicional de Clutter. Embora tenham apresentado menor precisão, as abordagens ADA e GADA determinaram alternativas de intervenção mais condizentes com a realidade silvicultural da espécie.

Palavras-chave: Modelos de povoamento total; Modelos biológicos; Covariáveis; Modelos dinâmicos; Capacidade produtiva; Projeção florestal.

Abstract: This study was developed from dendrometric variables measured in permanent plots of clonal teak (*Tectona grandis* Linn. F.) stands subjected to thinning, located in the municipality of Capitão Poço, Pará. The objective of this study was to model the growth and production of teak forests, at the total stand level, using the usual models and alternative approaches (difference equations, algebraic difference approach - ADA and generalized algebraic difference approach - GADA), together with the use of the technique of including covariates to obtain models capable of representing the reality of the stands. To achieve this goal, the study was divided into three chapters. The first aimed to adjust equations of hypsometric, volumetric and productive capacity, based on the forest monitoring of a clonal teak plantation. According to the statistical analyses, the Bailey-3 Parameter, Takata and Lunqvist-Korf models were superior in relation to the others for the modeling of the hypsometric, volumetric and productive capacity classifications, respectively. The second chapter dealt with different modeling strategies for the total stand, using models derived by difference equations, biological growth functions, and the Chapman-Richards model with covariates for volume modeling. These were compared with Clutter's simultaneous growth models and Pienaar & Shiver's model used for prognosis at the total stand level. Statistical analyses in conjunction with technical age indicators of theoretical stagnation of growth showed the superiority of the biological models. For the third chapter, we aimed to apply the algebraic difference approach (ADA) and the generalized algebraic difference approach (GADA) for modeling growth and basal area production, both in comparison to the traditional Clutter model. Although they showed less accuracy, the ADA and GADA approaches determined intervention alternatives more consistent with the silvicultural reality of the species.

Keywords: Whole-stand models; Biological models; Covariates; Dynamic models; Yield; Forest projection.

SUMÁRIO

CONTEXTUALIZAÇÃO E APRESENTAÇÃO	1
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	6
2.1. <i>Tectona grandis</i> Linn. F.....	6
2.2. Classificação da capacidade produtiva.....	7
2.3. Modelagem do crescimento e produção.....	8
2.4. Modelo de Clutter	9
2.5. Abordagem da equação das diferenças, da diferença algébrica e diferença algébrica generalizada.....	11
3. REFERÊNCIAS	13
CAPÍTULO 1: MODELAGEM HIPSOMÉTRICA, VOLUMÉTRICA E DA CAPACIDADE PRODUTIVA DE PLANTIOS CLONAIIS DE TECA	17
RESUMO.....	17
ABSTRACT:	18
1. INTRODUÇÃO	19
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	21
2.1. Área de estudo.....	21
2.2. Histórico dos plantios	22
2.3. Coleta de dados	23
2.4. Modelagem da relação hipsométrica, volumétrica e da capacidade produtiva de plantios clonais de teça	24

2.5. Ajuste e validação	25
3. RESULTADOS.....	27
3.1. Modelagem hipsométrica	27
3.2. Modelagem volumétrica.....	29
3.3. Modelagem da capacidade produtiva	31
3.4. Validação das equações selecionadas.....	33
4. DISCUSSÃO	34
4.1. Modelagem hipsométrica	34
4.2. Modelagem volumétrica.....	35
4.3. Modelagem da capacidade produtiva	36
5. CONCLUSÃO	38
6. REFERÊNCIAS	38
CAPÍTULO 2: EQUAÇÕES DAS DIFERENÇAS NA MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS CLONAIIS DESBASTADOS DE TECA	43
RESUMO.....	43
ABSTRACT	44
1. INTRODUÇÃO	45
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	47
2.1. Área de estudos e tratos silviculturais	47
2.2. Coleta e análise de dados	48
2.3. Estratégias de Modelagem	49

2.3.1.	Modelagem da área basal	49
2.3.2.	Modelagem do volume	54
2.4.	Ajuste, validação e comparação de modelos	56
2.5.	Compatibilidade e crescimento	58
3.	RESULTADOS.....	59
3.1.	Modelagem da sobrevivência, área basal e volume em nível de povoamento total	59
3.2.	Compatibilidade e crescimento	67
3.3.	Validação e comparação dos modelos selecionados	70
4.	DISCUSSÃO	73
4.1.	Modelagem da sobrevivência.....	73
4.2.	Modelagem da área basal	74
4.3.	Modelagem do volume em nível de povoamento total	76
4.4.	Crescimento.....	77
5.	CONCLUSÃO	79
6.	REFERÊNCIAS	80
CAPÍTULO 3: ABORDAGEM DA DIFERENÇA ALGÉBRICA E DIFERENÇA ALGÉBRICA GENERALIZADA NA MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS CLONAI DESBASTADOS DE TECA		84
RESUMO.....		84
ABSTRACT		85
1.	INTRODUÇÃO	86

2. MATERIAL E MÉTODOS	87
2.1. Área de estudos e coleta de dados	87
2.2. Modelagem da área basal	89
2.3. Ajuste, validação e comparação dos modelos	92
2.4. Compatibilidade e crescimento	94
2.5. Efeitos do desbaste sobre o crescimento e mortalidade	94
2.6. Modelagem do volume	95
3. RESULTADOS	96
3.1. Modelagem da área basal	96
3.2. Compatibilidade e crescimento	100
3.3. Validação e comparação dos modelos selecionados	102
4. DISCUSSÃO	105
4.1. Área basal e densidade de indivíduos	105
4.2. Crescimento e Produção	107
5. CONCLUSÕES	109
6. REFERÊNCIAS	109

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.** Localização dos povoamentos e das parcelas permanentes amostradas no plantio de teca clonal, no município de Capitão Poço, PA, propriedade da empresa Tietê Agrícola LTDA. 22
- Figura 2.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações hipsométricas de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Gompertz; a_2, b_2 e c_2 = modelo Logístico; a_3, b_3 e c_3 = modelo de Curtis; a_4, b_4 e c_4 = modelo de Bailey 3-P e; a_5, b_5 e c_5 = modelo de Stofells. 28
- Figura 3.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações volumétricas de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Schumacher-Hall; a_2, b_2 e c_2 = modelo de Husch; a_3, b_3 e c_3 = modelo de Ogaya; a_4, b_4 e c_4 = modelo de Gompertz e; a_5, b_5 e c_5 = modelo de Takata 30
- Figura 4.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para as equações de crescimento em altura dominante de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Korf; a_2, b_2 e c_2 = modelo de Hossfeld e; a_3, b_3 e c_3 = modelo de Sloboda..... 32
- Figura 5.** Classes de sítio para plantio clonal de teca, localizados no Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas vermelhas representam os centros de cada classe de sítio; linhas tracejadas representam os limites de classes, linha vertical traceja representa a idade de referência de 120 meses; linhas verdes representam a altura dominante observada. 33
- Figura 6.** Variáveis em nível de povoamento de parcelas permanentes de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: (a) Número de árvores por

hectare em função da Altura dominante; (b) área basal ($m^2 ha^{-1}$) em função da idade e; (c) volume total ($m^3 ha^{-1}$) em função da idade. 49

Figura 7. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de sobrevivência de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. . 59

Figura 8. Relação entre árvores sobreviventes (indivíduos por hectare) e altura dominante (m) para a modelagem da sobrevivência de árvores com efeito do desbaste para povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio. 60

Figura 9. Relação entre área basal presente ($m^2 ha^{-1}$) e área basal futura ($m^2 ha^{-1}$) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para estratégias “A” e “B”, respectivamente, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio..... 62

Figura 10. Relação entre área basal presente ($m^2 ha^{-1}$) e área basal futura ($m^2 ha^{-1}$) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para as estratégias “C” e “D” em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio. 62

Figura 11. Relação entre volume presente ($m^3 ha^{-1}$) e volume futuro ($m^3 ha^{-1}$) para a prognose do volume para os modelos Chapman-Richards com covariantes e Clutter, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio. 63

- Figura 12.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Clutter e a_2, b_2 e c_2 = modelo de Pienaar & Shiver..... 64
- Figura 13.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Schumacher (Estratégia A) e a_2, b_2 e c_2 = modelo Logístico (Estratégia B)..... 65
- Figura 14.** Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações de projeção do volume de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo de Clutter; a_2, b_2 e c_2 = modelo de Chapman-Richards com covariantes..... 66
- Figura 15.** Relação entre resíduos e resíduos defasados (resíduos \times Lag-resíduos) para as equações de sobrevivência e projeção da produção volumétrica de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental..... 67
- Figura 16.** Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio com base em dados do inventário pré-corte, para cada classe de sítio de povoamentos clonais de teca, plantados da Amazônia Oriental, Pará-Brasil..... 68
- Figura 17.** Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio, para as estratégias “C” e “D” de modelagem de povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida= Idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = Idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada= Idade de intervenção para o sítio 15,5 m. 69
- Figura 18.** Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio, para as estratégias “A” e “B” de modelagem de povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida=

idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada= idade de intervenção para o sítio 15,5 m. 70

Figura 19. Média do volume de madeira para cada tratamento por classe de Sítio, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: CV = coeficiente de variação (%); DMS = diferença mínima significativa..... 73

Figura 20. Variáveis em nível de povoamento de parcelas permanentes de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: (a) Número de árvores por hectare em função da altura dominante; (b) área basal ($m^2 ha^{-1}$) em função da idade e; (c) volume total ($m^3 ha^{-1}$) em função da idade. 89

Figura 21. Relação entre resíduos e resíduos defasados ($resíduos \times Lag-resíduos$) para as equações selecionadas para a projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. 97

Figura 22. Relação entre área basal presente ($m^2 ha^{-1}$) e idade (meses) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para os modelos M1 e M2, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam os valores reais de área basal e linhas coloridas representam as estimativas para cada classe de sítio..... 98

Figura 23. Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo M1; a_2, b_2 e c_2 = modelo M3 e a_3, b_3 e c_3 = modelo M5..... 99

Figura 24. Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a_1, b_1 e c_1 = modelo M2; a_2, b_2 e c_2 = modelo M4 e a_3, b_3 e c_3 = modelo M6..... 100

Figura 25. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio com base em dados do inventário pré-corte, para cada classe de sítio de povoamentos clonais de teca, plantados da Amazônia Oriental, Pará-Brasil..... 101

Figura 26. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de Sítio, estimados a partir do modelo de Chapman-Richards, cujas estimativas dos modelos M1 e M2 serviram como covariáveis em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida= Idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = Idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada= Idade de intervenção para o sítio 15,5 m. 102

Figura 27. Média do volume de madeira para cada tratamento por classe de Sítio, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. 104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Principais variáveis comumente utilizadas para estimar o crescimento e a produção em modelos empíricos para povoamentos florestais (modificados de BURKHART; TOMÉ, 2012).	9
Tabela 2. Número de árvores (n) e média (e desvio padrão) das variáveis por classe de diâmetro das árvores cubadas nos plantios clonais de <i>T. grandis</i> no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	23
Tabela 3. Modelos de relação hipsométrica selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	24
Tabela 4. Modelos volumétricos selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	24
Tabela 5. Modelos de crescimento em altura dominante selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	25
Tabela 6. Estimadores dos parâmetros (coeficientes ajustados) e estatísticas de precisão para cada equação hipsométrica, ajustadas para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	27
Tabela 7. Estimadores dos parâmetros (coeficientes ajustados) e estatísticas de precisão para cada equação volumétrica, ajustadas para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	29
Tabela 8. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para cada equação de crescimento em altura dominante, ajustadas para árvores clonais de teca plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	31
Tabela 9. Altura dominante por classe de sítio, estimadas a partir da equação de crescimento em altura dominante de Lundqvist-Korf, ajustadas para árvores clonais de teca plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	33

Tabela 10. Teste de normalidade e de validação para cada equação selecionada para estimativa da altura tota, do volume e da altura dominante, para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	34
Tabela 11. Estatística descritiva para as variáveis de povoamentos de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	48
Tabela 12. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para o modelo de sobrevivência, ajustado para povoamento clonal de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	59
Tabela 13. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para as diferentes estratégias de modelagem da área basal ($m^2 ha^{-1}$) e volume ($m^3 ha^{-1}$) para povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	61
Tabela 14. Teste de compatibilidade para cada equação das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	67
Tabela 15. Teste de equivalência para validação de cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	71
Tabela 16. Teste de acuracidade da diferença agregada para cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	71
Tabela 17. Resultado da análise de variância de dois critérios para estimativas do volume de madeira projetado, em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	72
Tabela 18. Resultado do teste Tukey a 95% de probabilidade para as médias das estimativas do volume de madeira projetado, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	72

Tabela 19. Estatística descritiva para as variáveis de povoamentos de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	89
Tabela 20. Modelo base e equações dinâmicas derivadas de uma aproximação ADA e GADA ($Y=G_2$; $Y_0= G_1$).....	91
Tabela 21. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para ADA e GADA na modelagem da área basal (m^2/ha) para povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	96
Tabela 22. Teste de compatibilidade para cada equação das diferentes abordagens de modelagem da prognose do crescimento e produção em área basal, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	100
Tabela 23. Teste de validação para cada equação selecionada das diferentes abordagens de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.....	103
Tabela 24. Teste de acuracidade da diferença agregada para cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	103
Tabela 25. Resultado da análise de variância para um delineamento de blocos casualizados para estimativas do volume de madeira projetado, em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.	104
Tabela 26, Resultado do teste Tukey a 95% de probabilidade para as médias das estimativas do volume de madeira projetado, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental,	104

CONTEXTUALIZAÇÃO E APRESENTAÇÃO

1.INTRODUÇÃO

A *Tectona grandis* Linn. F. (teca) é uma árvore de grande porte e heliófila, pertencente à família Lamiaceae, com ocorrência natural na Índia, Laos, Myanmar e Tailândia (LI et al., 2016; YASODHA et al., 2018; PACHAS et al., 2019; KUSBACH et al., 2021). Trata-se de uma árvore decídua que apresenta alta capacidade em transformar energia luminosa em produção volumétrica, podendo ultrapassar 50 m de altura em locais de ocorrência natural (KOLLERT; CHERUBINI, 2012; DRESCHER et al., 2014; KOLLERT; KLEINE, 2017; YASODHA et al., 2018; PACHAS et al., 2019). A madeira de teca está entre as madeiras nobres tropicais mais valiosas do mundo, e é bastante procurada nos mercados globais por sua beleza, resistência, estabilidade e ampla gama de aplicações, desde móveis de qualidade até marcenaria de interiores e usos culturais (KOLLERT; KLEINE, 2017; KUSBACH et al., 2021).

As populações naturais de teca apresentam grande variedade de características que determinam sua importância econômica, ecológica e ambiental (YASODHA et al. 2018). Por outro lado, as florestas mais antigas e de alta qualidade, estão em declínio. Da mesma forma, a produção sustentada de madeira de teca de florestas naturais está diminuindo, devido à superexploração de povoamentos existentes, desmatamento (KOLLERT; CHERUBINI, 2012; KOLLERT; KLEINE, 2017; YASODHA et al., 2018; PACHAS et al., 2019; KUSBACH et al., 2021). Para o setor brasileiro de árvores plantadas, os plantios da espécie possuem grande importância econômica e vêm ganhando espaço, concentrando-se principalmente nos estados de Mato Grosso, Rondônia e Pará (IBÁ, 2020). Portanto, os plantios comerciais de teca têm sido uma importante alternativa para a conservação de populações naturais da espécie, bem como, na diminuição da pressão do mercado de madeiras tropicais sob florestas nativas (YASODHA et al., 2018).

De uma forma geral, para garantir a sustentabilidade da produção de madeira de teca é necessário conhecer o potencial produtivo dos povoamentos e, projetar estoques de crescimento e produção (BURKHART; TOMÉ, 2012; CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018a), como acontece com outras espécies florestais (por exemplo, *Pinus* e *Eucalyptus*). Dentro desta perspectiva, avaliar a dinâmica do crescimento é imprescindível para definir o momento ideal para realizar intervenções no povoamento,

no qual, os modelos de projeções ou predições auxiliam na tomada de decisão (GONÇALVES et al., 2016; TEWARI; SINGH, 2018a). Assim, estes modelos permitem simular alternativas de manejo para diferentes sítios, idades e tratos silviculturais (BURKHART; TOMÉ, 2012; SHIFLEY et al., 2017). Além disso, fornecem informações importantes para que o manejador florestal possa dimensionar as áreas de plantio, comercializar madeira, programar aquisição de áreas, regular a produção, entre outros (BERGER et al., 2002; SHIFLEY et al., 2017).

Além disso, um dos grandes desafios na modelagem do crescimento e produção se encontra na inclusão dos efeitos de tratamentos silviculturais sobre o crescimento da floresta, como o desbaste, uma vez que um regime adequado de desbastes possibilita a obtenção de árvores de maior valor agregado em comparação com povoamentos não desbastados, e interferem na dinâmica do crescimento das árvores remanescentes (SETA et al., 2021). Apesar do grande avanço nos estudos de modelagem do crescimento e produção, as estimativas de produção de teca em plantios desbastados ainda são escassas, além disso, nenhum estudo para teca considerou o desbaste como uma variável modificadora de estado (TEWARI et al., 2014; TEWARI; SINGH, 2018; TORRES et al., 2020). Dessa maneira, o desenvolvimento de tais modelos é importante para balizar o manejador florestal sobre o momento ideal de intervenção, cuja aplicação do trato silvicultural em povoamentos florestais muitas vezes é realizado de maneira subjetiva.

Um passo anterior à modelagem do crescimento e produção, consiste na estimativa de variáveis dendrométricas em nível de árvores individuais, como a altura das árvores e o volume de madeira (KOIRALA; KIZHA; BARAL, 2017; TEWARI; SINGH, 2018b; TORRES; DEL VALLE; RESTREPO, 2020). O volume é um importante indicador de produção (SANTOS et al., 2019), sendo que para a estimativa do volume em áreas extensas de povoamentos equiâneos, pode ser necessário estimar a altura das árvores a partir de modelos hipsométricos. Portanto, as equações volumétricas mais utilizadas em pesquisas para estimar o volume de árvores de teca, empregam o diâmetro na altura do peito e a altura como variáveis independentes (KOIRALA; KIZHA; BARAL, 2017; CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018b; SANTOS et al., 2019).

Estudos que buscam estimar a altura e volume de árvores de teca são comuns na literatura, e comumente são utilizados modelos não lineares transformados via logaritmo (CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018b; TORRES; DEL VALLE; RESTREPO, 2020). Este tipo de transformação resulta em viés nas estimativas quando

as equações ajustadas são utilizadas em sua forma não linear. Nesse sentido, Meyer (1941) propôs uma medida corretiva para este problema, que embora seja de fácil aplicação, não costuma ser utilizada em estudos de teca (TORRES; DEL VALLE; RESTREPO, 2020), cujas equações disponíveis na literatura podem subestimar tais variáveis dendrométricas (KOIRALA; KIZHA; BARAL, 2017; TEWARI; SINGH, 2018b; TORRES; DEL VALLE; RESTREPO, 2020). Neste sentido, esforços são exigidos para contornar tal problemática, como no uso de modelos não lineares.

Sabe-se que o crescimento de uma árvore é influenciado por características genéticas e sua inter-relação com o meio ambiente, sendo a soma destas interações caracterizada como qualidade de sítio (ZEIDE, 1993; BURKHART; TOMÉ, 2012; AMATEIS; BURKHART, 2016; RIBEIRO et al., 2016; TAMARIT-URIAS et al., 2019). Para determinar a capacidade produtiva dos povoamentos, o índice de sítio tem sido comumente utilizado como uma medida quantitativa da qualidade do local, sendo definido como a altura média de árvores dominantes em uma idade índice (SCOLFORO et al., 2020; LEE et al., 2021). Portanto, além das variáveis altura e volume de árvores individuais, o índice de sítio é muito importante nos modelos de crescimento e produção. Assim, a estimativa precisa da qualidade do sítio é imprescindível para estimar o crescimento de povoamentos e para estratificar plantios comerciais de acordo com a sua capacidade de produção (TEWARI et al., 2014).

Deste modo, em mensuração florestal, a prognose é obtida por meio de modelos de crescimento, que buscam descrever a produção florestal com precisão (SHIFLEY et al., 2017). Os modelos de crescimento e produção são classificados em modelos em nível de povoamento, por classe de diâmetros e de árvores individuais (BURKHART; TOMÉ, 2012; SHIFLEY et al., 2017; TAMARIT-URIAS et al., 2019). No Brasil, os modelos mais utilizados são aqueles em nível de povoamento, que estimam o crescimento e produção a partir de variáveis como a área basal, idade e índice de sítio (SCOLFORO, 2006; CAMPOS e LEITE, 2017). Dentre os modelos em nível de povoamento, tem-se destacado o uso do modelo de Clutter (1963), empregado principalmente em plantios de *Eucalyptus* sp.

Entretanto, deve-se ressaltar que o modelo de Clutter foi originalmente desenvolvido para florestas de *Pinus* sp., que tendem a ter um crescimento lento e com idades de rotação altas (CLUTTER et al., 1983). Neste contexto, o modelo definido inicialmente para *Pinus* não seria adequado para todas as espécies e/ ou alternativas de

manejo (CLUTTER, 1963). Logo, quando se trabalha com espécies de rápido crescimento (KOLLERT; KLEINE, 2017), o referido modelo pode apresentar estimativas incoerentes. Portanto, é necessário testar diferentes formas de abordagem para a predição e projeção do crescimento, a fim de contornar as inconsistências geradas para as diferentes espécies e alternativas de manejo (SALLES et al., 2012).

Além de solucionar problemas de incompatibilidade e inconsistência, são imprescindíveis alternativas que propiciem que o manejo florestal se torne mais coerente com o crescimento biológico (BURKHART; TOMÉ, 2012; MENDONÇA et al., 2017), como nos padrões de crescimento polimórficos. Para tal, é necessário conhecer a forma e a taxa de crescimento dos povoamentos florestais, que podem ser obtidos via modelos de construção teórica (ZEIDE, 1993), bem como abordagens de modelagem que possibilitem atender padrões polimórficos (padrões naturais do crescimento). Também, como o crescimento é um fenômeno biológico não linear, os modelos de construção teórica podem captar melhor as tendências do crescimento em comparação aos modelos lineares (SANTOS et al., 2019).

Todavia, vale destacar que a grande maioria dos modelos biológicos, tradicionalmente utilizados no meio florestal (Gompertz, Logístico, Chapman-Richards etc.), apresentam apenas uma variável independente associada ao crescimento, geralmente a idade da floresta (SALEKIN et al., 2020). No entanto, sabe-se que outras variáveis relativas ao povoamento exercem influência sobre o crescimento e, ao utilizar apenas a idade para estimar o crescimento tem-se como resultado, para diferentes classes de sítio e regimes de manejo, mesmos valores de crescimento, podendo super, ou subestimar a produção de madeira (CAMPOS; LEITE, 2017). Assim, são necessários métodos que possibilitem aumento da precisão das estimativas e que contemplem outras variáveis inerentes ao crescimento, como no uso de covariáveis (GUIMARÃES et al., 2009; GONÇALVES et al., 2016; MENDONÇA et al., 2017).

Em razão disso, uma gama de abordagens de modelagem vindo sendo utilizadas na prognose do crescimento e produção florestal, na qual, destacam-se a abordagem da diferença algébrica (ADA) e da diferença algébrica generalizada (GADA) (CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018a; SOCHA; TYMIŃSKA-CZABAŃSKA, 2019; TAMARIT-URIAS et al., 2019). Ambas buscam garantir importantes propriedades, como a interpretação biológica e a compatibilidade das estimativas.

Neste contexto, surgem importantes questões: O uso de modelos não-lineares de caráter biológico possibilitará estimativas precisas para relação hipsométrica de povoamentos clonais de teca? Modelos volumétricos de dupla entrada em sua forma não linear, garantem ajustes mais precisos que os modelos não lineares de simples entrada? O uso da abordagem da diferença algébrica possibilitará estimativas precisas do crescimento em altura dominante e, conseqüentemente classificar de forma acurada as unidades produtivas de povoamentos clonais de teca? Os modelos usuais e os modelos gerados a partir de equações das diferenças, ADA e GADA serão precisos, compatíveis e livres de inconsistências para a prognose da produção de madeira de teca?

Para responder estas questões, serão avaliados modelos não lineares comumente empregados na predição de variáveis dendrométricas (altura e volume de árvores individuais) e na prognose do crescimento e produção no setor florestal brasileiro, bem como o uso de modelos biomatemáticos (modelos de construção teórica), onde exploramos três metodologias: equações das diferenças, abordagem da diferença algébrica (ADA) e da diferença algébrica generalizada (GADA). Além disso, serão realizadas simulações da idade de intervenção, com o intuito de verificar a compatibilidade dos modelos com a realidade silvicultural da espécie. Para tanto, dividimos a presente dissertação em três capítulos, nos quais buscamos:

a) Modelar a relação hipsométrica e volumétrica de árvores de teca, bem como classificar a capacidade produtiva do local (Capítulo 1);

b) Modelar o crescimento e produção de teca a partir de modelos tradicionais e a partir de modelos biológicos via equações das diferenças e apontar idade de intervenção a partir de simulações (Capítulo 2).

c) Modelar o crescimento e produção de teca a partir da abordagem da diferença algébrica (ADA) e diferença algébrica generalizada (GADA) e apontar idade de intervenção a partir de simulações (Capítulo 3).

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. *Tectona grandis* Linn. F.

A espécie *Tectona grandis* Linn. F. (teca), pertence à família Lamiaceae e possui uma das madeiras tropicais de maior valor agregado do mundo. Ocorre naturalmente na Índia, Laos, Myanmar e Tailândia (KUSBACH et al., 2021; LI et al., 2016; PACHAS et al., 2019; YASODHA et al., 2018). As populações naturais de teca abrigam uma variedade de características que determinam sua importância econômica, ecológica e ambiental (YASODHA et al. 2018). A teca é uma espécie decídua, não sendo indicada para arborização urbana, devido ao alto acúmulo de serapilheira (ROCHA; LEONARDO; OLIVEIRA, 2015). Apresenta inflorescência na forma de panícula, com a presença de 700 a 3.500 flores brancas e pequenas, da qual apenas 1% a 2% se tornam frutos (PELLISSARI et al., 2014).

A teca é uma árvore de grande porte, heliófila, e apresenta alta capacidade em transformar energia luminosa em produção volumétrica, podendo ultrapassar 50 m de altura em sua área de ocorrência natural. Possui casca áspera e fina, apresentando em média, 1,2 cm de espessura. As folhas são opostas, elípticas, coriáceas com pecíolos pequenos ou sésseis, com 30 cm a 40 cm de comprimento e 25 cm de largura em indivíduos adultos (FIGUEIREDO; OLIVEIRA; BARBOSA, 2005; ROCHA; LEONARDO; OLIVEIRA, 2015). A espécie ainda é considerada isenta da ação de fungos deterioradores e de insetos, no qual sua madeira pode ser parcial ou completamente enterrada, além de ser resistente ao fogo (MACEDO et al., 2005; MOTTA 2013).

A madeira é altamente valorizada devido à sua extrema durabilidade, resistência mecânica, estabilidade e resistência a pragas, produtos químicos e água. Diversos compostos químicos, como as quinonas e outros extrativos encontrados de forma abundante na madeira, são responsáveis por suas propriedades antitérmitas e antifúngicas, que conferem alta longevidade a madeira. Assim, a madeira é usada em decks de navio, dormentes, travessas, construção civil, móveis, folheado e artesanato (YASODHA et al. 2018).

A grande gama de usos da teca, lhe conferem um forte destaque no setor florestal brasileiro e internacional, principalmente nos estados de Mato Grosso, Rondônia e Pará. Os primeiros povoamentos comerciais de teca foram implantados na região do Centro-

Oeste, no final da década de 1960, com início da atividade em 1971 pela empresa Cáceres Florestal S.A., na região de Cáceres, MT (FIGUEIREDO et al., 2005; CÁCERES FLORESTAL, 2006). Segundo a Indústria Brasileira de Árvores (IBÁ, 2017), de 2010 para 2016, o plantio de teca cresceu de 65.440 hectares para 87.502 hectares, ficando atrás dos plantios de seringueira e acácia.

2.2. Classificação da capacidade produtiva

No manejo florestal, a classificação da capacidade produtiva é um dos principais fatores para sustentar a correta tomada de decisão, sendo o índice de sítio a resposta de determinada espécie às condições fornecidas pelo local em que se encontra (PEGO et al. 2015). Para Campos e Leite (2017), a qualidade de um determinado lugar é determinada por fatores inerentes ao povoamento, de acordo com o seu crescimento e sua produção.

A capacidade produtiva de um sítio pode ser determinada por meio de: 1) vegetação indicadora; 2) avaliação por fatores climáticos, e; 3) avaliação da relação entre variáveis do povoamento, e idade, sendo que a altura dominante é a mais usual. O método da altura dominante é o mais utilizado para estudos de crescimento e produção em plantios convencionais, pois além da altura dominante ser menos influenciada pelos tratamentos silviculturais, existe forte correlação entre a altura dos indivíduos mais desenvolvidos e a capacidade produtiva de determinado sítio florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012; CAMPOS; LEITE, 2017).

A classificação da capacidade produtiva dos povoamentos utilizando índices de sítio (método direto) constitui um método prático e consistente da avaliação da qualidade do local, uma vez que todos os fatores ambientais refletem de modo interativo no crescimento em altura, a qual também está relacionada com o volume (RETSLAFF et al., 2015). Dentre as técnicas existentes para estudo de sítios florestais, a mais difundida é aquela onde se empregam curvas de índice de local, determinadas a partir do uso da altura dominante. As curvas de sítio são construídas a partir de equações de índices de sítio e são utilizadas para classificar a capacidade produtiva do local de modo quantitativo. Essas equações são derivadas de relações funcionais, envolvendo a variável dependente altura dominante média (h_{dom}) com a variável independente idade (t) (SCOLFORO, 2006; RETSLAFF et al 2015).

2.3. Modelagem do crescimento e produção

O modelador florestal, a partir de métodos iterativos, desenvolvem modelos com a finalidade de compreender diversos fenômenos dos ecossistemas florestais, fundamentados em mecanismos teóricos, testando-os em comparação a observações e revisando-os com a teoria (BURKHART; TOMÉ, 2012). No manejo florestal, a prognose da produção é obtida a partir de modelos matemáticos e biomatemáticos, no qual, busca-se descrever uma realidade com maior nível de precisão. Estes modelos representam, indiretamente, o efeito do ambiente e das práticas silviculturais no desenvolvimento das árvores de um povoamento florestal, utilizando o sítio, a área basal e a idade, como fontes de variação (CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018).

Os modelos de crescimento e produção são classificados em diferentes níveis de abordagem, como modelos baseados em processos e modelos empíricos, que se baseiam em ajustes realizados com a aplicação da técnica de regressão linear ou não linear (BURKHART; TOMÉ, 2012; CASTRO et al., 2013; DIAS et al., 2005). Os modelos empíricos podem ser classificados em três grandes grupos: modelos em nível de povoamento total, modelos de distribuição diamétrica e modelos em nível de árvores individuais (DAVIS e JOHNSON, 1987; GONÇALVES et al. 2016).

Dada a variabilidade dos povoamentos e as especificidades dos modelos de crescimento e produção, diferentes tipos de abordagens têm sido propostas, mas independente da complexidade e número de variáveis, todos os modelos de crescimento e produção têm um propósito em comum: gerar estimativas de variáveis de interesse ao longo do tempo (BURKHART e TOMÉ, 2012). Nesses modelos, a produção por unidade de área é função de variáveis do povoamento (idade, sítio, área basal etc.). Os principais componentes mais usuais da modelagem de crescimento e produção estão dispostos na tabela 1.

Tabela 1. Principais variáveis comumente utilizadas para estimar o crescimento e a produção em modelos empíricos para povoamentos florestais (modificados de BURKHART; TOMÉ, 2012).

Modelos em nível de povoamento	Equações do modelo: relações primárias e variáveis
Previsão direta de crescimento	$V_{1-2} = f (Id_1, Id_{i+1}, S, SD_1)$ $V_2 = V_1 + iV_{1-2}$
Previsão direta de volume futuro	$SD_2 = f (Id_1, Id_{i+1}, S, SD_1)$ $V_2 = f (Id_{i+1}, S, SD_2)$
Predição para projeção de densidade do povoamento	$SD_2 = f (Id_1, Id_{i+1}, S, SD_1)$ $V_2 = f (Id_{i+1}, S, D_2)$

Em que: S= Índice de Sítio; Id_i = Idade do povoamento; SD_i = Densidade do povoamento (número de árvores por hectare, ou área basal do povoamento na idade Id_i); V_i = Volume de madeira do povoamento na idade Id_i ; e; iV_{1-2} = Crescimento em volume entre os períodos Id_1 e Id_2 .

2.4. Modelo de Clutter

O modelo de Clutter é classificado como um modelo do tipo de povoamento total, no qual a abordagem do crescimento e da produção se dá de forma simultânea. É composto por um sistema de duas equações, sendo uma para produção em volume e outra para área basal. O modelo proposto por Clutter (1963), equação 01, possibilitou compatibilizar crescimento e produção, que até então, eram obtidos de maneira independente, de modo que o total dos incrementos era incompatível com a produção final ao longo do tempo.

$$\begin{cases} \text{Ln}V_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{Id_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \text{Ln}B_2 + \varepsilon \\ \text{Ln}B_2 = \text{Ln}B_1 \cdot \left(\frac{Id_1}{Id_2}\right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2}\right) + a_1 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2}\right) \cdot S + \varepsilon \end{cases} \quad (1)$$

Em que: Ln = logaritmo neperiano; β_i = parâmetros dos modelos; B_i = área basal em $\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$; V_2 = volume futuro do povoamento em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$; S= índice de sítio; Id_i = idade do povoamento em meses.

Antes do modelo de Clutter, as variáveis crescimento e produção eram estimadas de maneira independente, e o total estimado dos incrementos era incompatível com a produção final ao longo do tempo. Ao deduzir o sistema de equações de Clutter, foram

utilizadas suas derivadas, que representam a variação da produção em relação ao tempo, que retrata o crescimento. Portanto, as equações do modelo de Clutter, que são equações de produção, contêm, implicitamente, o crescimento (CAMPOS; LEITE, 2017).

O modelo de Clutter considera não apenas a idade e a capacidade produtiva do local, mas também a densidade do povoamento (CLUTTER et al. 1983). Assim sendo, Clutter é classificado como um modelo do tipo de densidade variável, pois permite estimar a produção para diferentes níveis de área basal inicial. É compatível, pois possui equação de crescimento que quando integrada, fornece a equação de produção, e sua derivada resulta na equação de crescimento. É explícito, porque a produção em volume é calculada de forma direta e consistente, pois as estimativas são obtidas a partir da projeção da área basal ao longo do tempo, com intervalos irregulares e, além de que, ao estimar área basal para uma mesma idade, tem-se como resultado a compatibilidade (CLUTTER, 1963; SCOLFORO, 2006; CAMPOS; LEITE, 2017). Como a variável dependente na equação que projeta a área basal é uma variável independente na equação de projeção volumétrica, é conveniente ajustar as equações considerando um sistema de equações simultâneas, por meio do método dos mínimos quadrados em dois estágios (CLUTTER, 1963; SCOLFORO, 2006; GUJARATI; PORTER, 2008; CAMPOS; LEITE, 2017). Neste modelo o parâmetro β_1 deverá ser negativo e o coeficiente α_1 , positivo (CLUTTER, 1963; SCOLFORO, 2006; CAMPOS; LEITE, 2017).

Algumas variações do modelo de Clutter foram propostas, dentre as quais destacam-se:

- a) A inclusão da variável precipitação pluviométrica (PPT_d) na equação de projeção da área basal por hectare (SOARES et al., 1998):

$$\begin{cases} \text{Ln}V_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{\text{Id}_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \text{Ln}B_2 + \varepsilon \\ \text{Ln}B_2 = \text{Ln}B_1 \cdot \left(\frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + a_1 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) \cdot S + a_2 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) \cdot \text{Ln}(\text{PPT}_d) + \varepsilon \end{cases} \quad (2)$$

Em que: Ln= logaritmo neperiano; β_i , α_i = parâmetros dos modelos; B_i = área basal em m² ha⁻¹; V_2 = volume futuro do povoamento em m³ ha⁻¹; S= índice de Sítio; Id_i = idade do povoamento em meses; PPT_d= precipitação pluviométrica anual em mm.

- b) A substituição do índice de local (S) pela altura média das árvores do povoamento (SOARES et al., 2004):

$$\begin{cases} \text{Ln}V_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{\text{Id}_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \text{Ln}\bar{H}_2 + \varepsilon \\ \text{Ln}B_2 = \text{Ln}B_1 \cdot \left(\frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_4 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_5 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) \cdot S + \varepsilon \\ \text{Ln}\bar{H}_2 = \text{Ln}\bar{H}_1 \cdot \left(\frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_6 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_7 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) \cdot S + \varepsilon \end{cases} \quad (3)$$

Em que: Ln= logaritmo neperiano; β_i = parâmetros dos modelos; B_i = Área basal em $\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$; V_2 = Volume futuro do povoamento em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$; S= Índice de Sítio; Id_i = Idade do povoamento em meses; H_i = altura média das árvores do povoamento (m).

- c) Avaliação do modelo completo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta (SALLES et al., 2012):

$$\begin{cases} \text{Ln}V_2 = \beta_0 \cdot \left(\frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_1 \cdot \left(\frac{1}{\text{Id}_2}\right) + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \text{Ln}B_2 + \beta_4 \cdot S \cdot \text{Ln}B_2 + \beta_5 \cdot S \cdot \frac{1}{\text{Id}_2} + \beta_6 \cdot \frac{1}{\text{Id}_2} \cdot \text{Ln}B_2 + \varepsilon \\ \text{Ln}B_2 = \text{Ln}B_1 \cdot \left(\frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) + a_1 \cdot \left(1 - \frac{\text{Id}_1}{\text{Id}_2}\right) \cdot S + \varepsilon \end{cases} \quad (4)$$

Em que: Ln= logaritmo neperiano; β_i = parâmetros dos modelos; B_i = Área basal em $\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$; V_2 = Volume futuro do povoamento em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$; S= Índice de Sítio; Id_i = Idade do povoamento em meses.

2.5. Abordagem da equação das diferenças, da diferença algébrica e diferença algébrica generalizada

Nos últimos 80 anos surgiram inúmeras opções, oportunidades e ferramentas de modelagem da dinâmica florestal, incluindo bancos de dados robustos para ajuste, validação e/ou implementação dos modelos, plataformas de sensoriamento remoto, softwares específicos, dentre outros (SHIFLEY et al., 2017). As equações das diferenças, por exemplo, são ferramentas que subsidiam a obtenção das estimativas com alto grau de precisão e possibilitam a inserção de covariáveis aos modelos de estudos de crescimento e produção (MELO, 2014).

Um caso particular do método das equações diferenciais foi desenvolvido por Bailey e Clutter (1974), que é conhecida na silvicultura como a Abordagem da Diferença Algébrica (ADA), que envolve essencialmente a identificação de um parâmetro na

equação responsável pela forma da curva, permitindo que esse parâmetro seja específico do sítio. A principal limitação desta abordagem é que a maioria dos modelos derivados geram curvas anamórficas ou polimórficas de única assíntota (CIESZEWSKI; BAILEY, 2000; CIESZEWSKI; STRUB, 2008). Em decorrência desta limitação, Cieszewski e Bailey (2000) decidiram estender a ADA para a Abordagem da Diferença Algébrica Generalizada (GADA), que permite derivar modelos de crescimento, como o ADA. A principal vantagem do GADA é que as equações de base podem ser expandidas de acordo com várias teorias sobre as características de crescimento (por exemplo, assíntota e taxa de crescimento), permitindo que mais de um parâmetro seja específico do sítio e possibilitando o desenvolvimento de equações dinâmicas (CIESZEWSKI; BAILEY 2000).

A abordagem da equação das diferenças requer dados de parcelas ou árvores individuais. De modo que, o emprego desta metodologia pode ser realizada em qualquer equação de crescimento para produzir curvas anamórficas ou polimórficas (BURKHART; TOMÉ, 2012). Para a modelagem do crescimento da área basal de plantios de eucalipto, Mendonça et al. (2017), utilizaram esta metodologia com a inserção de covariáveis, obtendo ajustes mais precisos que o modelo de Clutter. Esses autores selecionaram um modelo que se ajustou ao incremento corrente anual, que foi derivado em relação ao tempo, integrado e rearranjado, cujos coeficientes foram decompostos por covariáveis que explicam a variabilidade da área basal no povoamento.

As metodologias ADA e GADA vêm sendo utilizadas com bastante frequência na pesquisa florestal, principalmente para a classificação da capacidade produtiva, proporcionando estimativas precisas (CIESZEWSKI; STRUB, 2008; CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018; SOCHA; TYMIŃSKA-CZABAŃSKA, 2019). A partir do estudo de Cieszewski e Bailey (2000), ocorreu o desenvolvimento e teste de diferentes equações dinâmicas para classificação de sítios utilizando a metodologia GADA, bem como a recomendação de sua utilização para o aperfeiçoamento de modelos de crescimento e produção em altura, diâmetro, área basal, volume, biomassa, carbono, número de árvores por hectare e sobrevivência (TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014; CAÑADAS-L et al., 2018).

3.REFERÊNCIAS

- AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E. Simulating the effects of site index variation within loblolly pine plantations using an individual tree growth and yield model. **Proceedings of the 14th Biennial Southern Silvicultural Research Conference**, p. 245–251, 2016.
- BERGER, R. et al. Efeito do espaçamento e da adubação no crescimento de um clone de *Eucalyptus saligna* Smith. **Ciência Florestal**, v. 12, n. 2, p. 75, 2002.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. v.1
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e Respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV, 2017.
- CÁCERES FLORESTAL. **Manual do Cultivo da Teca**. Disponível em: <http://www.caceresflorestal.com.br/Manual_do_cultivo_da_teca-Caceres_Florestal.pdf>.
- CAÑADAS-L, Á. et al. Growth and yield models for teak planted as living fences in coastal ecuador. **Forests**, v. 9, n. 2, p. 1–14, 2018.
- CASTRO, R. V. O. et al. Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 48, n. 3, p. 287–295, 2013.
- CIESZEWSKI, C. J.; BAILEY, R. L. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. **Forest Science**, v. 46, n. 1, p. 116–126, 2000.
- CIESZEWSKI, C. J.; STRUB, M. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. **Forest Science**, v. 54, n. 3, p. 303–315, 2008.
- DE RETSLAFF, F. A. S. et al. Curvas de sítio e relações hipsométricas para *eucalyptus grandis* na região dos Campos Gerais, Paraná. **Cerne**, v. 21, n. 2, p. 219–225, 2015.
- DIAS, A. N. et al. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, v. 29, n. 5, p. 731–739, 2005.
- DRESCHER, R. et al. Equações volumétricas para *Tectona grandis* Linn F. em povoamentos jovens no estado de Mato Grosso. v. 1, n. 2, p. 65–70, 2014.
- FIGUEIREDO, E. O.; OLIVEIRA, L. C. DE; BARBOSA, L. K. F. **Teca: Principais Perguntas do Futuro Empreendedor Florestal**. [s.l: s.n.]. v. IV

- GONÇALVES, J. C. et al. Comparação dos modelos prognósticos de Clutter e da função Logística. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 36, n. 87, p. 311, 2016.
- GUIMARÃES, M. A. M. et al. Height-diameter models in forestry with inclusion of covariates. **Cerne**, v. 15, n. 3, p. 313–321, 2009.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Basic Econometrics**. 5th editio ed. New York: [s.n.].
- KOIRALA, A.; KIZHA, A. R.; BARAL, S. Modeling Height-Diameter Relationship and Volume of Teak (*Tectona grandis* L. F.) in Central Lowlands of Nepal. **Journal of Tropical Forestry and Environment**, v. 7, n. 1, p. 28–42, 2017.
- KOLLERT, W.; CHERUBINI, L. Teca - Mundo mercado. v. 3, n. January, p. 16–17, 2012.
- KOLLERT, W.; KLEINE, M. **IUFRO World Series Volume 36 The Global Teak Study**. [s.l: s.n.].
- KUSBACH, A. et al. Site-specific approach to growth assessment and cultivation of teak (*Tectona grandis*) in Nicaraguan dry tropics. **Forest Ecology and Management**, v. 480, n. October 2020, 2021.
- LEE, D. et al. Site index models with density effect for hybrid aspen (*Populus tremula* L. × *P. tremuloides* Michx.) plantations in southern Finland. **Forest Ecology and Management**, v. 480, n. June 2020, 2021.
- LI, B. et al. A large-scale chloroplast phylogeny of the Lamiaceae sheds new light on its subfamilial classification. **Scientific Reports**, v. 6, p. 1–18, 2016.
- MACEDO, L. R. G.; GOMES, J. E.; SALGADO, B. G. Desenvolvimento inicial de. v. 4, p. 61–69, 2005.
- MELO, E. D. E. A. Crescimento Florestal E Afilamento De Fuste Lavras – Mg. 2014.
- MENDONÇA, A. R. DE et al. Growth and yield models for eucalyptus stands obtained by differential equations. **Scientia Agricola**, v. 74, n. 5, p. 364–370, 2017.
- MOTTA, J. P. et al. Natural resistance of *Tectona grandis* wood in laboratory assay. **Ciência Rural**, v. 43, n. 8, p. 1393–1398, 2013.
- PACHAS, A. N. A. et al. Initial spacing of teak (*Tectona grandis*) in northern Lao PDR: Impacts on the growth of teak and companion crops. **Forest Ecology and Management**, v. 435, n. September 2018, p. 77–88, 2019.
- PEGO, M. F. F.; ASSIS, A. L. DE; CABACINHA, C. D. Classificação De Sítios Florestais Em Povoamentos De Eucalipto Na Microrregião De Salinas, Minas Gerais. **Enciclopédia Biosfera**, v. 11, n. 1, p. 1–5, 2015.

- PELLISSARI, A. et al. Cultivo Da Teca: Características Da Espécie Para Implantação E Condução De Povoamentos Florestais. **Agrarian Academy**, v. 1, n. 1, p. 127–145, 2014.
- RIBEIRO, A. et al. Curvas de classificação de sítio para plantios de mogno Africano no Brasil. **Cerne**, v. 22, n. 4, p. 439–448, 2016.
- ROCHA, H. F. DA; LEONARDO, F. V. S.; OLIVEIRA, A. C. Plantios comerciais de *Tectona grandis* L.f. no Brasil. **Multítemas**, v. 0, n. 48, 2015.
- SALEKIN, S. et al. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 50, 2020.
- SALLES, T. T. et al. Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 47, n. 2, p. 253–260, 2012.
- SANTOS, M. L. DOS et al. Hypsometric models for a clonal plantation of *Tectona grandis* Linn F. subjected to selective thinning. **Revista Agro@Mambiente on-Line**, v. 13, p. 35, 2019a.
- SANTOS, F. M. et al. Modeling the height–diameter relationship and volume of young African mahoganies established in successional agroforestry systems in northeastern Brazil. **New Forests**, v. 50, n. 3, p. 389–407, 2019b.
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: Modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006.
- SCOLFORO, H. F. et al. Site index estimation for clonal eucalypt plantations in Brazil: A modeling approach refined by environmental variables. **Forest Ecology and Management**, v. 466, n. March, p. 118079, 2020.
- SHIFLEY, S. R. et al. The past and future of modeling forest dynamics: from growth and yield curves to forest landscape models. **Landscape Ecology**, v. 32, n. 7, p. 1307–1325, 2017.
- SOARES, C. P. B. et al. Especificação de um modelo de crescimento e produção florestal. *Revista Árvore*, v. 28, n. 6, p. 831–837, 2004.
- SOCHA, J.; TYMIŃSKA-CZABAŃSKA, L. A method for the development of dynamic site index models using height-age data from temporal sample plots. **Forests**, v. 10, n. 7, 2019.
- TAMARIT-URIAS, J. C. et al. Growth and yield system for teak plantations (*Tectona grandis* L. F.) in Campeche, Mexico. **Madera y Bosques**, v. 25, n. 3, p. 1–16, 2019.
- TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, p. 1–10, 2014.

TEWARI, V. P.; SINGH, B. A first-approximation simple dynamic growth model for forest teak plantations in Gujarat state of India. *Southern Forests*, v. 80, n. 1, p. 59–65, 2018a.

TEWARI, V. P.; SINGH, B. Total Wood Volume Equations for *Tectona Grandis* Linn F. Stands in Gujarat, India. ***Journal of Forest and Environmental Science***, v. 34, n. 4, p. 313–320, 2018b.

TORRES, D. A.; DEL VALLE, J. I.; RESTREPO, G. Teak growth, yield-and thinnings' simulation in volume and biomass in colombia. ***Annals of Forest Research***, v. 63, n. 1, p. 53–70, 2020.

YASODHA, R. et al. Draft genome of a high value tropical timber tree, Teak (*Tectona grandis* L. f): insights into SSR diversity, phylogeny and conservation. ***DNA Research***, v. 25, n. 4, p. 409–419, 2018.

ZEIDE, B. Analysis of Growth Equations. ***Forest Science***, v. 39, n. 3, p. 594–616, 1993.

MEYER, H. A. A correction for a systematic error occurring in the application of the logarithmic volume equation. ***Penn. State Forestry School***, Res. Pap. No. 7, 3 p. 1941.

CAPÍTULO 1: MODELAGEM HIPSOMÉTRICA, VOLUMÉTRICA E DA CAPACIDADE PRODUTIVA DE PLANTIOS CLONAIIS DE TECA

Resumo

Estimar o crescimento e a produtividade dos povoamentos é um pré-requisito importante no setor florestal. Os modelos hipsométricos e volumétricos são ferramentas úteis para a predição de variáveis dendrométricas, assim como, o conhecimento da capacidade produtiva, no qual proporcionam bases para os tratamentos silviculturais, além de auxiliar na tomada de decisões de manejo. Neste sentido, ajustamos equações hipsométricas, volumétricas e da capacidade produtiva, tomando-se como base o monitoramento florestal de um plantio clonal de teca situado na Amazônia Oriental. Os dados foram obtidos em 67 parcelas permanentes durante oito anos, medindo os diâmetros com casca à altura do peito, altura total e dominante. O método de Hohenadl foi utilizado para cubar 138 árvores. Ajustamos seis modelos não lineares de altura em função do dap, cinco volumétricos e três modelos de crescimento em altura dominante. A abordagem da diferença algébrica, foi utilizada para classificação de sítio. A acurácia dos modelos foi avaliada por meio do coeficiente de correlação, erro padrão de estimativa, critério de informação de Akaike e análise gráfica dos resíduos. Após os ajustes, foram selecionados e validados os modelos de Bailey – 3 Parâmetros, de Takata e de Korf, para a estimativa da altura total, do volume e para classificação de sítio, respectivamente. Concluímos que o modelo de Bailey – 3 Parâmetros, foi condizente com a realidade biológica da espécie na estimativa da altura total. Os modelos volumétricos não lineares de dupla entrada produzem estimativas mais precisas quando comparados com os modelos não lineares de simples entrada. O modelo de Korf para classificação da capacidade produtiva, captou a tendência do crescimento da altura dominante de povoamentos clonais de teca.

Palavras-chave: Modelos biológicos; Relação diâmetro-altura; Estimativa volumétrica; Classificação de sítio; Abordagem da diferença algébrica.

Abstract:

Estimating the growth and productivity of stands is an important prerequisite in the forestry sector. The hypsometric and volumetric models are useful tools for predicting dendrometric variables, as well as the knowledge of the productive capacity, which provides the basis for silvicultural treatments, and assists in making management decisions. In this sense, the objective of this article was to adjust equations of hypsometric, volumetric and productive capacity, based on the forest monitoring of a clonal teak plantation located in the Eastern Amazon. The data were obtained in 67 permanent plots during seven years, measuring the diameters with bark at breast height, total and dominant height. The Hohenadl method was used to cube 138 trees. Six non-linear models of height as a function of dap, five volumetric and three dominant height growth models were fitted. The algebraic difference approach, was used for capacity classification. The accuracy of the models was evaluated using the correlation coefficient, standard error of estimate, Akaike's information criterion, and graphical analysis of residuals. After the adjustments, the 3-Parameter Bailey, Takata, and Korf models were selected and validated for the estimation of total height, volume, and site classification, respectively. It was concluded that the 3-Parameter Bailey model was consistent with the biological reality of the species in estimating the total height. The double-entry nonlinear volumetric models produce more accurate estimates when compared to the single-entry nonlinear models. Korf's model for classification of productive capacity, captured the growth trend of the dominant height of clonal teak stands.

Keywords: Biological models; diameter-height relationship; volumetric estimation; site classification; algebraic difference approach.

1.INTRODUÇÃO

A teca (*Tectona grandis* Linn. F) é uma espécie arbórea tropical de madeira densa e de alto valor comercial, com distribuição natural nos países do sudeste asiático, que inclui Mianmar, Tailândia e República Democrática Popular do Laos (PACHAS et al., 2019). Nesses países, a proibição ou dificuldades de exploração das áreas naturais associado ao elevado preço da madeira da espécie, tem impulsionado investidores a realizarem plantios comerciais em outras regiões, como uma opção viável para abastecer o mercado de madeiras tropicais (KUSBACH et al., 2021). Os plantios de teca no Brasil, concentram-se principalmente nos estados de Mato Grosso, Rondônia e Pará, que em conjunto com outros cultivos (e.g. seringueira, acácia, paricá) ocupam uma área de 0,39 milhão de hectares (PELISSARI et al., 2014; PACHAS et al., 2019; IBÁ, 2020; KUSBACH et al., 2021).

Estimar o crescimento e a produtividade dos povoamentos é um pré-requisito importante no setor florestal. Nesse sentido, os modelos hipsométricos e volumétricos são ferramentas úteis para a predição de variáveis dendrométricas, dentre estas o volume de madeira por unidade de área. Apesar disso, grande parte das equações hipsométricas e volumétricas disponíveis na literatura foram ajustadas para um grupo restrito de espécies, como os *Pinus* spp. e os *Eucalyptus* spp. (CRECENTE-CAMPO et al., 2010; FERRAZ FILHO et al., 2018; NG'ANDWE et al., 2019; CARRIJO et al., 2020; SANTIAGO-GARCÍA et al., 2020) e um número limitado para outras espécies cultivadas, como a teca (ROSSI et al., 2011; SANQUETTA et al., 2016; SANTOS et al., 2019a).

Embora alguns estudos tenham explorado as relações hipsométricas e volumétricas para teca (TONINI; COSTA; SCWENGBER, 2009; ROSSI et al., 2011; PELISSARI; CALDEIRA; DRESCHER, 2013; SILVA et al., 2015; PELISSARI et al., 2016; CERQUEIRA et al., 2017; RIBEIRO et al., 2019), poucos levaram em consideração as fases de desenvolvimento na modelagem de variáveis dendrométricas. Isto é, o comportamento do crescimento de uma floresta nas diferentes fases de crescimento (juvenil, maturidade e senilidade). Na fase juvenil, tem-se como principal característica altos valores de incremento em biomassa, pois os recursos ambientais ainda não são limitantes (água, luz, nutrientes, espaço útil de crescimento). Enquanto que para as fases seguintes (maturidade e senilidade), os incrementos diminuem devido à

limitações impostas pelo ambiente. Por esta razão, é imprescindível a utilização de modelos capazes de captar tais padrões nas relações dendrométricas.

A determinação da altura das árvores em povoamentos florestais durante inventário florestais é considerada uma das mais difíceis, apresentando alto custo e elevada probabilidade de erros, os quais são inerentes, em sua maioria, a distância horizontal do operador à árvore e a visibilidade da base e do topo da árvore (MENDONÇA et al., 2011; BURKHART; TOMÉ, 2012; MEHTÄTALO; DE-MIGUEL; GREGOIRE, 2015; BRAVO-OVIEDO; PRETZSCH, 2018). Nesse contexto, é comum a utilização de modelos estatísticos que estimem a altura total da árvore em função de variáveis como o diâmetro à altura do peito, idade e área basal, sendo esta relação denominada de relação hipsométrica (MENDONÇA; CHAVES E CARVALHO; CALEGÁRIO, 2015; PELISSARI et al., 2016; ÖZÇELIK et al., 2018).

O volume de árvores individuais, é considerado o atributo mais importante economicamente na quantificação florestal. Entretanto, dificilmente o seu valor é obtido diretamente, em decorrência da elevada trabalhabilidade, tempo e custos (MACHADO et al., 2006). Logo, a solução mais factível é o uso de equações matemáticas para estimar o volume com precisão e sem tendenciosidades (TONINI et al., 2009).

Com o objetivo de apoiar a tomada de decisão de povoamentos florestais, dentre os quais, encontra-se os plantios de teca, o índice de sítio é uma variável amplamente aplicada para a produtividade do local, e está incluído na maioria dos modelos de crescimento e produção (TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014; SCOLFORO et al., 2020). O índice de sítio é geralmente representado pela altura dominante de um povoamento em uma determinada idade com base em um modelo de crescimento para altura dominante. A altura dominante é comumente considerada independente da densidade do povoamento (MENDONÇA et al., 2017; TAMARIT-URIAS et al., 2019; LEE et al., 2021) e acredita-se que essa variável integre os efeitos do clima e do solo na produtividade florestal (LES, 2003).

Neste sentido, ela é importante em estudos de crescimento e produção florestal e, estudos indicam que as áreas cultivadas com teca apresentam características ambientais contrastantes que resultam em diferentes taxas de crescimento e capacidade produtiva (PÉREZ; KANNINEN, 2005; CAÑADAS-L et al., 2018; VENDRUSCOLO et al., 2019). Todavia, são necessários alternativas para caracterizar o crescimento e a capacidade produtiva destes plantios, com na abordagem da diferença algébrica (ADA). Neste sentido,

a classificação da capacidade produtiva é importante para apoiar os tratamentos silviculturais, além de auxiliar na tomada de decisões de manejo, a fim de consolidar a silvicultura da espécie no setor nacional, elevando sua produção a níveis competitivos no cenário internacional (KOLLERT; KLEINE, 2017; VENDRUSCOLO et al., 2019).

Dentre as pesquisas realizadas com a espécie, a maioria utilizou modelos de natureza linear ou linearizados, os quais não estão associados aos processos de crescimento a fundamentos biológicos (KOIRALA; KIZHA; BARAL, 2017). Nos modelos não lineares, pode-se, a partir de suposições importantes sobre o problema, trabalhar no sentido de obter uma relação teórica entre as variáveis de interesse (ZEIDE, 1993; MENDONÇA et al., 2017, 2011; SALEKIN et al., 2020; SCOLFORO et al., 2020). Estes modelos, necessitam de uma menor quantidade de parâmetros quando comparado aos lineares, o que simplifica e facilita a interpretação (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Dada a importância dessas equações no manejo e no auxílio a tratamentos silviculturais de espécies florestais, objetivamos neste estudo ajustar e selecionar equações hipsométrica, volumétrica e da capacidade produtiva, tomando-se como base o monitoramento florestal de um plantio clonal de teca situado na Amazônia Oriental. Logo, testamos as seguintes hipóteses: (1) modelos não lineares de caráter biológico proporcionam ajustes precisos para a estimativa da altura total de teca em diferentes fases de crescimento; (2) modelos volumétricos de dupla entrada são mais precisos do que modelos de simples entrada na estimativa de volume individual de clones de teca em diferentes fases de crescimento e; (3) A abordagem da diferença algébrica garante ajustes precisos e com realismo biológico para o crescimento em altura dominante.

2.MATERIAL E MÉTODOS

2.1.Área de estudo

O estudo foi realizado no município de Capitão Poço, estado do Pará, pertencente à empresa Tietê Agrícola Ltda. ($2^{\circ}30'00''$ S; $47^{\circ}20'00''$ W e $2^{\circ}20'0''$ S; $47^{\circ}30'0''$ W) que possui uma área de 2.400 hectares, onde 754,4 hectares são ocupados por plantios clonais de teca (Figura 1). Na região, destaca-se o domínio da Floresta Ombrófila Densa (IBGE, 2012), cujos solos predominantes são classificados em Latossolo Amarelo distrófico petroplântico, Latossolo Amarelo distrófico típico e Plintossolo Pétrico Concrecionário (EMBRAPA, 2018). O relevo é caracterizado como plano a suave ondulado (IBGE,

2.3. Coleta de dados

Os dados foram obtidos em 67 parcelas permanentes, em formato circulares, com raio de 12,61 m (500 m²), medidas nos anos de 2013 a 2020, distribuída de forma sistemática (Figura 1). Em cada parcela, foram medidos os diâmetros com casca à altura do peito (DAP, convencionado a 1,3 m do nível do solo) de todas as árvores, a altura total (h) de cinco dominantes segundo a metodologia proposta por Assmann (1970). Foram cubadas 138 árvores, conforme o método relativo de Hohenadl (Eq. 1), que consiste na compartimentalização do tronco em 10 seções proporcionais à altura total da árvore, medindo-se os diâmetros nas posições de 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85 e 95% do fuste. A cubagem seguiu a distribuição diamétrica dos povoamentos, utilizando sete classes determinadas pelo diâmetro médio aritmético e desvio padrão (s) (MACHADO & FIGUEIREDO FILHO, 2014), com objetivo de estimar o volume e a altura em toda a amplitude diamétrica existente nas diferentes idades dos povoamentos (Tabela 2). Além disso, com o intuito de contemplar diferentes fases de crescimento, as árvores cubadas pertenciam a diferentes idades, variando entre 48 meses e 108 meses de idade, com indivíduos em desenvolvimento inicial (predomínio de crescimento monopodial) e de indivíduos com copa desenvolvida e em processo de frutificação.

$$V = \frac{h}{10} (g_{0,05} + g_{0,15} + g_{0,25} + g_{0,35} + g_{0,45} + g_{0,55} + g_{0,65} + g_{0,75} + g_{0,85} + g_{0,95}) \quad (1)$$

Tabela 2. Número de árvores (n) e média (e desvio padrão) das variáveis por classe de diâmetro das árvores cubadas nos plantios clonais de teca no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Classe de DAP (cm)	N	%	DAP (cm)	h (m)	g (m ²)	v (m ³)
10,0 – 13,5	8	5.8	12,28 (0,94)	11,39 (1,63)	0,0119 (0,0018)	0,0724 (0,0150)
13,5 – 17,0	18	13.0	14,98 (1,09)	12,70 (1,33)	0,0175 (0,0026)	0,1138 (0,0188)
17,0 – 20,5	28	20.3	19,05 (0,99)	14,92 (0,99)	0,0284 (0,0029)	0,2036 (0,0338)
20,5 – 24,0	36	26.1	22,35 (0,88)	16,15 (1,14)	0,0393 (0,0031)	0,3034 (0,0373)
24,0 – 27,5	31	22.5	25,46 (1,11)	16,78 (1,19)	0,0510 (0,0044)	0,3979 (0,0520)
27,5 – 31,0	12	8.7	28,98 (0,90)	18,19 (0,70)	0,0660 (0,0041)	0,5220 (0,0481)
31,0 – 34,5	5	3.6	32,79 (0,79)	19,26 (0,72)	0,0845 (0,0040)	0,6923 (0,0435)

Continua

Classe de DAP (cm)	N	%	DAP (cm)	h (m)	g (m ²)	v (m ³)
Total	138	100	21,76 (5,11)	15,61 (2,22)	0,0392 (0,0176)	0,2993 (0,1518)

Em que: N = número de árvores; DAP = diâmetro à 1,30 m do solo; h = altura total; g = área transversal; e v = volume com casca.

Para os ajustes dos modelos hipsométricos, utilizamos dados oriundos da medição da altura real de 138 árvores, que foram medidas durante a cubagem rigorosa. A altura real foi tomada com o auxílio de uma trena e o DAP foi medido com o auxílio de uma suta.

2.4. Modelagem da relação hipsométrica, volumétrica e da capacidade produtiva de plantios clonais de teca

Para testar a primeira hipótese, ajustamos seis modelos não lineares para a relação altura-diâmetro. Selecionamos quatro modelos não lineares de caráter biológico e dois modelos não lineares usualmente utilizados na modelagem da relação hipsométrica (Tabela 3).

Tabela 3. Modelos de relação hipsométrica selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

N	Modelos	Autores
01	$H_i = \beta_0 \cdot \exp(-\exp(\beta_1 - \beta_2 \cdot DAP_i))$	Gompertz
02	$H_i = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 \cdot DAP_i))}$	Logístico
03	$H_i = \beta_0 \cdot (1 - \exp(-\beta_1 \cdot DAP_i))^{\beta_2}$	Chapman e Richards
04	$H_i = \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{\beta_1}{DAP_i}\right)$	Curtis
05	$H_i = \beta_0 \cdot (1 - \exp^{-\beta_1 \cdot DAP_i^{\beta_2}})$	Bailey 3-Parâmetros
06	$H_i = \beta_0 + DAP_i^{\beta_1}$	Stoffels

Em que: H_i = Altura total (m); β_i = Parâmetros do modelo; exp = exponencial; DAP = Diâmetro a altura padrão (cm).

Para a modelagem do volume de árvores individuais, utilizamos cinco modelos não lineares, sendo dois de simples entrada e três de dupla entrada (Tabela 4).

Tabela 4. Modelos volumétricos selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

N	Modelos	Autores
07	$V_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H_i^{\beta_2}$	Schumacher-Hall
08	$V_i = \beta_0 \cdot (DAP_i)^{\beta_1}$	Husch

Continua

N	Modelos	Autores
09	$V_i = DAP_i^2 \cdot (\beta_0 + \beta_1 \cdot H_i)$	Ogaya
10	$V_i = \beta_0 \cdot \exp(-\exp(\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot DAP_i))$	Gompertz
11	$V_i = \frac{DAP_i^2 \cdot H_i}{(\beta_0 + \beta_1 \cdot DAP_i)}$	Takata

Em que: V_i = volume (m^3); H_i = Altura total (m); β_i = Parâmetros do modelo; exp = exponencial; DAP= Diâmetro a altura padrão (cm).

Para a classificação da capacidade produtiva, foi utilizada a abordagem da diferença algébrica (ADA), que se trata de um caso particular de equações diferenciais. Esta abordagem foi desenvolvida por Bailey e Clutter (1974), que formularam um modelo cujo um dos parâmetros é dependente da qualidade do sítio, porém independente da escolha da idade de referência. Essa propriedade das funções produzirem previsões independentes da idade, garante que valores de altura dominante para a mesma idade sejam equivalentes.

Tabela 5. Modelos de crescimento em altura dominante selecionados para ajuste aos dados dos povoamentos clonais de teca, no município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

N	Modelos	Autores
12	$H_{dom_{i+1}} = \beta_0 \left(\frac{H_{dom_i}}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{Id_1}{Id_2} \right)^{\beta_2}}$	Lundqvist-Korf
13	$H_{dom_{i+1}} = \frac{\beta_0}{\left(1 - \left(1 - \frac{\beta_0}{H_{dom_i}} \right) \left(\frac{Id_1}{Id_2} \right)^{\beta_2} \right)}$	Hossfeld
14	$H_{dom_{i+1}} = \beta_0 \left(\frac{H_{dom_i}}{\beta_0} \right)^{\exp \left(\frac{\beta_2}{(\beta_3-1)Id_2} \cdot \frac{\beta_2}{(\beta_3-1)Id_1} \cdot (\beta_3-1) \right)}$	Sloboda

Em que: H_{dom} = altura dominante (m); exp = exponencial; Id_i = idade (meses); β_i = coeficiente do modelo.

2.5. Ajuste e validação

Para o ajuste dos modelos, utilizamos o algoritmo de Levenberg–Marquardt da função “nlsLM”, do pacote ‘minpack.lm’ do software R® (ELZHOV et al., 2016). A seleção dos modelos mais precisos foi realizada a partir dos seguintes critérios estatísticos: a) menor erro padrão da estimativa absoluto e relativo (Eq. 2); b) análise gráfica dos resíduos não tendenciosa (Eq. 3); c) maior coeficiente de correlação (Eq. 4) e; d) menor critérios de informação de Akaike (Eq. 5).

a) Erro padrão da estimativa (S_{yx} e $S_{yx}\%$):

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \therefore S_{yx} (\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (2)$$

Em que: S_{yx} = erro padrão residual (m); $S_{yx} (\%)$ = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

b) Resíduos da estimativa (E%):

$$E_{\%} = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \cdot 100 \quad (3)$$

Em que: $E_{\%}$ = Resíduos em porcentagem; y_i = variável observada; \hat{y}_i = variável estimada.

c) Coeficiente de correlação entre valores observados e valores estimados da variável dependente (r):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

Em que: r = Coeficiente de correlação; x_i e x = valor observado e estimado da variável sob análise.

d) Critério de informação de Akaike (AICc):

$$AIC_c = -2 \left(\frac{-n}{2} \cdot \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \right) \right) + 2K \frac{n}{(n-K-1)} \quad (5)$$

Em que: AICc = Critério de informação de Akaike; e = resíduos; n = número de observações; $K = p+1$; p = número de parâmetros do modelo.

Para os modelos ajustados e com todos os parâmetros significativos, construímos gráficos de valores observados versus valores estimados, dispersão de resíduo percentual e histograma de resíduos percentuais. Para determinação do sítio, utilizamos como idade índice o último inventário realizado (120 meses = 10 anos). As tabelas de limites de altura dominante (Hdom) geradas, foram agrupadas em três classes de sítios, alta (I), média (II) e baixa (III) capacidade produtiva, cuja amplitude de classes foi de dois metros.

As equações selecionadas foram validadas utilizando cerca de 20% dos dados (GUJARATI; PORTER, 2008), oriundos da cubagem (hipsométrico e volumétrico) distribuídos em diferentes classes de diâmetro, e do inventário contínuo (sítios), cujos valores estimados e observados foram submetidos ao teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap”. A estratégia para validação deste teste é baseada em

regressão e testes estatísticos de equivalência. Os testes de equivalência invertem a hipótese nula usual, isto é, eles postulam que as variáveis comparadas são dissimilares. Dessa maneira, o teste “Regression-based TOST using bootstrap” verifica não apenas a similaridade entre as variáveis, bem como a semelhança entre cada valor predito e observado de forma individual, a partir de regiões de similaridade e intervalos de confiança (ROBINSON et al., 2005).

3.RESULTADOS

3.1.Modelagem hipsométrica

Os modelos hipsométricos apresentaram estatísticas de precisão similares, sendo que as equações de Bailey 3-Parâmetros e Gompertz, obtiveram os menores valores para o erro padrão da estimativa e maiores correlações (Tabela 6). Em relação ao critério de informação de Akaike, Bailey 3-Parâmetros apresentou o menor valor e todos os coeficientes foram significativos.

Tabela 6. Estimadores dos parâmetros (coeficientes ajustados) e estatísticas de precisão para cada equação hipsométrica, ajustadas para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos Parâmetros	S_{yx}	$S_{yx}\%$	r	AIC
Stoffels	$\beta_0 = 5,18398$	0,42113	1,090	6,98	0,869	335,14
	$\beta_1 = 0,76186$	0,01263				
Curtis	$\beta_0 = 25,17510$	0,6941	1,091	6,99	0,869	335,34
	$\beta_1 = -9,97820$	0,5852				
Gompertz	$\beta_0 = 22,35950$	2,23878	1,081	6,92	0,873	334,27
	$\beta_1 = 0,40036$	0,12004				
	$\beta_2 = 0,06687$	0,01851				
Logístico	$\beta_0 = 21,26620$	1,5814	1,082	6,93	0,872	334,45
	$\beta_1 = 2,55928$	0,36787				
	$\beta_2 = 0,09180$	0,01923				
Chapman-Richards	$\beta_0 = 25,95960$	7,45199	1,081	6,92	0,873	334,16
	$\beta_1 = 0,03160^{ns}$	0,02928				
	$\beta_2 = 0,71344$	0,24403				
Bailey 3-Parâmetros	$\beta_0 = 27,49990$	11,20377	1,081	6,92	0,873	334,15
	$\beta_1 = 0,07690$	0,01141				
	$\beta_2 = 0,78109$	0,23554				

Em que: β_i = estimadores dos parâmetros (coeficientes); S_{yx} = erro padrão da estimativa absoluto; $S_{yx}\%$ = erro padrão da estimativa percentual; r = coeficiente de correlação entre valores observados e estimados e; AIC = Critério de Informação de Akaike, ^{ns}= não significativo a 95% de probabilidade.

Ao observar a dispersão de resíduos, a relação “observado vs estimado” e distribuição de classes de resíduos (Figura 2), fica evidente que os modelos ajustados apresentaram tendências similares nas estimativas da altura total. Ao obter um parâmetro não significativo via processo iterativo, para $\alpha = 0,05$, optamos por não apresentar os gráficos para o modelo de Chapman-Richards.

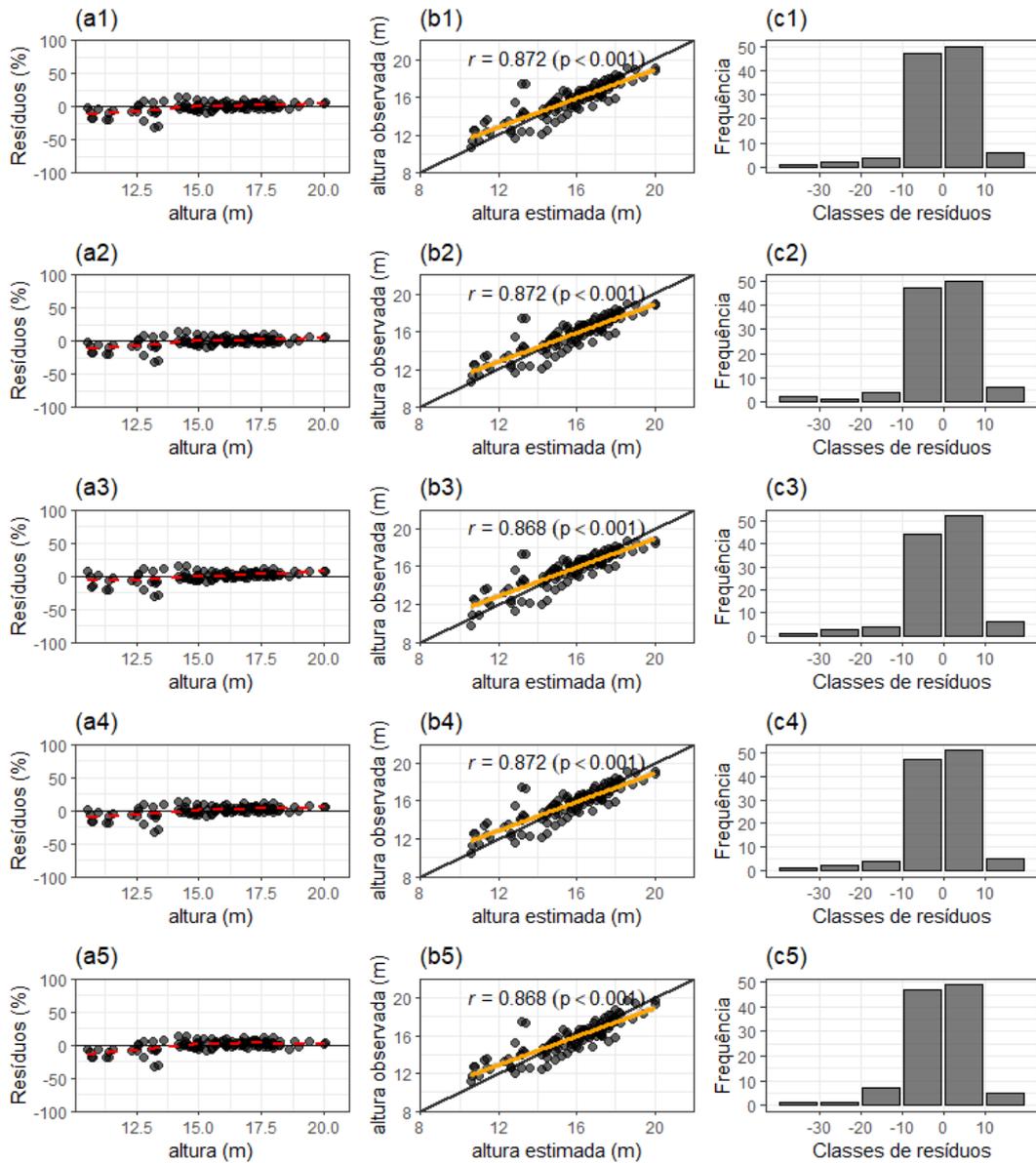


Figura 2. Dispersão de resíduos (a_i), relação entre observados x estimados (b_i) e distribuição de classes de resíduos (c_i) para equações hipsométricas de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Gompertz; a2, b2 e c2= modelo Logístico; a3, b3 e c3 = modelo de Curtis; a4, b4 e c4 = modelo de Bailey 3-P e; a5, b5 e c5 = modelo de Stofells.

A partir das análises de qualidade de ajuste, estatísticas de precisão e demais análises gráficas, foi selecionado o modelo de Bailey – 3 Parâmetros para a estimativa da altura total de árvores de teca.

3.2. Modelagem volumétrica

Os ajustes volumétricos, indicaram que o modelo de Takata foi mais preciso, com erro padrão absoluto e relativo de 0,017 m³ e 5,77%, respectivamente. O coeficiente de correlação foi superior a 0,99, indicando uma forte associação entre os valores estimados e observados. A equação de Husch gerou resultados inferiores, com erro padrão absoluto e relativo de 0,027 m³ e 8,88%, respectivamente (Tabela 7). Os valores de AIC foram próximos entre os modelos de Schumacher-Hall, Ogaya e Takata, sendo que as equações de Schumacher-Hall e Takata se sobressaíram em relação as demais, em que todos os parâmetros foram significativos.

Tabela 7. Estimadores dos parâmetros (coeficientes ajustados) e estatísticas de precisão para cada equação volumétrica, ajustadas para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	R	S _{yx}	S _{yx} %	AIC
Schumacher-Hall	$\beta_0 = 8,405 \times 10^{-05}$	$1,24 \times 10^{-05}$	0,993	0,018	5,87	-570,98
	$\beta_1 = 1,758$	0,04978				
	$\beta_2 = 0,9756$	0,08722				
Husch	$\beta_0 = 2,925 \times 10^{-05}$	$4,08 \times 10^{-05}$	0,985	0,027	8,88	-480,79
	$\beta_1 = 2,226$	0,04275				
Ogaya	$\beta_0 = 0,000214$	$3,28 \times 10^{-05}$	0,992	0,020	6,52	-548,81
	$\beta_1 = 0,00002316$	$1,91 \times 10^{-06}$				
Takata	$\beta_0 = 20510,82$	815,57	0,994	0,017	5,77	-575,54
	$\beta_1 = 286,71$	31,07				
Gompertz	$\beta_0 = 2,160446$	0,4579	0,985	0,026	6,69	-479,59
	$\beta_1 = 1,849981$	0,0381				
	$\beta_2 = 0,052017$	0,00627				

Em que: β_i = estimadores dos parâmetros (coeficientes); S_{yx} = erro padrão da estimativa absoluto; S_{yx}% = erro padrão da estimativa percentual; r = coeficiente de correlação entre valores observados e estimados e; AIC = Critério de Informação de Akaike

A dispersão de resíduos dos modelos ajustados, mostrou uma ligeira tendências de superestimativas para a equação de Husch, (Figura 3 a2). Por outro lado, o modelo de

Gompertz apresentou maiores tendências de subestimativa nos menores valores de volume (Figura 4 a4), cujos modelos de dupla entrada apresentaram comportamento similar quanto a tendências de super ou subestimar o volume de árvores individuais.

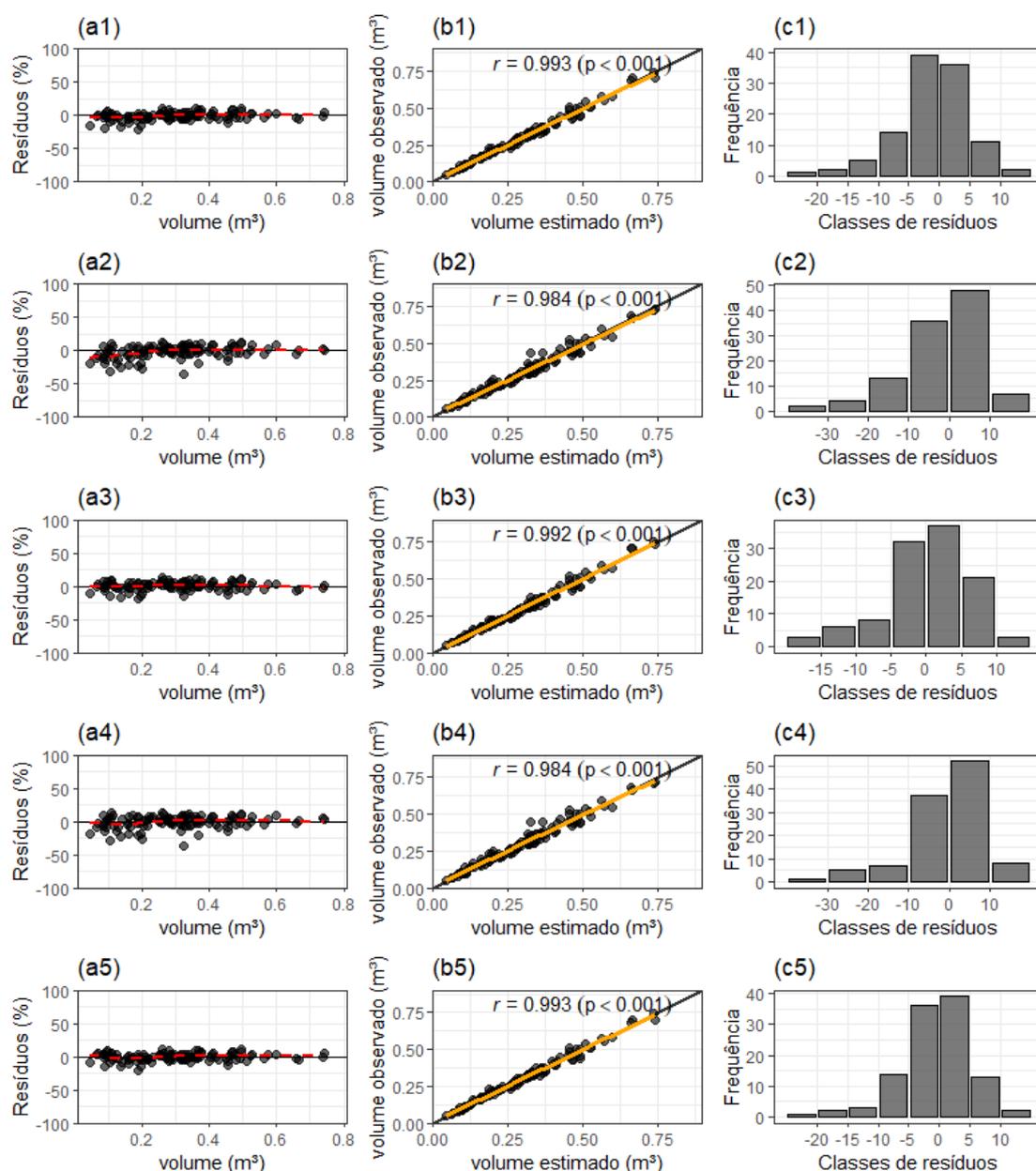


Figura 3. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações volumétricas de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Schumacher-Hall; a2, b2 e c2= modelo de Husch; a3, b3 e c3 = modelo de Ogaya; a4, b4 e c4 = modelo de Gompertz e; a5, b5 e c5 = modelo de Takata

A partir das análises de qualidade de ajuste, estatísticas de precisão e demais análises gráficas, optamos por selecionar o modelo de Takata para a estimativa do volume do fuste de árvores de teca.

3.3. Modelagem da capacidade produtiva

Para a modelagem do crescimento em altura dominante, os modelos ajustados apresentaram estatísticas de ajustes bastante similares. O modelo de Sloboda apresentou erro padrão absoluto e relativo de 0,72 m e 5,2%, respectivamente, enquanto o modelo de Lundqvist-Korf apresentou erro padrão absoluto e relativo de 0,73 m e 5,29%, respectivamente (Tabela 8). O valor de AIC para o modelo de Sloboda foi superior aos demais. Por outro lado, o modelo de Lundqvist-Korf apresentou maior lógica biológica, sendo o critério que mais pesou na seleção dos modelos, dada a semelhança em todos os critérios estatísticos apresentados na Tabela 8. O coeficiente de correlação foi de 0,958, indicando forte associação entre os valores estimados e observados.

Tabela 8. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para cada equação de crescimento em altura dominante, ajustadas para árvores clonais de teca plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	S_{yx}	$S_{yx}\%$	r	AIC
Lundqvist-Korf	$\beta_0= 25,1941$	1,5567	0,737	5,29	0,957	723,882
	$\beta_2= 0,60004$	0,0451				
Hossfeld	$\beta_0= 20,4891$	0,6681	0,735	5,28	0,957	722,017
	$\beta_2= 1,1256$	0,0489				
Sloboda	$\beta_0= 20,0025$	0,9891	0,724	5,20	0,958	1087,91
	$\beta_2= -0,2615$	0,0650				
	$\beta_3= 1,3486$	0,002303				

Em que: β_i = estimadores dos parâmetros (coeficientes); S_{yx} = erro padrão da estimativa absoluto; $S_{yx}\%$ = erro padrão da estimativa percentual; r = coeficiente de correlação entre valores observados e estimados e; AIC = Critério de Informação de Akaike

Os modelos ajustados não apresentaram tendências na estimativa da altura dominante, de tal modo, os mesmos padrões observados nas estatísticas de ajuste foram observados nos resíduos (Figura 4).

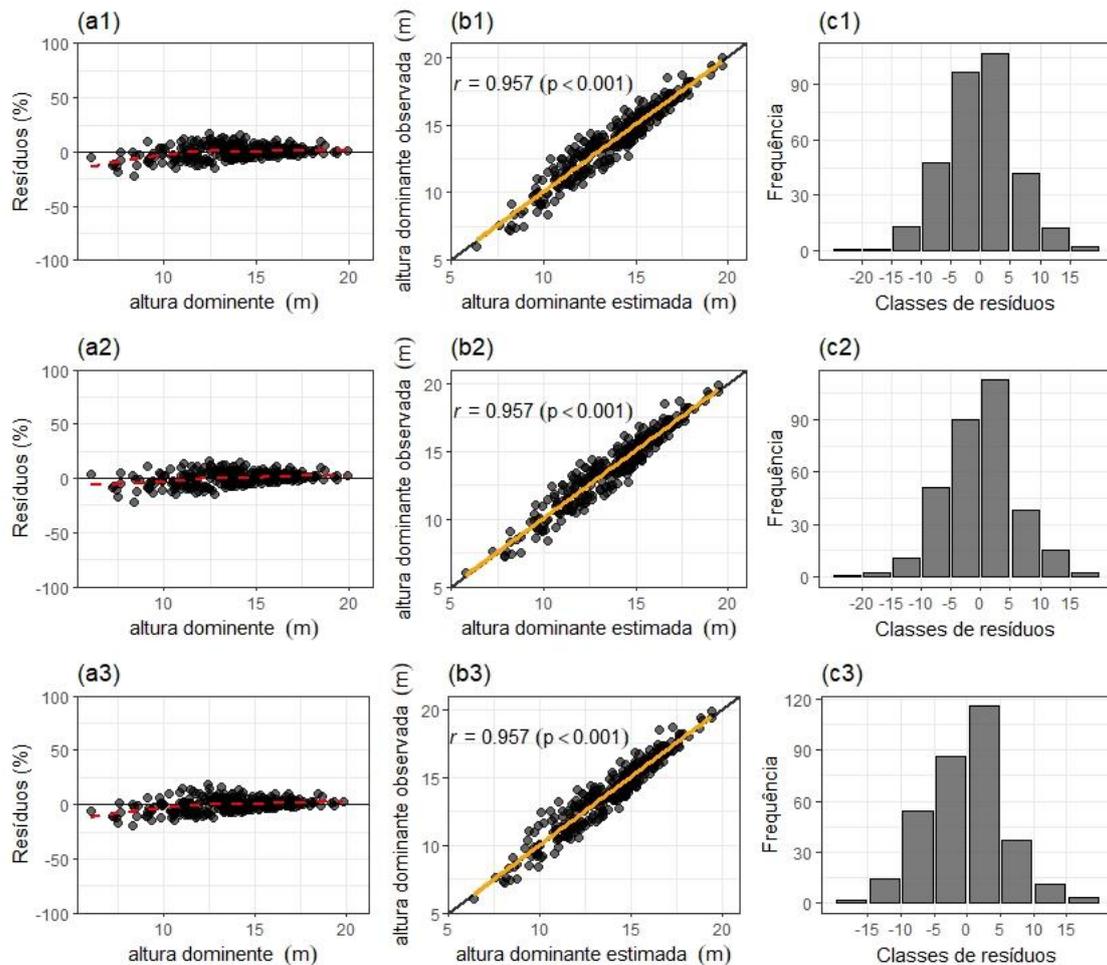


Figura 4. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para as equações de crescimento em altura dominante de um plantio clonal de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Korf; a2, b2 e c2= modelo de Hossfeld e; a3, b3 e c3 = modelo de Sloboda

Como todos os modelos ajustados apresentaram estatísticas de ajuste e precisão semelhantes, construímos as curvas de índice de sítio para os três modelos, sendo selecionado o modelo de Lundqvist-Korf para a classificação de sítio, o qual apresentou maior lógica biológica (Figura 5). Fazendo $H_{dom} = S$ quando $I_i = I_{ref}$ (idade referência), projetamos as curvas de referência e seus limites. Os modelos geraram curvas de índice de sítio polimórficas com amplitude de dois metros entre classes de capacidade produtiva (Tabela 9).

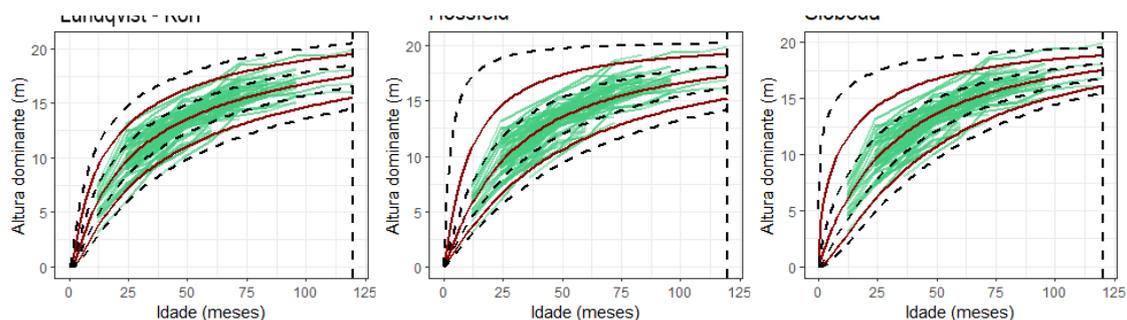


Figura 5. Classes de sítio para plantio clonal de teca, localizados no Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas vermelhas representam os centros de cada classe de sítio; linhas tracejadas representam os limites de classes, linha vertical traceja representa a idade de referência de 120 meses; linhas verdes representam a altura dominante observada.

Grande parte das unidades produtivas estão situadas entre as classes de sítio I (19,5 m) e sítio II (17,5 m), 23,3% e 74,4% respectivamente, sendo que, as unidades produtivas do sítio III (15,5 m), foram constituídas por cerca de 3% das parcelas mensuradas.

Tabela 9. Altura dominante por classe de sítio, estimadas a partir da equação de crescimento em altura dominante de Lundqvist-Korf, ajustadas para árvores clonais de teca plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Idade	III	II	I
24	7,27	9,97	13,20
36	9,51	12,18	15,18
48	11,10	13,66	16,45
60	12,30	14,75	17,35
72	13,25	15,59	18,04
84	14,02	16,27	18,58
96	14,67	16,83	19,02
108	15,22	17,30	19,39
120	15,5	17,5	19,5

Em que: III – classe de sítio 15,5; II – classe de sítio 17,5 e; I – classe de sítio 19,5.

3.4. Validação das equações selecionadas

Os resultados do teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap” ($\epsilon=0,25$ e $\alpha = 0,05$) indicou que os valores estimados e observados não diferem estatisticamente entre si, cuja hipótese de dissimilaridade foi rejeitada para todos os modelos.

Tabela 10. Teste de normalidade e de validação para cada equação selecionada para estimativa da altura tota, do volume e da altura dominante, para árvores clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Modelo	Parâmetros	Intervalo de confiança	Região de similaridade	Dissimilaridade
Bailey 3-P	β_0	15,034 ± 16,113	11,597 ± 19,328	Rejeitada
	β_1	0,971 ± 1,036	0,55 ± 1,45	Rejeitada
Takata	β_0	0,282 ± 0,303	0,218 ± 0,363	Rejeitada
	β_1	0,718 ± 1,093	0,75 ± 1,25	Rejeitada
Lundqvist-Korf	β_0	13,978 ± 14,465	10,655 ± 17,756	Rejeitada
	β_1	0,909 ± 1,097	075 ± 1,25	Rejeitada

Em que: β_i = parâmetros da regressão para o teste de equivalência.

4. Discussão

4.1. Modelagem hipsométrica

Os resultados da modelagem da relação hipsométrica corroboram com a primeira hipótese, de que modelos biométricos possibilitam ajustes precisos, visto que esse tipo de relação geralmente resulta em estimativas pouco precisas, com valores que costumam superar 25% para erro padrão (SANQUETTA et al., 2014). Erros inferiores a 10% para estimativa da altura são desejáveis, sendo um valor considerado aceitável pela maioria dos pesquisadores em estudos publicados envolvendo equações dendrométricas para florestas plantadas (CAMPOS; LEITE 2017).

Ao utilizar modelos lineares para a estimativa da altura total de árvores de teca em plantios equiâneos no Pará, Rossi et al. (2011), encontraram valores superiores ao deste estudo, com erro padrão da estimativa superior a 11%, enquanto Souza et al. (2018), com uso de modelos lineares em plantios de teca também no Pará, obtiveram valores para erro padrão da estimativa entre 10% e 39%. Com isso, fica evidente que os modelos não lineares podem ser utilizados em detrimento de modelos lineares na estimativa da relação altura-diâmetro, pois simulam com eficácia a complexidade dos padrões biológicos de crescimento. De tal modo, a maior precisão dos modelos não lineares se dá em função da capacidade destes em captar e se ajustar a padrões biológicos de crescimento.

Desse modo, um modelo matemático de base biológica permite uma adequada percepção do fenômeno que está sendo modelado a partir da interpretação de seus parâmetros, mesmo que estes sejam obtidos a partir de dados empíricos (ZEIDE, 1993; BURKHART; TOMÉ, 2012; SALEKIN et al., 2020). Partindo dessa premissa, com

exceção do modelo de Stoffels, os modelos ajustados neste estudo foram condizentes com a realidade biológica da espécie, dado que os parâmetros assintóticos obtidos se aproximaram de valores já observados para a relação altura-diâmetro de teca em florestas naturais, cujos valores variaram entre 30 e 45 m (KOLLERT; KLEINE, 2017).

Apesar dos modelos hipsométricos ajustados terem gerado estimativas precisas, a capacidade preditiva pode ser mais precisa ao associar com os coeficientes dos modelos, variáveis do povoamento que explicam a heterogeneidade da altura total, como idade, sítio e material genético (CAMPOS; LEITE, 2017). A variabilidade observada no crescimento da árvore é resultado, em grande parte, da variação e heterogeneidade de fatores relacionados ao sítio florestal, como água, luz, temperatura e nutrientes, que influenciam na formação e alocação de biomassa, bem como o funcionamento do meristema (MATHIEU et al., 2008). Dessa forma, a atividade meristemática depende das condições de sítio, mais especificamente da duração das estações secas para as espécies tropicais, como a teca (TONDJO et al., 2018).

Os meristemas, portanto, geram a arquitetura da planta por intermédio da produção de novos órgãos e de suas expansões, na qual a atividade meristemática pode seguir regras ontogenéticas complexas, como a neoformação foliar ou policiclismo (BARTHÉLÉMY; CARAGLIO, 2007; DE REFFYE et al., 2012). A teca, apresenta um crescimento rítmico, com um ou dois períodos de latência, dependendo do número de estações secas (TONDJO et al., 2018).

Dessa forma, à medida que acontece uma transição ontogenética no desenvolvimento da planta, sua arquitetura se torna mais complexa, que resulta em relações alométricas mais complexas (POORTER; BONGERS; BONGERS, 2006; AIBA; NAKASHIZUKA, 2009; TONDJO et al., 2018). Assim, tais relações são melhores explicadas por modelos não lineares do que modelos lineares, especialmente durante a fase de crescimento assintótico (SANTOS et al., 2019b). Portanto, o modelo selecionado para a estimativa da altura total, foi a equação ajustada a partir do modelo de Bailey-3P.

4.2. Modelagem volumétrica

Os modelos volumétricos proporcionaram ajustes precisos e corroboraram com a nossa hipótese, de que modelos não lineares de dupla entrada possibilitam ajustes mais precisos em comparação aos modelos não lineares de simples entrada. A equação de volume selecionada (Takata) foi ajustada usando o algoritmo de Marquardt e obteve estimativas precisas para os parâmetros. Nas pesquisas de Cañadas-L et al (2018) e Tewari & Singh (2018), estes obtiveram resultados similares ao deste estudo, porém, ambos utilizaram o método dos momentos generalizados para obter as estimativas de parâmetros a partir de dados com condições heteroscedásticas, tanto para modelos de simples entrada quanto para modelos dupla entrada.

Em plantios convencionais, o espaçamento mais adensado aumenta a competição precoce das árvores por luz. De tal modo, o crescimento da árvore tende a se concentrar em altura, o que resulta em árvores dominantes, codominantes e dominadas. Sob estas condições, a forma do fuste é fortemente influenciada pela altura dominante, consequência dos fatores relacionados ao sítio, o que explica a maior precisão das equações de dupla entrada (CAÑADAS-L et al., 2018). Resultados similares foram obtidos por Vendruscolo et al. (2014), que dentre todos os modelos volumétricos testados, os de dupla entrada foram superiores aos de simples entrada, no entanto, observaram que o modelo de Schumacher-Hall foi mais eficiente para estimar o volume total com casca.

Os resultados dos ajustes dos dois modelos mais precisos desse estudo (Takata e Schumacher-Hall), se assemelharam aos resultados de Antonio et al. (2018), que ao ajustar um modelo não linear de dupla entrada, obtiveram valores precisos para a predição do volume total de árvores individuais de teca, com distribuição diamétrica variando de 11,6 a 24,2 cm aos 11 anos de idade. Porém, nossos resultados demonstraram maior eficiência por utilizarem um maior intervalo de classes de diâmetro e idades, o que proporciona maior precisão e confiança nas estimativas. Dessa maneira, a equação ajustada a partir do modelo de Takata foi a selecionado para a estimativa do volume de árvores individuais.

4.3. Modelagem da capacidade produtiva

Os modelos matemáticos de caráter biológico promoveram ajustes precisos e realistas para a relação altura dominante-idade, com erros-padrão da estimativa inferiores

a 6%, confirmando a nossa hipótese. Os modelos de crescimento em altura dominante testados estimaram valores de assíntota semelhantes, que variaram entre 20 a 25 m. Para a classificação de sítio, o modelo de Lundqvist-Korf, ajustado a partir da ADA foi selecionado e garantiu características importantes para a modelagem da altura dominante, como o polimorfismo (de única assíntota) e lógica biológica, evidente na Figura 5. A equação selecionada, proporcionou índice de sítio com centros de classes que variaram de 15,5 a 19,5 m, que estão dentro dos limites dos valores estimados por Kenzo et al. (2020), que relataram índices de sítio que variaram de 10 a 32 m para plantios de diferentes idades em regiões da Tailândia. Em locais de ocorrência natural, os plantios de origem seminal, as árvores dominantes podem atingir em média 70 cm de diâmetro e 40 m de altura entre os 50-80 anos de idade, com o predomínio aos 40 anos de idade de árvores dominantes com até 35 m de altura e 60 cm de diâmetro (JEREZ-RICO; COUTINHO, 2017).

Alguns autores observaram para diferentes regiões da América Latina, valores superiores ao deste estudo para índice de sítio, por exemplo, Cañadas-L et al (2018), observaram nos locais produtivos da província de Los Ríos de Equador, com idade de referência de 120 meses, valores que variaram de 15 a 23 m, enquanto Bermejo; Cañellas; San Miguel, 2004 relataram valores de 19 a 23 m (idade de referência de 120 meses) para a província de Guanacaste na Costa Rica. Visto que neste estudo o índice de sítio variou de 15,5 a 19,5 m com idade de referência de 120 meses, os locais com índice de sítio abaixo de 17 m na área de plantio podem ser consideradas com baixa condições ecológicas para o cultivo de teca com fins econômicos, assim como foi constatado por Cañadas-L et al (2018).

O crescimento inicial em altura dominante foi similar ao observado por Cruz et al. (2008) e Ziech et al. (2016), cujos valores aos 48 meses, variaram entre 10 m e 15 m, para regiões do Mato Grosso. Enquanto que, Conceição et al. (2012) determinando a capacidade produtiva local da teca em Monte Dourado, estado do Pará, por meio da análise de curvas de índice de sítio, obtiveram classes de sítio de 16 m, 20 m e 24 m na idade-índice de 26 anos, valores superiores aos observados neste estudo, cuja altura dominante para classe de sítio I não ultrapassou 20 m aos 10 anos de idade. É importante ressaltar que as diferenças observadas entre os resultados de Conceição et al. (2012) e do presente estudo, para diferentes regiões do Pará, podem estar relacionados com fatores

edáficos, precipitação média, material genético, espaçamento de plantio e dentre outros tratos silviculturais, que podem influenciar na capacidade produtiva do local.

Embora o modelo de Lundqvist-Korf tenha apresentado estatísticas de precisão adequadas (erro padrão inferior a 0,8 m) e lógica biológica nas estimativas da altura dominante, tem sido relatado por outros estudos (por exemplo, TEWARI et al., 2014) que modelos de índice de sítio que proporcionam curvas polimórficas de múltiplas assíntotas são mais bem sucedidos em cumprir todas as propriedades desejáveis dos padrões de crescimento, do que modelos anamórficos ou polimórficos de única assíntota. No entanto, assíntotas comuns para curvas de sítio podem ser indiferentes, uma vez que o comportamento das curvas de crescimento pode ser adequado dentro dos limites de variação das idades utilizadas na prática, além de ser um padrão naturalmente alcançado em idades mais avançadas (DIÉGUEZ-ARANDA et al., 2005).

5.CONCLUSÃO

As equações hipsométricas ajustadas foram precisas. Os ajustes foram condizentes com a realidade biológica da espécie, cujos parâmetros assintóticos obtidos se aproximaram da altura total da espécie em florestas naturais. Modelos volumétricos não lineares de dupla entrada produzem estimativas mais precisas quando comparados com os modelos não lineares de simples entrada. Os modelos de classificação da capacidade produtiva conseguiram captar a tendência do crescimento em altura dominante de teca clonal. Da mesma forma que ocorreu para os modelos hipsométricos, os ajustes foram condizentes com a realidade biológica da espécie.

6.REFERÊNCIAS

AIBA, M.; NAKASHIZUKA, T. Architectural differences associated with adult stature and wood density in 30 temperate tree species. **Functional Ecology**, v. 23, n. 2, p. 265–273, 2009.

ALVARES, C. A. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, dez. 2013.

ASSMANN. **The Principles of Forest Yield Study: Studies in the Organic Production, Structure, Increment and Yield of Forest Stands**. [s.l.] Pergamon, 1970.

- BARTHÉLÉMY, D.; CARAGLIO, Y. Plant architecture: A dynamic, multilevel and comprehensive approach to plant form, structure and ontogeny. **Annals of Botany**, v. 99, n. 3, p. 375–407, 2007.
- BERMEJO, I.; CAÑELLAS, I.; SAN MIGUEL, A. Growth and yield models for teak plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 189, n. 1–3, p. 97–110, 2004.
- BRAVO-OVIEDO, A.; PRETZSCH, H. **Growth and Structure in Mixed-Species Stands Compared with Monocultures: Review and Perspectives**. [s.l.: s.n.].
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. v. 9789048131
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e Respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV, 2017.
- CAÑADAS-L, Á. et al. Growth and yield models for teak planted as living fences in coastal Ecuador. **Forests**, v. 9, n. 2, p. 1–14, 2018.
- CARRIJO, J. V. N. et al. The growth and production modeling of individual trees of *Eucalyptus urophylla* plantations. **Journal of Forestry Research**, v. 31, n. 5, p. 1663–1672, 2020.
- CONCEIÇÃO, F. X.; DRESCHER, R.; PELISSARI, A. L.; LANSSANOVA, L. R.; FAVALESSA, C. M. C.; ROQUETTE, J. G. Capacidade produtiva local de *Tectona grandis* em Monte Dourado, Estado do Pará, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 5, p. 822–827, 2012.
- CRECENTE-CAMPO, F. et al. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 259, n. 5, p. 943–952, 2010.
- CRUZ, J. P. et al. Modelos de crescimento e produção para plantios comerciais jovens de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Arvore**, v. 32, 2008.
- DE REFFYE, P. et al. Stochastic modelling of tree annual shoot dynamics. **Annals of Forest Science**, v. 69, n. 2, p. 153–165, 2012.
- DIÉGUEZ-ARANDA, U.; GONZÁLEZ, J. G. A.; ANTA, M. B.; ALBORECA, A. R. Site quality equations for *Pinus sylvestris* L. plantations in Galicia (northwestern Spain). **Annals of Forest Science**, Les Ulis, v. 62, n. 2, p. 143–152, 2005.
- ELZHOV, T. et al. **Package “minpack.lm”**. 2016. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/minpack.lm/minpack.lm.pdf>
- EMBRAPA. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5ª Edição** Brasília, 2018.
- FERRAZ FILHO, A. C. et al. Height-diameter models for eucalyptus sp. plantations in Brazil. **Cerne**, v. 24, n. 1, p. 9–17, 2018.

- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Basic Econometrics**. 5th editio ed. New York: [s.n.].
- KENZO, T. et al. General estimation models for above- and below-ground biomass of teak (*Tectona grandis*) plantations in Thailand. **Forest Ecology and Management**, v. 457, n. October 2019, p. 117701, 2020.
- KOIRALA, A.; KIZHA, A. R.; BARAL, S. Modeling Height-Diameter Relationship and Volume of Teak (*Tectona grandis* L. F.) in Central Lowlands of Nepal. **Journal of Tropical Forestry and Environment**, v. 7, n. 1, p. 28–42, 2017.
- KOLLERT, W.; KLEINE, M. **IUFRO World Series Volume 36 The Global Teak Study**. [s.l: s.n.].
- KRISNAWATI, H.; WANG, Y.; ADES, P. K. Generalized Height-Diameter Models for *Acacia mangium* willd. Plantations In South Sumatra. **Indonesian Journal of Forestry Research**, v. 7, n. 1, p. 1–19, 2010.
- KUSBACH, A. et al. Site-specific approach to growth assessment and cultivation of teak (*Tectona grandis*) in Nicaraguan dry tropics. **Forest Ecology and Management**, v. 480, n. October 2020, 2021.
- LEE, D. et al. Site index models with density effect for hybrid aspen (*Populus tremula* L. × *P. tremuloides* Michx.) plantations in southern Finland. **Forest Ecology and Management**, v. 480, n. June 2020, 2021.
- MACHADO, S. A.; TÉO, S. J.; URBANO, E.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo xilômetro para bracatinga (*Mimosa scabrella* Bentham). **Cerne**, v. 12, n. 3, p. 239-253, 2006.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. **Dendrometria**. 2 ed. Irati: Unicentro. 2014. 316 p.
- MATHIEU, A. et al. Rhythms and alternating patterns in plants as emergent properties of a model of interaction between development and functioning. **Annals of Botany**, v. 101, n. 8, p. 1233–1242, 2008.
- MEHTÄTALO, L.; DE-MIGUEL, S.; GREGOIRE, T. G. Modeling height-diameter curves for prediction. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 7, p. 826–837, 2015.
- MENDONÇA, A. R. DE et al. Growth and yield models for eucalyptus stands obtained by differential equations. **Scientia Agricola**, v. 74, n. 5, p. 364–370, 2017.
- MENDONÇA, R. D. A. et al. Modelos hiposométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, n. 90, p. 151–160, 2011.
- NG'ANDWE, P. et al. Modeling the height-diameter relationship of planted *Pinus kesiya* in Zambia. **Forest Ecology and Management**, v. 447, n. May, p. 1–11, 2019.

- ÖZÇELİK, R. et al. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. **Forest Ecology and Management**, v. 419–420, n. February, p. 240–248, 2018.
- PACHAS, A. N. A. et al. Initial spacing of teak (*Tectona grandis*) in northern Lao PDR: Impacts on the growth of teak and companion crops. **Forest Ecology and Management**, v. 435, n. September 2018, p. 77–88, 2019.
- PELISSARI, A. L. et al. Effect of systematic sampling intensity in the hypsometric relationship of teak stands. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 1, p. 23–32, 2016.
- PELISSARI, A. et al. Cultivo Da Teca: Características Da Espécie Para Implantação E Condução De Povoamentos Florestais. **Agrarian Academy**, v. 1, n. 1, p. 127–145, 2014.
- PÉREZ, D.; KANNINEN, M. Stand growth scenarios for *Tectona grandis* plantations in Costa Rica. **Forest Ecology and Management**, v. 210, n. 1–3, p. 425–441, 2005.
- POORTER, L.; BONGERS, L.; BONGERS, F. Architecture of 54 moist-forest tree species: Traits, trade-offs, and functional groups. **Ecology**, v. 87, n. 5, p. 1289–1301, 2006.
- ROSSI, A. S. et al. Relação hipsométrica e crescimento de *Tectona grandis* L.f. no Município de Monte Dourado, Pará. **Scientia Forestalis/Forest Sciences**, n. 91, p. 301–307, 2011.
- SALEKIN, S. et al. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 50, 2020.
- SANQUETTA, M. N. I. et al. Contribuição de um segundo diâmetro na estimação de volume individual de plantios jovens de *Tectona grandis* L.f. **Revista Agro@Mambiente on-Line**, v. 9, n. 4, p. 446, 2016.
- SANTIAGO-GARCÍA, W. et al. Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. **Forest Science and Technology**, v. 16, n. 2, p. 49–55, 2020.
- SANTOS, M. L. DOS et al. Hypsometric models for a clonal plantation of *Tectona grandis* Linn F. subjected to selective thinning. **Revista Agro@Mambiente on-Line**, v. 13, p. 35, 2019a.
- SANTOS, F. M. et al. Modeling the height–diameter relationship and volume of young African mahoganies established in successional agroforestry systems in northeastern Brazil. **New Forests**, v. 50, n. 3, p. 389–407, 2019b.
- SCOLFORO, H. F. et al. Site index estimation for clonal eucalypt plantations in Brazil: A modeling approach refined by environmental variables. **Forest Ecology and Management**, v. 466, n. March, p. 118079, 2020.
- SOUZA, D. et al. MODELOS HIPSOMÉTRICOS PARA UM POVOAMENTO EXPERIMENTAL DE TECA, PARÁ, BRASIL. **Enciclopédia Biosfera**, v. 15, n. 27, p. 131–141, 20 jun. 2018.

- TAMARIT-URIAS, J. C. et al. Growth and yield system for teak plantations (*Tectona grandis* L. F.) in Campeche, Mexico. **Madera y Bosques**, v. 25, n. 3, p. 1–16, 2019.
- TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, p. 1–10, 2014.
- TEWARI, V. P.; SINGH, B. Total Wood Volume Equations for *Tectona Grandis* Linn F. Stands in Gujarat, India. **Journal of Forest and Environmental Science**, v. 34, n. 4, p. 313–320, 2018.
- TONDJO, K. et al. Stochastic modelling of tree architecture and biomass allocation: Application to teak (*Tectona grandis* L. f.), a tree species with polycyclic growth and leaf neoformation. **Annals of Botany**, v. 121, n. 7, p. 1397–1410, 2018.
- TONINI, H.; COSTA, M. C. G.; SCWENGBER, L. A. M. Crescimento da Teca (*Tectona grandis*) em Reflorestamento na Amazônia Setentrional. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 0, n. 59, p. 5–14, 2009.
- VENDRUSCOLO, D. G. S. et al. Dominant height growth in *tectona grandis* plantations in Mato Grosso, Brazil. **Floresta e Ambiente**, v. 26, n. 4, 2019.
- ZEIDE, B. Analysis of Growth Equations. **Forest Science**, v. 39, n. 3, p. 594–616, 1993.
- ZIECH, B. G. et al. Modelos de crescimento em altura dominante e índice de sítio para Teca em Glória D'Oeste-MT. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 34, n. 4, p. 533–542, 2016.

CAPÍTULO 2: EQUAÇÕES DAS DIFERENÇAS NA MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS CLONAIIS DESBASTADOS DE TECA

Resumo

O desenvolvimento de modelos dinâmicos é extremamente importante para prever as mudanças nos povoamentos, bem como para informar o gestor florestal, otimizar o manejo florestal e auxiliar na tomada de decisão, modelando o crescimento e a produção. As equações das diferenças, são ferramentas que subsidiam a obtenção das estimativas com alto grau de precisão e possibilitam a inserção de covariáveis aos modelos de crescimento e produção. Dada a importância dessas equações no manejo de florestas, objetivamos neste capítulo desenvolver diferentes estratégias de modelagem do povoamento total a partir de modelos derivados por equações das diferenças, com uso de funções de crescimento biológico e compará-las a dois modelos de crescimento usualmente utilizados na prognose em nível de povoamento total, Clutter e Pienaar & Shiver, em povoamentos clonais de teça. Utilizamos dados de 67 parcelas medidas durante oito anos, obtendo as seguintes variáveis: idade do povoamento, o número de árvores por hectare, as estimativas de volume por hectare, área basal e índice de sítio. Foram utilizadas duas funções de crescimento de construção teórica para modelagem do crescimento em área basal, Schumacher e Logístico, cujo efeito do desbaste foi inserido em todos os modelos. A sobrevivência foi modelada em função da altura dominante e do desbaste. O volume em nível de povoamento foi modelado a partir da função de Chapman-Richards com covariáveis. Os ajustes foram comparados pelo erro padrão da média, coeficiente de correlação entre valores estimados e observados e pelo critério de informação de Akaike, complementados pela análise gráfica dos resíduos, bem como análise de autocorrelação dos resíduos. Os sistemas de modelagem alternativos e usuais apresentaram ajustes precisos, no entanto, os modelos usuais não atenderam todos os fundamentos do crescimento biológico. Os resultados permitiram inferir ainda sobre a superioridade do sistema alternativo de modelagem, composto pelo modelo Logístico, indicando valores de incremento médio anual máximos entre os 5 e 6 anos, o que o torna condizente com a realidade dos plantios de teça. Assim, independente da estratégia abordada, a inserção do termo modificador desbaste, garante maior precisão aos modelos,

por isso recomendamos o seu uso para estudos de crescimento e produção de povoamentos de rotação maiores, os quais estão sujeitos a sofrerem intervenções silviculturais.

Palavras-chave: Dinâmica do crescimento; Modelos explícitos; Modelos biológicos; Covariáveis; Equações das diferenças; Sistema de equações.

Abstract

The development of dynamic models is extremely important to predict changes in stands, as well as to inform the forest manager, optimize forest management, and assist in decision making by modeling growth and production. The difference equations are tools that help to obtain estimates with a high degree of accuracy and allow the insertion of covariates in growth and production models. Given the importance of these equations in forest management, the objective of this chapter was to develop different strategies for modeling the total population from models derived by equations of differences, using biological growth functions and compare them with two growth models commonly used in prognosis at the total population level, Clutter and Pienaar & Shiver, in clonal teakwood stands. We used data from 67 plots measured over eight years, obtaining the following variables: stand age, the number of trees per hectare, estimates of volume per hectare, basal area, and site index. Two theoretically constructed growth functions were used to model basal area growth, Schumacher and Logistic, and the effect of thinning was included in all models. Survival was modeled as a function of dominant height and thinning. Stand-level volume was modeled using the Chapman-Richards function with covariates. The fits were compared by standard error of the mean, correlation coefficient between estimated and observed values, and Akaike's information criterion, complemented by graphical analysis of the residuals, as well as autocorrelation analysis of the residuals. The alternative and usual modeling systems presented accurate fits, however, the usual models did not meet all the fundamentals of biological growth. The results allowed us to infer the superiority of the alternative modeling system, composed of the Logistic model, indicating maximum values of average annual increment between 5 and 6 years, which makes it consistent with the reality of teak plantations. Thus, regardless of the strategy used, the insertion of the modifier term thinning, ensures greater

accuracy to the models, so we recommend its use for studies of growth and production of larger rotation stands, which are subject to silvicultural interventions.

Keywords: Growth dynamics; Explicit models; Biological models; Covariates; Difference equations.

1. INTRODUÇÃO

As funções de crescimento descrevem a mudança no tamanho de um indivíduo ou população ao longo do tempo. A seleção de funções de crescimento de forma adequada, consiste em um aspecto importante para o desenvolvimento de modelos de crescimento e produção (WEISKITTEL et al., 2011; BURKHART; TOMÉ, 2012; BRAVO-OVIEDO; PRETZSCH, 2018). Portanto, os modelos são uma abstração da realidade e, a escolha do modelo mais adequado se baseia na capacidade deste em explicar o fenômeno estudado e das questões que serão investigadas (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL et al., 2011; PRADA, 2019). Nesse contexto, o desenvolvimento de modelos dinâmicos é extremamente importante para prever as mudanças nos povoamentos (PRADA et al., 2019), bem como para informar o gestor florestal, otimizar o manejo e auxiliar na tomada de decisão no que diz respeito à teca (TEWARI; SINGH; 2018; TORRES et al., 2020), além de abranger os efeitos de tratamentos silviculturais no crescimento, como o desbaste. Apesar do grande avanço nos estudos de modelagem do crescimento e produção, as estimativas de produção de teca em plantios desbastados ainda são escassas, e poucos estudos para teca consideraram o desbaste como uma variável presente nos modelos (TEWARI; SINGH; 2018; TORRES et al., 2020).

Os modelos pioneiros para prognosticar o crescimento e a produção de povoamentos florestais foram desenvolvidos para espécies de crescimento lento e com altas idades técnicas de rotação, como espécies do gênero *Pinus* spp. (CLUTTER et al., 1983). Estes modelos costumam promover boas estimativas a partir da qualidade do sítio, idade e da densidade do povoamento como variáveis explicativas do crescimento. No entanto, podem não apresentar todas as propriedades desejáveis que uma função de crescimento deve possuir para ser consistente com os princípios do crescimento biológico, como a existência de um ponto assintótico (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Dentro desta perspectiva, o modelo de prognose da produção global mais utilizado no Brasil é o modelo de Clutter (1963) (CAMPOS; LEITE, 2017). O modelo de

Clutter (1963) foi originalmente desenvolvido para *Pinus taeda* L. (GONÇALVES et al., 2016; MENDONÇA et al., 2017; VALERIANO et al., 2018), cujo próprio autor já afirmava que o modelo definido naquele momento não seria adequado para todas as espécies e/ou alternativas de manejo. Dessa maneira, dependendo dos sinais dos coeficientes, o modelo de Clutter (1963), pode não prognosticar valores dentro de uma faixa biologicamente consistente (BURKHART; TOMÉ, 2012). Assim, o seu uso na modelagem de espécies tropicais como a teca, pode apresentar inferências ineficazes e/ou sem consistência biológica.

Nesse contexto, modelos de crescimento confiáveis são essenciais para planejamento de longo prazo e tomada de decisão. Isto é especialmente importante em povoamentos florestais de manejo intensivo, onde é necessário avaliar alternativas de densidades de plantio, regimes de desbaste e idades de rotação silvicultural (GARCÍA; BURKHART; AMATEIS, 2011; GARCÍA, 2013; TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014; TEWARI; SINGH, 2018; TORRES; DEL VALLE; RESTREPO, 2020). Atualmente, a abordagem de espaço de estado (AEE) se apresenta como uma das técnicas mais avançadas para gerar modelos de crescimento e produção compatíveis. A AEE supõe que o estado de um sistema em um determinado tempo contém as informações acumuladas do passado e apenas as informações sobre o presente são necessárias para prever o comportamento futuro do sistema (GARCÍA; BURKHART; AMATEIS, 2011; TEWARI; SINGH, 2018; WEISKITTEL et al., 2011). Sendo que a implementação desta técnica para estudar o crescimento de teca é bastante recente, por exemplo, Tewari et al. (2014) e Tewari & Singh (2018) na Índia e; Torres et al. (2020) na Colômbia. No entanto, nenhum destes estudos considerou o desbaste como uma variável modificadora de estado.

As funções de transição geradas a partir de AEE, são usadas para prever o crescimento florestal ao atualizar as variáveis de estado, o que garante duas propriedades naturais importantes (GARCÍA, 2013): (i) consistência e (ii) compatibilidade, onde o resultado da projeção do estado Id_0 para o estado Id_1 , e depois de Id_1 para Id_2 deve ser o mesmo da projeção de Id_0 para Id_2 . As funções de transição, geralmente são geradas por integração de equações diferenciais ou somatório de equações das diferenças que automaticamente derivam relações com essas características.

As equações das diferenças, por exemplo, são ferramentas que subsidiam a obtenção das estimativas com alto grau de precisão e possibilitam a inserção de covariáveis aos modelos de crescimento e produção (MENDONÇA et al., 2017). Dada a

importância dessas equações no manejo de florestas, objetivamos neste capítulo desenvolver duas estratégias de modelagem do povoamento total a partir de modelos derivados por equações das diferenças, com uso de funções de crescimento biológico e compará-las a dois modelos de crescimento usualmente utilizados na prognose em nível de povoamento total.

Nesse sentido, traçamos as seguintes hipóteses: (1) Os métodos alternativos propostos resultam em ajustes precisos, compatíveis e consistentes com a realidade biológica da espécie; (2) Os modelos usuais também proporcionam ajustes precisos, porém não contemplam todas as propriedades do crescimento biológico.

2. Material e Métodos

2.1. Área de estudos e tratos silviculturais

O trabalho foi realizado a partir de dados adquiridos de uma rede de parcelas permanentes derivadas de um inventário florestal contínuo, situada em povoamentos clonais de teca (área útil inicial por planta de 16,00 m², 14,06 m² e 12,25 m²) e diferentes idades (10, 8, 7, 6 e 5 anos), localizado no Município de Capitão Poço – PA, pertencente à empresa Tietê Agrícola Ltda. A fazenda possui uma área de cerca 2.400 ha, entre as coordenadas geográficas 2°30'00" S; 47°20'00" W e 2°20'0" S; 47°30'0" W, na qual 754,4 ha são representados por plantio florestal. Na região destaca-se o domínio da Floresta Ombrófila Densa (IBGE, 2012), cujos solos predominantes são classificados em: Latossolo Amarelo distrófico petroplântico; Latossolo Amarelo distrófico típico e; Plintossolo Pétrico Concrecionário (EMBRAPA, 2018). O relevo é caracterizado como plano a suave ondulado (IBGE, 2012). O clima da região é do tipo Am, conforme a classificação de Köppen, sendo caracterizado como um clima quente e úmido, tropical chuvoso, com curta estação seca (ALVARES et al., 2013).

As práticas silviculturais em todos os talhões consistiram de: combate às formigas cortadeiras com iscas formicidas, limpeza dos plantios com trator de esteira, calagem com calcário dolomítico (3 t ha⁻¹), adubação (200 g planta⁻¹ de NPK 8-28-16 e 100 g planta⁻¹ de KCl), controle de plantas invasoras por meio do coroamento com enxada, roçagem mecanizada e semi-mecanizada com trator hidráulico, adubação de manutenção com aplicação de Boro (7 g planta⁻¹) e KCl (100 g planta⁻¹) e desrama artificial com serra e motopoda. O primeiro e segundo desbaste (sistemático ou seletivo) foram realizados aos

4,5 e 8,5 anos (valor médio), respectivamente, com intensidade de 50% de redução da área basal.

2.2. Coleta e análise de dados

Para efeito da modelagem, o banco de dados composto das 67 parcelas permanentes foi dividido em dois grupos (Tabela 11): a) grupo de dados para ajuste dos modelos (seleção aleatória de 80% do total de parcelas permanentes) e b) grupo de dados para validar os modelos (20% do restante das parcelas permanentes) (GUJARATI; PORTER, 2008). Para cada parcela permanente foram registradas as seguintes variáveis: idade do povoamento (Id); número de árvores por hectare (N); volume estimado por hectare (V); área basal (G) e índice de Sítio (S) (Figura 6). A altura das árvores de cada parcela foi estimada a partir do modelo hipsométrico de Bailey-3P, ajustado para a área de estudo ($H_i = 27,499 \cdot (1 - \exp(0,076 \cdot DAP_i^{0,7811}))$), $S_{yx} \% = 6,92$, $r = 0,873$), enquanto o volume por árvore amostrada em cada parcela foi obtido a partir do modelo de Takata, ajustado no capítulo anterior: $V_i = \frac{DAP_i^2 \cdot H_i}{(20510,8 + 286,7 \cdot DAP_i)}$, $S_{yx} \% = 5,77$, $r = 0,994$. Dessa maneira, o volume total foi obtido com somatório do volume de árvores individuais, que foi extrapolado para hectare em cada uma das 67 parcelas amostradas.

Tabela 11. Estatística descritiva para as variáveis de povoamentos de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Variáveis	Ajuste				Validação			
	Mín.	Máx.	Média	SD	Mín.	Máx.	Média	SD
Idade	24	120	50,16	20,12	24	120	57,32	21,05
N	80	960	535,64	204,08	180	820	546,15	209,84
G	3,68	24,98	12,73	3,72	4,05	23,82	11,67	3,906
V	13,61	205,11	87,61	30,52	14,16	194,08	91,68	33,39
S	15,5	19,5	17,5	0,92	15,5	19,5	17,5	1,39

Em que: idade (meses); N = número de árvores por hectare; G = área basal ($m^2 ha^{-1}$); V = volume ($m^3 ha^{-1}$) e S = índice de Sítio (m); SD = desvio padrão.

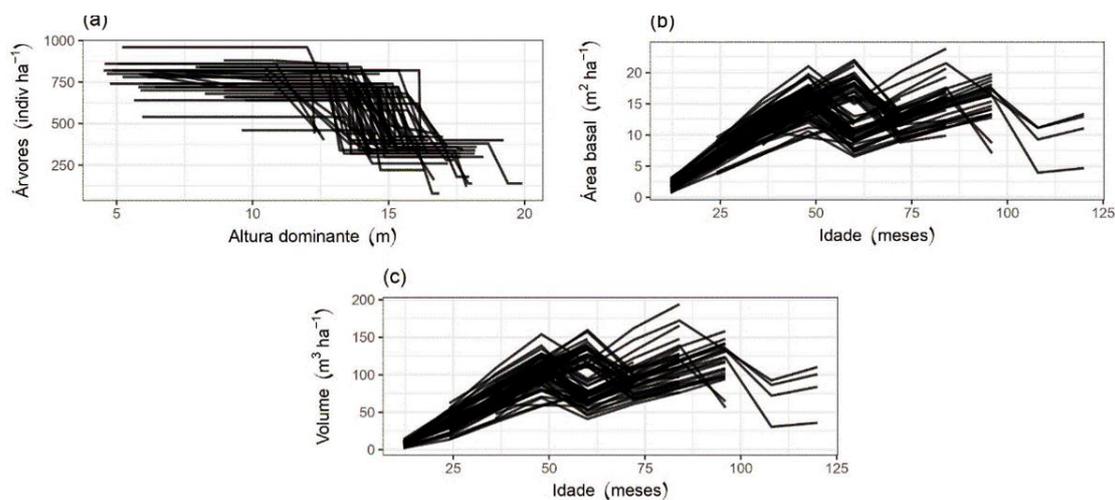


Figura 6. Variáveis em nível de povoamento de parcelas permanentes de teca clonal, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: (a) Número de árvores por hectare em função da Altura dominante; (b) área basal (m² ha⁻¹) em função da idade e; (c) volume total (m³ ha⁻¹) em função da idade.

2.3. Estratégias de Modelagem

2.3.1. Modelagem da área basal

Selecionamos duas funções de crescimento de construção teórica para modelagem do crescimento em área basal (BURKHART; TOMÉ, 2012; SALEKIN et al., 2020). As funções selecionadas possuem atributos desejáveis para representar o crescimento biológico, como ponto de inflexão, assíntota e comportamento lógico (GARCÍA; BURKHART; AMATEIS, 2011; SALEKIN et al., 2020). Em sequência, apresentamos as diferentes estratégias adotadas a partir das funções de crescimento biológico. Enquanto os modelos integrais apresentam o valor da variável de produção (G) para a correspondente idade Id_i (em meses), os modelos diferenciais expressam a variável de produção futura (G_2) em função da idade futura (Id_{i+1}), produção inicial (G_1) e idade inicial (Id_i). Para as estratégias “A” e “B”, utilizamos os modelos de Schumacher (Eq. 4) e Logístico (Eq. 9), respectivamente. Adotamos a metodologia das equações das diferenças, cujo efeito do desbaste também foi inserido nos modelos de projeção da área basal. Sendo possível compor a seguinte função de transição que expressa o incremento corrente anual (ICA):

$$G_2 - G_1 = ICA \quad (1)$$

$$G_2 = G_1 + ICA \quad (2)$$

Dado o efeito do desbaste sobre ICA, inserimos o efeito de Φ em (2):

$$G_2 = G_1 + ICA + \Phi \quad (3)$$

Em que: G_2 = área basal na idade Id_{i+1} ($m^2 ha^{-1}$); G_1 = área basal na idade Id_i ($m^2 ha^{-1}$); ICA = incremento corrente anual ($m^2 ha^{-1} ano^{-1}$) e; Φ = termo modificador do desbaste.

O termo Φ , adotado por Pienaar & Shiver (1986), consiste em atribuir dentro da função de crescimento em área basal, uma variável independente que possibilite refletir o tipo e método de desbaste que reflete sobre o incremento, fornecendo informações globais do povoamento. Dessa maneira, foram constituídos os seguintes modelos para a projeção do crescimento em área basal:

Estratégia “A”: Modelo de Schumacher:

O modelo de Schumacher baseia-se na hipótese de que a taxa de crescimento relativo aumenta linearmente com o inverso ao quadrado do tempo (o que significa que diminui de forma não linear com o tempo) (BURKHART; TOMÉ, 2012), adotamos o modelo de apresentado por Burkhart e Tomé (2012):

$$G_i = \beta_0 \cdot \exp\left(-\frac{\beta_i}{t^2}\right) \quad (4)$$

Modificamos a equação 4 inserindo variáveis do povoamento que explicam a variação da área basal. Utilizamos como variáveis a altura dominante:

$$G_2 = G_1 + \left[\beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom2})}{Id_2}\right) - \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom1})}{Id_1}\right) \right] \quad (5)$$

Visto que os povoamentos em questão foram submetidos a diferentes regimes de desbaste, acrescentamos o termo Φ na equação 5 (CAMPOS; LEITE, 2017). Dessa maneira, o modelo final foi construído da seguinte forma:

$$G_2 = G_1 + \left[\beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom2})}{Id_2}\right) - \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom1})}{Id_1}\right) \right] + \Phi \quad (6)$$

$$\text{Em que: } \Phi = \beta_4 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \quad (7)$$

Substituindo a equação 7 em 6, temos o seguinte modelo utilizado para a projeção da área basal:

$$G_2 = G_1 + \left[\beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom2})}{Id_2}\right) - \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom1})}{Id_1}\right) \right] + \beta_4 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \quad (8)$$

Em que: G_2 = área basal na idade Id_{i+1} ($m^2 \text{ ha}^{-1}$); G_1 = área basal na idade Id_i ($m^2 \text{ ha}^{-1}$); Id_d = idade do desbaste (meses); Id_i = idade (meses); H_{domi} = altura dominante nas idades Id_i e Id_{i+1} (m); N_d = número de árvores desbastadas (indiv./ha); N_r = número de árvores remanescentes (indiv./ha); β_i = parâmetros do modelo.

Estratégia “B”: Modelo Logístico:

Para a segunda estratégia, utilizamos o modelo Logístico reformulado por métodos tradicionais de equação das diferenças (BURKHART; TOMÉ, 2012), apresentado por Martins; Soares; Silva, 2014 e Salekin et al., 2020, usualmente utilizado para modelagem em nível de árvores individuais:

$$G_2 = G_1 + \left[\frac{\beta_0}{1 + \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_2)} - \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_1)} \right] \quad (9)$$

Adicionamos o efeito da covariável sítio no parâmetro β_1 . Para o modelo Logístico, o parâmetro β_0 representa a assíntota horizontal superior; especificamente, o valor máximo de resposta (G_2) à medida que o tempo tende para $+\infty$. O parâmetro β_1 representa o ponto de inflexão da curva; em outras palavras, a idade (Id_2) onde a produção (G_2) atinge metade de β_0 . O parâmetro β_2 representa a diferença entre a idade em que a produção atinge aproximadamente 73% de β_0 e a idade correspondente ao ponto de inflexão (MENDONÇA et al., 2017; CRISTINA COSTA SILVA et al., 2018; PASSOS DOS SANTOS et al., 2020):

$$G_2 = G_1 + \left[\frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_2)} - \frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_1)} \right] \quad (10)$$

Inserindo o efeito do desbaste Φ na equação 10:

$$G_2 = G_1 + \left[\frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_2)} - \frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_1)} \right] + \Phi \quad (11)$$

Em que: $\Phi = \beta_3 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \quad (12)$

Substituindo 12 em 11, temos o seguinte modelo:

$$G_2 = G_1 + \left[\frac{\beta_0}{I + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_2)} - \frac{\beta_0}{I + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_1)} \right] + \beta_3 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \quad (13)$$

Em que: G_2 = área basal na idade Id_{i+1} ($m^2 \text{ ha}^{-1}$); G_1 = área basal na idade Id_i ($m^2 \text{ ha}^{-1}$); Id_d = idade do desbaste (meses); Id_i = idade (meses); S = índice de sítio; N_d = número de árvores desbastadas (árv. ha^{-1}); N_r = número de árvores remanescentes (árv. ha^{-1}); β_i = parâmetros do modelo.

Uma terceira variável, que mede a taxa de lotação do povoamento, é necessária para a modelagem da densidade (expressa aqui como número de árvores por hectare), sendo uma variável indispensável para simular desbastes em qualquer momento (STANKOVA, 2016). Visto que os modelos apresentados nas estratégias A e B possuem o termo modificador do incremento em área basal Φ , foi necessário a modelagem da variável número de árvores por hectare. Pré-selecionamos um modelo (CAMPOS; LEITE, 2017) para estimar a sobrevivência futura. O modelo em questão foi modificado inserindo o efeito do desbaste na sobrevivência:

$$N_2 = N_1 \exp \left[(H_{dom2}^\gamma - H_{dom1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \right] \quad (14)$$

Em que: N_2 = número de árvores na idade Id_{i+1} (árv. ha^{-1}); N_1 = número de árvores na idade Id_i (árv. ha^{-1}); Id_d = idade do desbaste (meses); Id_i = idade (meses); H_{domi} = altura dominante na idade i (m); N_d = número de árvores desbastadas (árv. ha^{-1}); N_r = número de árvores remanescentes (árv. ha^{-1}); β_i = parâmetros do modelo.

Para a modelagem da altura dominante, utilizamos o modelo de Lundqvist-Korf ajustado no capítulo anterior, que foi rearranjado para estimar a altura dominante em qualquer idade para cada classe de sítio:

$$H_{dom} = \alpha_1 \cdot \exp(-X \cdot Id^{-\alpha_3}) \quad (15)$$

Com:

$$X = \alpha_2$$

$$X_0 = -Ln \left(\frac{H_{dom i}}{\beta_1} \right) \cdot Id_1^{\beta_3} \quad (16)$$

Cuja equação dinâmica é:

$$H_{dom i+1} = \beta_1 \cdot \left(\frac{H_{dom i}}{b_1} \right)^{\left(\frac{Id_1}{Id_2} \right)^{\beta_3}} \quad (17)$$

Em que: $\beta_1 = 25,1941$; $\beta_3 = 0,60004$; H_{domi} = altura dominante (m); Id_i = idade (meses); X_0 = variável teórica referente ao sítio.

Estratégias “C” e “D”: Modelos de Clutter Pienaar & Shiver:

Um das problemáticas na modelagem de plantios desbastados a partir de modelos usuais, se encontra nas inconsistências dos parâmetros. O modelo simultâneo de Clutter em sua forma tradicional, ajustado sem considerar o efeito do desbaste apresentou inconsistências e falta de ajuste. Portanto, dependendo dos sinais dos coeficientes, o modelo de Clutter (1963), pode não prognosticar valores dentro de uma faixa biologicamente consistente (BURKHART; TOMÉ, 2012). De tal modo, da mesma maneira que se deu para os modelos das estratégias “A” e “B”, o termo Φ , que modifica a área basal em função dos desbastes também foi inserido no modelo de Clutter. Portanto, para as estratégias “C” e “D” consideramos dois modelos tradicionais na prognose do crescimento e produção: modelo de Clutter (Eq. 18 – Estratégia “C”) e modelo de Pienaar & Shiver (Eq.19 – Estratégia “D”) (CLUTTER, 1963; PIENAAR; SHIVER, 1986; CAMPOS; LEITE, 2017). Estes apresentam em suas estruturas variáveis que refletem a produtividade local, como índice de sítio e altura dominante, e uma função para a densidade, todas estas em nível de povoamento total:

$$\begin{cases} \ln V_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{I}{Id_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot \ln G_2 + \varepsilon \\ \ln G_2 = \ln G_1 \cdot \left(\frac{Id_1}{Id_2}\right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2}\right) + a_1 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2}\right) \cdot S + \Phi \end{cases} \quad (18)$$

$$G_2 = G_1 \cdot \exp^{(Id_2^{-1} \cdot I^{-1})} \cdot N_2^{(\beta_2 + \beta_4 \cdot Id_2^{-1})} \cdot N_1^{(-\beta_2 - \beta_4 \cdot Id_1^{-1})} \cdot Hdom_2^{(\beta_3 + \beta_5 \cdot Id_2^{-1})} \cdot Hdom_1^{(\beta_3 - \beta_5 \cdot Id_1^{-1})} \cdot \exp^{\Phi} \quad (19)$$

$$\text{Sendo: } \Phi = \beta_i \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1}\right)$$

Em que: G_2 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade futura; G_1 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade atual; N_d = número de árvores desbastadas (árv. ha^{-1}); N_r = número de árvores remanescentes; Id_i = Idade do povoamento (meses); Id_d = Idade do desbaste (meses); $Id_{\text{referência}}$ = Idade de referência (120 meses); S = Índice de Sítio (m); $Hdom_i$ = Altura dominante na idade i (m); N_i = Número de árvores por hectare na idade i ; V_2 = volume futuro total ($m^3 \text{ ha}^{-1}$); β_i ; α_i = coeficientes do modelo.

Visto que o modelo de Pienaar & Shiver é para projeção da área basal e possui como variáveis independentes o número de árvores por hectare (N_i) e a altura dominante

(H_{dom}), faz-se necessário o uso dos modelos de sobrevivência (Eq. 14) e de projeção da altura dominante (Eq. 17).

2.3.2. Modelagem do volume

A próxima etapa foi escolher um modelo para estimar o volume de madeira em nível de povoamento total, dispensável para o modelo simultâneo de Clutter. O modelo de Chapman-Richards foi selecionado para estimar a produção volumétrica:

$$V_2 = \beta_0 [1 - \exp(-\beta_1 \cdot Id_2)]^{\beta_2} \quad (19)$$

O modelo de Chapman-Richards (Eq. 19) teve os coeficientes da assíntota (β_0) e taxa de crescimento (β_1) decompostos, que foram associados com variáveis do povoamento (área basal e índice de sítio, respectivamente) que explicam a variabilidade da produção volumétrica de um povoamento florestal. Portanto, área basal e índice de sítio são covariáveis do modelo (Eq. 20):

$$V_2 = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot G_2) \{1 - \exp[-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) Id_2]\}^{\beta_2} \quad (20)$$

Portanto, as estratégias (A, B, C e D) de modelagem foram compostas pelos seguintes sistemas de modelos:

- **Estratégia A: Modelo de Schumacher**

$$\left\{ \begin{array}{l} G_2 = G_1 + \left[\beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom_2})}{Id_2}\right) - \beta_0 \cdot \exp\left(\frac{-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot H_{dom_1})}{Id_1}\right) \right] + \Phi \\ \Phi = \beta_z \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \\ N_2 = N_1 \exp^{[(H_{dom_2}^\gamma - H_{dom_1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right)]} \\ H_{dom_{i+1}} = b_1 \cdot \left(\frac{H_{dom_i}}{b_1} \right)^{\left(\frac{t_0}{t} \right)^{b_3}} \\ V_2 = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot G_2) \cdot \{1 - \exp[-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) Id_2]\}^{\beta_2} \end{array} \right.$$

Em que: G_2 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade futura; G_1 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade atual; N_d = número de árvores desbastadas (ár. ha^{-1}); N_r = número de árvores remanescentes; Id_i = Idade do povoamento (meses); Id_d = Idade do desbaste (meses); $Id_{referência}$ = Idade de referência (120 meses); S = Índice de Sítio (m); H_{dom_i} = Altura dominante na idade i (m); N_i = Número de árvores por hectare na idade i ; V_2 = volume futuro total ($m^3 \text{ ha}^{-1}$); β ; γ ; θ = coeficientes do modelo.

- **Estratégia B: Modelo Logístico**

$$\left\{ \begin{array}{l} G_2 = G_1 + \left[\frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_2)} - \frac{\beta_0}{1 + (\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) \cdot \exp(-\beta_2 \cdot Id_1)} \right] + \Phi \\ \Phi = \beta_3 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \\ N_2 = N_1 \exp \left[(H_{dom_2}^\gamma - H_{dom_1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \right] \\ S = b_1 \cdot \left(\frac{H_{dom_i}}{b_1} \right)^{\left(\frac{t_0}{t} \right)^{b_3}} \\ V_2 = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot G_2) \cdot \{ 1 - \exp[-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) Id_2] \}^{\beta_2} \end{array} \right.$$

Em que: G_2 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade futura; G_1 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade atual; N_d = número de árvores desbastadas ($árv. ha^{-1}$); N_r = número de árvores remanescentes; Id_i = Idade do povoamento (meses); Id_d = Idade do desbaste (meses); $Id_{referência}$ = Idade de referência (120 meses); S = Índice de Sítio (m); H_{dom_i} = Altura dominante na idade i (m); N_i = Número de árvores por hectare na idade i ; V_2 = volume futuro total ($m^3 ha^{-1}$); β_i ; γ ; θ = coeficientes do modelo.

- **Estratégia C: Modelos de Clutter**

O primeiro sistema da estratégia C foi constituída pelos modelos simultâneos de Clutter com efeito do desbaste, modelo de classificação produtiva e pelo modelo de sobrevivência para simulações de desbastes:

$$\left\{ \begin{array}{l} LnV_2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{I}{Id_2} + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot LnG_2 + \varepsilon \\ LnG_2 = LnG_1 \cdot \left(\frac{Id_1}{Id_2} \right) + \alpha_0 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2} \right) + \alpha_1 \cdot \left(1 - \frac{Id_1}{Id_2} \right) \cdot S + \Phi \\ \Phi = \alpha_2 \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \\ N_2 = N_1 \exp \left[(H_{dom_2}^\gamma - H_{dom_1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \right] \\ S = b_1 \cdot \left(\frac{H_{dom_i}}{b_1} \right)^{\left(\frac{t_0}{t} \right)^{b_3}} \end{array} \right.$$

Em que: G_2 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade futura; G_1 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade atual; N_d = número de árvores desbastadas ($árv. ha^{-1}$); N_r = número de árvores remanescentes; Id_i = Idade do povoamento (meses); Id_d = Idade do desbaste (meses); $Id_{referência}$ = Idade de referência (120 meses); S = Índice de Sítio (m); H_{dom_i} = Altura dominante na idade i (m); V_2 = volume futuro total ($m^3 ha^{-1}$); β_i ; α_i = coeficientes do modelo; Ln = Logaritmo natural.

- **Estratégia D: Pienaar & Shiver**

Para o modelo de Pienaar & Shiver (1986) construímos o seguinte sistema para a modelagem do volume total:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_2 = G_1 \cdot \exp^{(Id_2^{-1} - I^{-1})} \cdot N_2^{(\beta_2 + \beta_4 \cdot Id_2^{-1})} \cdot N_1^{(-\beta_2 - \beta_4 \cdot Id_1^{-1})} \cdot H_{dom_2}^{(\beta_3 + \beta_5 \cdot Id_2^{-1})} \cdot H_{dom_1}^{(\beta_3 - \beta_5 \cdot Id_1^{-1})} \cdot \exp^{\Phi} \\ \Phi = \beta_i \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \\ N_2 = N_1 \cdot \exp^{[(H_{dom_2}^\gamma - H_{dom_1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right)]} \\ H_{dom_{i+1}} = b_1 \cdot \left(\frac{H_{dom_i}}{b_1} \right)^{\left(\frac{t_0}{t} \right)^{b_3}} \\ V_2 = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot G_2) \cdot \{1 - \exp^{[-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) Id_2]}\}^{\beta_2} \end{array} \right.$$

Em que: G_2 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade futura; G_1 = área basal ($m^2 \text{ ha}^{-1}$) na idade atual; N_d = número de árvores desbastadas (árv. ha^{-1}); N_r = número de árvores remanescentes; Id_i = Idade do povoamento (meses); Id_d = Idade do desbaste (meses); $Id_{\text{referência}}$ = Idade de referência (120 meses); S = Índice de Sítio (m); H_{dom_i} = Altura dominante na idade i (m); N_i = Número de árvores por hectare na idade i ; V_2 = volume futuro total ($m^3 \text{ ha}^{-1}$); β_i ; γ ; θ = coeficientes do modelo.

2.4. Ajuste, validação e comparação de modelos

Para o ajuste dos sistemas de modelagem, utilizamos o algoritmo de Levenberg–Marquardt da função “nlsLM”, do pacote ‘minpack.lm’ do software R[®] (ELZHOV et al., 2016), cujos modelos foram ajustados separadamente. A seleção dos modelos mais precisos foi realizada a partir dos seguintes parâmetros estatísticos: menor erro padrão da estimativa absoluto e relativo (Equação 21); análise gráfica dos resíduos não tendenciosa (Equação 23); maior coeficiente de correlação entre valores observados e valores estimados da variável dependente (Equação 22) e; menor critérios de informação de Akaike (Equação 24).

a) Erro padrão relativo (S_{yx} e $S_{yx}\%$):

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \therefore S_{yx}(\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (21)$$

Em que: S_{yx} = erro padrão residual (m); $S_{yx}(\%)$ = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

b) Resíduos da estimativa (E%):

$$E_{\%} = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \cdot 100 \quad (22)$$

Em que: $E_{\%}$ = Resíduos em porcentagem; y_i = variável observada; \hat{y}_i = variável estimada.

c) Coeficiente de correlação (r):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (23)$$

Em que: r = Coeficiente de correlação; x_i e x = valor observado e estimado da variável sob análise.

d) Critério de informação de Akaike (AICc):

$$AIC_c = -2 \left(\frac{-n}{2} \cdot \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \right) \right) + 2K \frac{n}{(n-K-1)} \quad (24)$$

Em que: AICc = Critério de informação de Akaike; e = resíduos; n = número de observações; $K = p+1$; p = número de parâmetros do modelo.

Para os modelos ajustados e com todos os parâmetros significativos construímos gráficos de valores observados *versus* valores estimados, dispersão de resíduo percentual e histograma de resíduos percentuais. As equações selecionadas foram validadas utilizando cerca de 20% dos dados (GUJARATI; PORTER, 2008), cujos valores estimados e observados foram submetidos ao teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap”. A estratégia para validação deste teste é baseada em regressão e testes estatísticos de equivalência. Os testes de equivalência invertem a hipótese nula usual, isto é, eles postulam que as variáveis comparadas são dissimilares. Dessa maneira, o teste “Regression-based TOST using bootstrap” verifica não apenas a similaridade entre as variáveis, bem como a semelhança entre cada valor predito e observado de forma individual. A ausência de autocorrelação foi avaliada pelo teste de Durbin-Watson, a 95% de probabilidade, e por avaliação gráfica (PRADA et al., 2019).

Além disso, realizamos teste de acuracidade a partir do método da diferença agregada (MIGUEL et al., 2015) que evidencia a presença de tendências. O teste foi aplicado para os modelos de área basal e volume. O método da diferença agregada é determinado da seguinte forma (Eq. 25):

$$DA = \frac{\sum Y_{obs} - \sum Y_{est}}{\sum Y_{obs}} \cdot 100 \quad (25)$$

Para a comparação dos modelos selecionados, utilizamos dados do inventário florestal contínuo até a idade de 60 meses. As estimativas e os dados de inventário florestal foram submetidos a testes de normalidade e homogeneidade de variância, Shapiro-Wilk (1965) e O'neil-Mathew (2000) respectivamente, a 95% de probabilidade. Ao atender a normalidade e homogeneidade dos resíduos, foi realizada análise de variância (ANOVA) de dois critérios, sendo as classes de sítio constituindo o primeiro critério e as estratégias de modelagem o segundo critério. As médias foram comparadas pelo teste de comparação múltiplas de Tukey (1953) a 95% de probabilidade.

2.5. Compatibilidade e crescimento

Para a utilização de modelos de prognose, é importante encontrar a compatibilidade das projeções (BUCKMAN, 1962; CLUTTER, 1963; CAMPOS; LEITE, 2017), isto é, o resultado da projeção do estado t0 para o estado t1, e de t1 para t2, deve ser o mesmo da projeção de t0 para t2. Para verificar a compatibilidade dos modelos ajustados, projetamos o crescimento em área basal da idade de 24 meses para 60 meses e de 48 meses para 60 meses.

A área basal inicial, input para a projeção da área basal futura, foi determinada a partir da média da área basal na idade de 24 meses para cada classe de sítio, sendo: 4,65 m² ha⁻¹ para o sítio 15,5 m; 6,54 m² ha⁻¹ para o sítio 17,5 m e 7,44 m² ha⁻¹ para o sítio 19,5 m. A projeção da área basal foi realizada, para todos os modelos. Para testar a segunda hipótese, avaliamos as tendências de crescimento para as projeções dos modelos testados a partir do incremento corrente anual (ICA) e do incremento médio anual (IMA) da produção volumétrica. Com base em tais indicadores determinamos a idade técnica de rotação silvicultural ou de intervenção (desbaste).

3.Resultados

3.1. Modelagem da sobrevivência, área basal e volume em nível de povoamento total

O número de árvores sobreviventes foi input de um dos quatro modelos testados para a prognose da área basal, e importante para estimar o número de árvores sobreviventes para simulações de desbaste. O modelo ajustado, o qual foi modificado considerando efeito do desbaste e altura dominante, apresentou baixos valores para erro padrão, e alto coeficiente de correlação, cujos parâmetros do modelo foram significativos (p -valor $< 0,05$) (Tabela 12).

Tabela 12. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para o modelo de sobrevivência, ajustado para povoamento clonal de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	S_{yx}	$S_{yx}\%$	r	AIC
Sobrevivência	$\gamma = -0,0179$	0,008	10,98	1,867	0,998	6076,989
	$\beta = 3,0293$	0,018				

Em que: γ , θ : parâmetros do modelo; S_{yx} : erro padrão da estimativa absoluto; $S_{yx}\%$: erro padrão da estimativa percentual; r : coeficiente de correlação; AIC: Critério de Informação de Akaike.

Embora tenha apresentado baixo erro padrão da estimativa, nota-se que o modelo de mortalidade possui uma leve tendência em superestimar a sobrevivência de árvores nas menores densidades. O histograma dos resíduos evidencia a presença majoritária de erros próximos da classe zero (Figura 7).

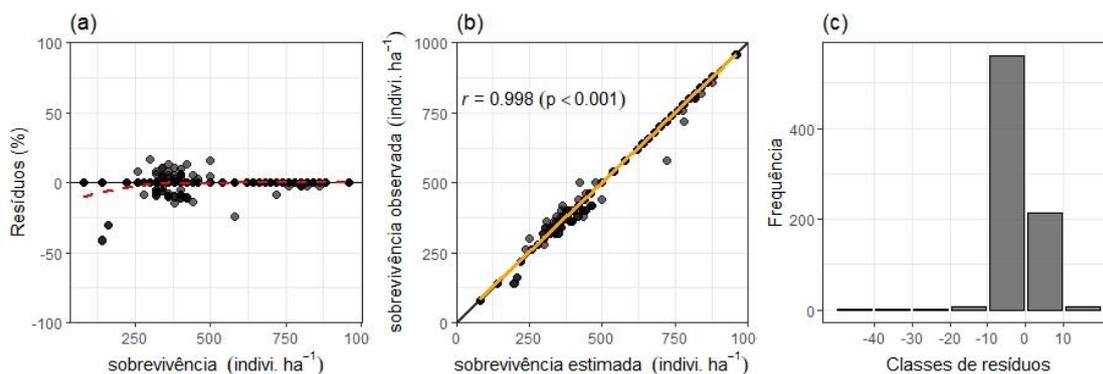


Figura 7. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de sobrevivência de plantios clonais de teca situado nos limites do município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Na Figura 8 encontra-se a relação entre árvores sobreviventes e altura dominante, evidenciando a capacidade preditiva do modelo, cujas linhas pretas representam o número

real de árvores por hectare e linhas coloridas representam as estimativas do modelo para cada classe de sítio.

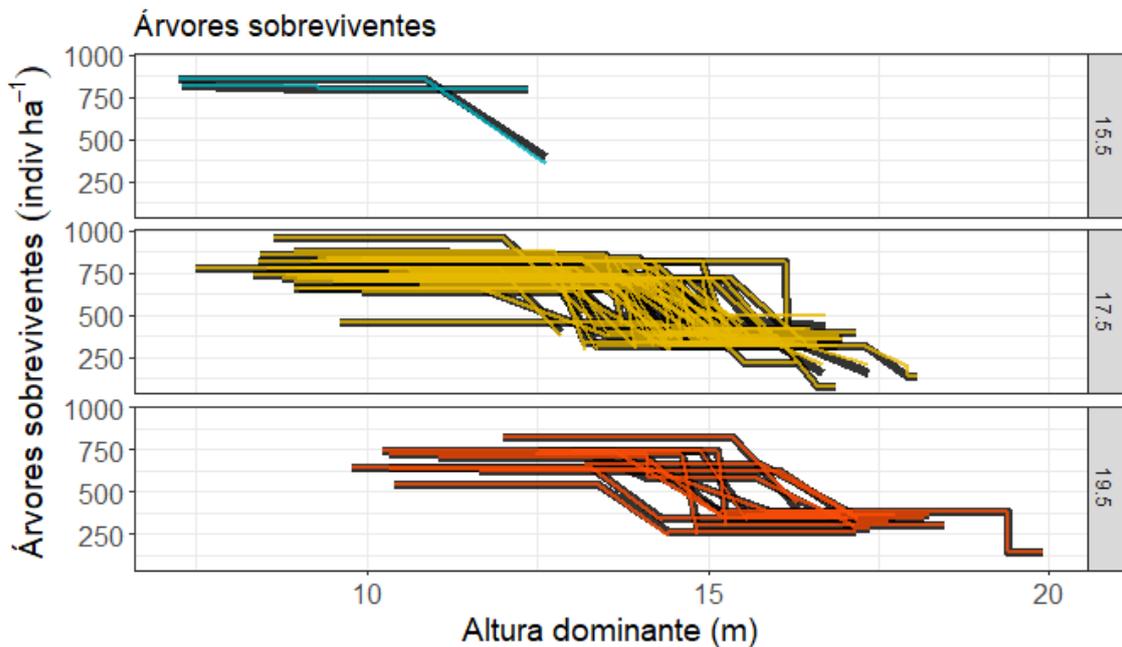


Figura 8. Relação entre árvores sobreviventes (indivíduos por hectare) e altura dominante (m) para a modelagem da sobrevivência de árvores com efeito do desbaste para povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio.

Na Tabela 13 são apresentados os resultados das análises estatísticas para avaliação e seleção dos modelos de prognose da área basal e volume, considerando todas as estratégias de modelagem, com os coeficientes foram significativos a 95% de probabilidade. Os modelos biológicos para a projeção da área basal, apresentaram estatísticas de precisão similares (Tabela 13). Em relação ao critério de informação de Akaike, o modelo de Clutter para área basal apresentou o menor valor para o critério, enquanto o modelo de Schumacher com covariáveis apresentou o maior valor. Os dois modelos da estratégia “C” e D” apresentaram estatísticas de precisão similares, sendo que o modelo de Pienaar & Shiver apresentou maior erro padrão da estimativa e menor correlação em relação ao modelo de Clutter.

Tabela 13. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para as diferentes estratégias de modelagem da área basal ($m^2 ha^{-1}$) e volume ($m^3 ha^{-1}$) para povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Estratégia	Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	S_{yx}	$S_{yx}\%$	r	AIC
A	Schumacher	$\beta_0= 38,739$	1,124	0,64	5,07	0,986	1544,9
		$\beta_{10}= 64,935$	2,921				
		$\beta_{11}= -0,712$	0,233				
		$\beta_4= 41,025$	0,459				
B	Logístico	$\beta_0= 50,702$	1,766	0,63	5,05	0,986	1538,4
		$\beta_{10}= 2,322$	0,125				
		$\beta_{11}= -0,033$	0,004				
		$\beta_2= 0,0315$	0,001				
C	Clutter – Área basal	$\alpha_1= 2,5078$	0,187	0,52	4,20	0,99	1140,9
		$\alpha_2= 0,0590$	0,010				
		$\alpha_3= 2,760$	0,026				
	Clutter – Volume	$\beta_0= 1,867$	0,037	5,39	6,30	0,985	5287,2
		$\beta_1= -10,805$	0,362				
		$\beta_2= 0,0061$	0,001				
D	Pienaar & Shiver	$\beta_3= 1,061$	0,010	0,55	4,34	0,99	1318,1
		$\beta_0= -0,007$	0,001				
		$\beta_1= 0,704$	0,056				
		$\beta_2= 0,972$	0,048				
		$\beta_3= 2,843$	0,547				
**	Chapman Richards - Volume	$\beta_4= -21,822$	1,55	2,48	2,91	0,99	3716,8
		$\beta_5= 0,6140$	0,205				
		$\beta_{00}=-2,203$	0,44				
		$\beta_{01}=8,4310$	0,069				
		$\beta_{10}=-0,0511$	0,003				
		$\beta_{11}=0,0039$	<0,001				
		$\beta_2=0,387$	0,017				

Em que: β_i : parâmetros do modelo; S_{yx} : erro padrão da estimativa absoluto; $S_{yx}\%$: erro padrão da estimativa percentual; r : coeficiente de correlação; AIC: Critério de Informação de Akaike; **: equação utilizada em mais de uma estratégia de modelagem.

Nas Figuras 9, 10 e 11, encontram-se a relação entre idade e área basal futura e idade e volume futuro, para todas as estratégias de modelagem, evidenciando a capacidade preditiva dos modelos, cujas linhas pretas representam o valor real da variável modelada, enquanto as linhas coloridas representam as estimativas do modelo para cada classe de sítio. Os modelos gerados a partir de funções de caráter biológico apresentaram comportamento similar (Figura 9), enquanto o modelo de Pienaar & Shiver captou precisamente a trajetória do crescimento em área basal e volume (Figura 10 e 11).

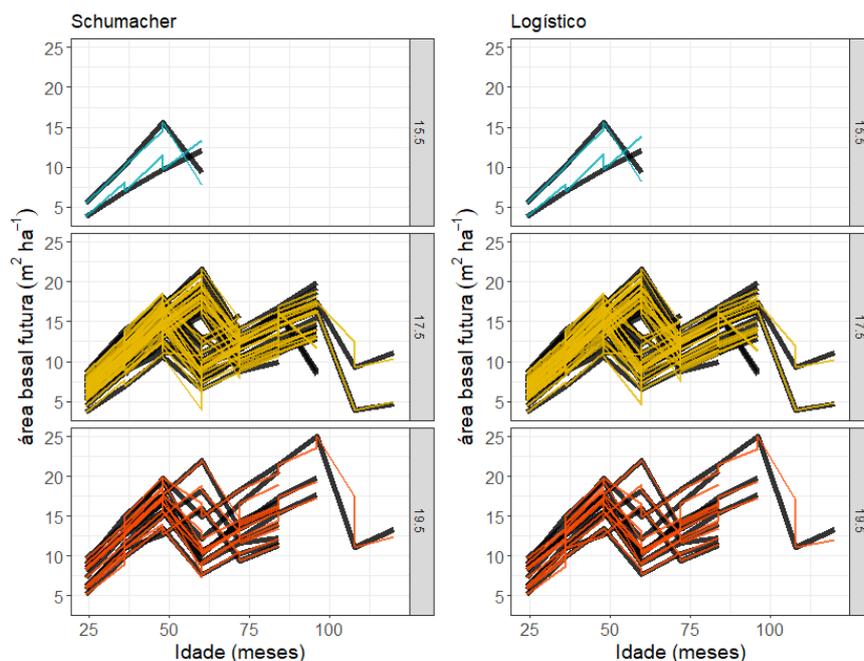


Figura 9. Relação entre área basal presente ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) e área basal futura ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para estratégias “A” e “B”, respectivamente, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio.

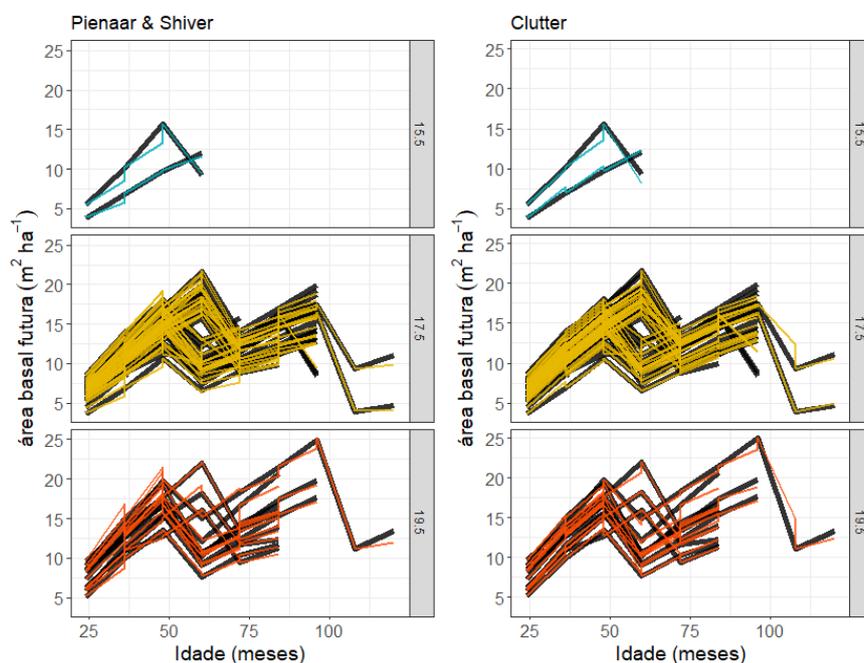


Figura 10. Relação entre área basal presente ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) e área basal futura ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para as estratégias “C” e “D” em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio.

Para os modelos de projeção da produção volumétrica, nota-se maior precisão do modelo de Chapman-Richards (Figura 11), cujos parâmetros foram decompostos com uso de covariáveis, de modo que as linhas pretas (representando os valores reais por parcela) foram parcialmente sobrepostas pelas estimativas do modelo, representadas pelas diferentes linhas coloridas para cada de classe de sítio.

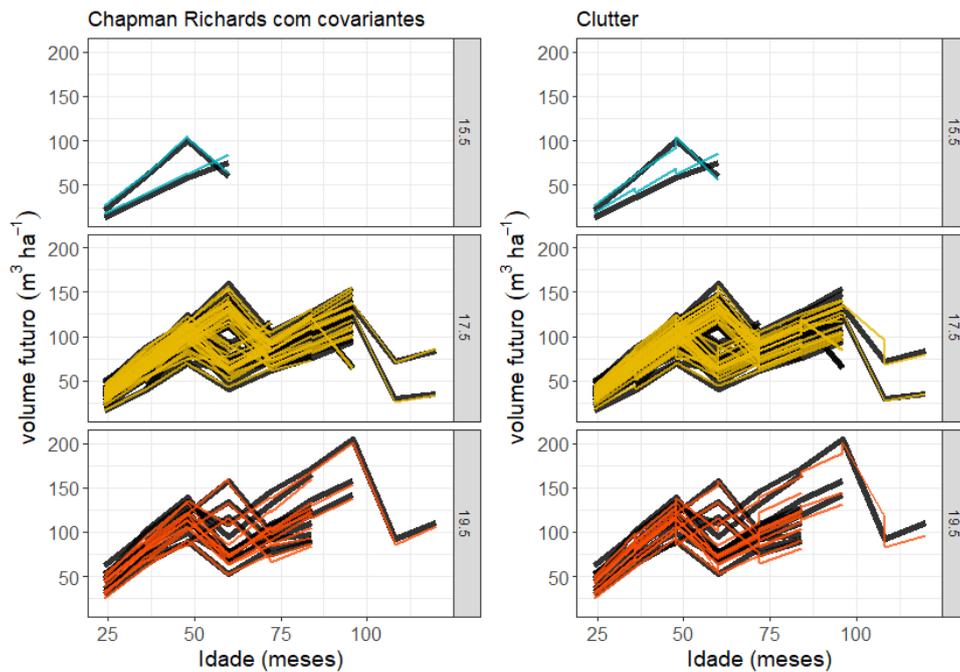


Figura 11. Relação entre volume presente ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) e volume futuro ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) para a prognose do volume para os modelos Chapman-Richards com covariantes e Clutter, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam o valor real da variável modelada e linhas coloridas representam as estimativas geradas a partir da equação ajustada para cada classe de sítio.

Ao avaliar a distribuição de resíduos notamos a ausência de heterocedasticidade. O modelo de Pienaar & Shiver (Figura 12 a2) não apresentou tendências em subestimar ou superestimar a área basal, enquanto o modelo de Clutter (Figura 12 a1) apresentou leves tendências em superestimar a área basal na faixa entre 5 e 10 $\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$.

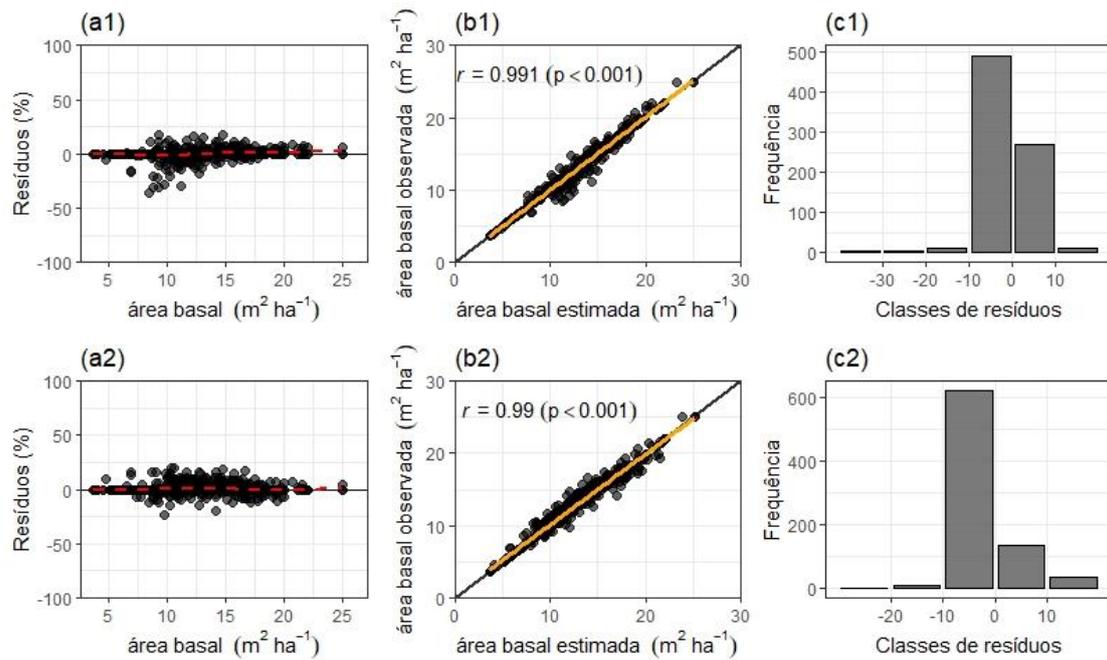


Figura 12. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Clutter e a2, b2 e c2= modelo de Pienaar & Shiver.

Para os modelos das estratégias “A” e “B”, o modelo de Schumacher apresentou uma pequena tendência em superestimar a área basal entre as faixas de 5 e 10 m² ha⁻¹ (Figura 13 a1), enquanto essa tendência foi ligeiramente menor no modelo Logístico (Figura 13 a2).

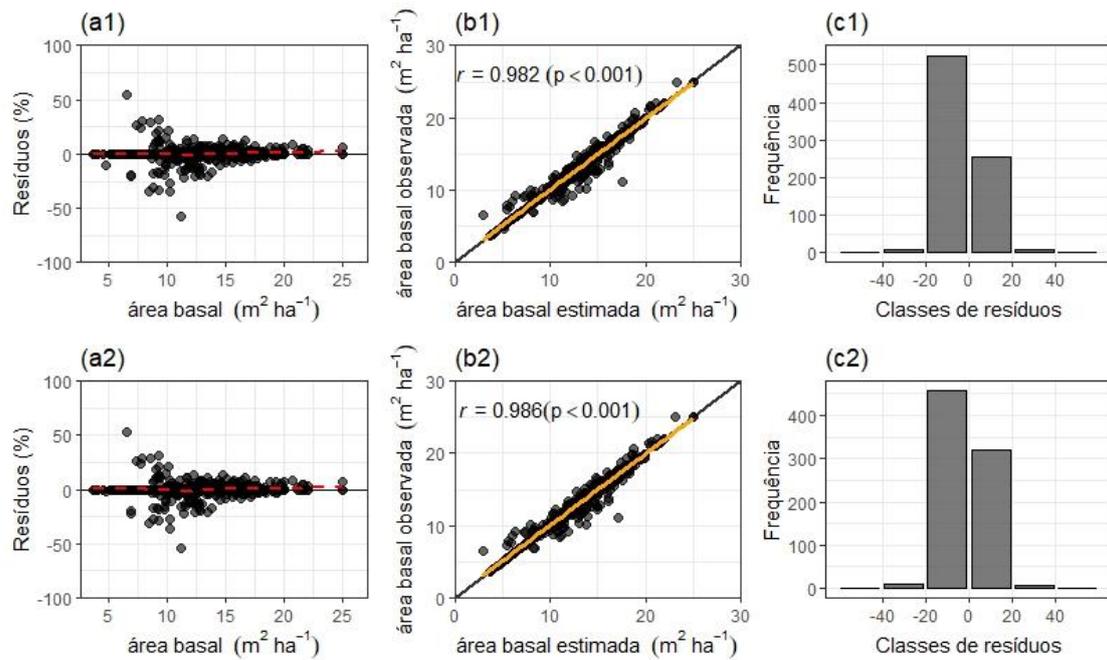


Figura 13. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Schumacher (Estratégia A) e a2, b2 e c2= modelo Logístico (Estratégia B).

Analisando as equações de volume de Chapman-Richards e Clutter, fica notória a superioridade do modelo de Chapman-Richards com covariáveis, cujos resíduos se concentraram nas classes próximas de zero (Figura 14 a2). Por outro lado, verifica-se que o modelo de Clutter apresentou maiores tendências em superestimar o volume (Figura 14 a1), que se concentrou na faixa entre 50 e 100 m³ ha⁻¹.

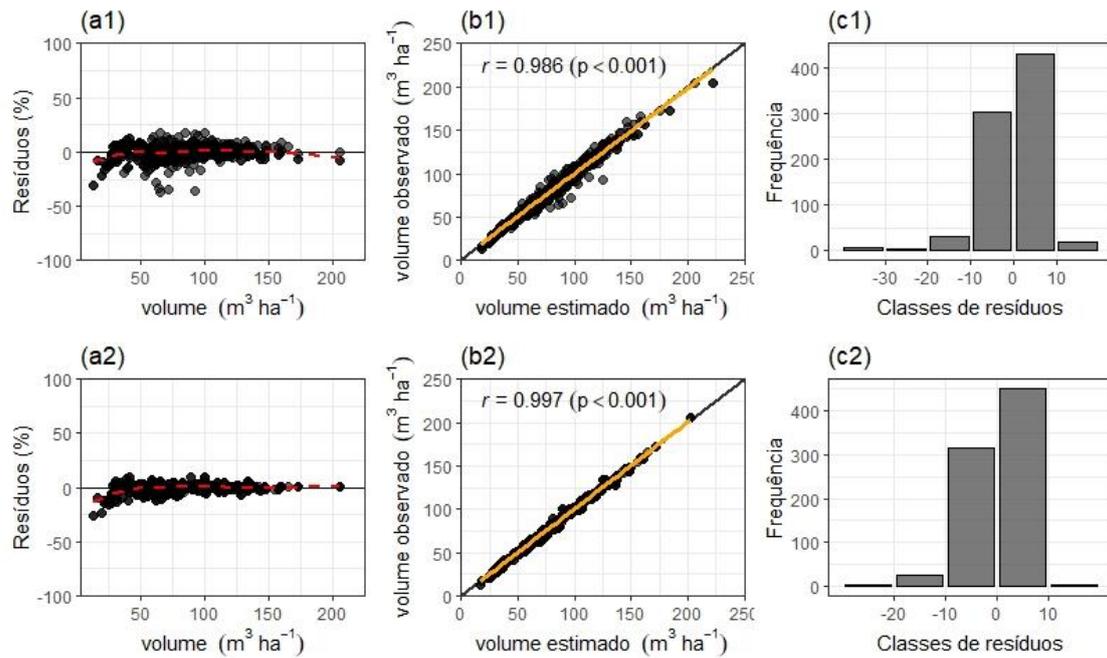


Figura 14. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de projeção do volume de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo de Clutter; a2, b2 e c2= modelo de Chapman-Richards com covariantes.

Os modelos das estratégias “A” e “B” para a projeção da área basal, apresentaram ausência de autocorrelação residual (Figura 15). Por outro lado, o modelo de Pienaar & Shiver, apresentou correlação significativa e positiva entre os resíduos, enquanto para o modelo de Clutter, o resultado do teste de Durbin-Watson foi inconclusivo. Portanto, os ajustes realizados a partir do algoritmo de Levenberg-Marquardt para as estratégias “A” e “B” foram utilizados para a estimativa da área basal, não havendo necessidade de modelar considerando uma estrutura autorregressiva para os resíduos, aplicando o mesmo procedimento para o modelo de Clutter.

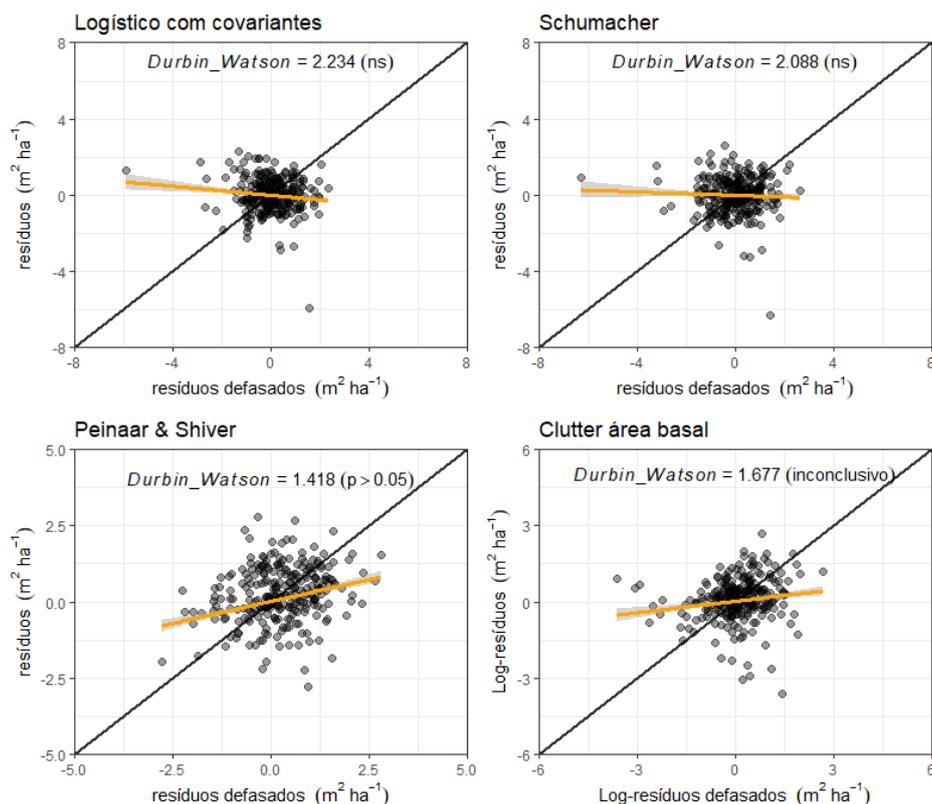


Figura 15. Relação entre resíduos e resíduos defasados (resíduos \times Lag-resíduos) para as equações de sobrevivência e projeção da produção volumétrica de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

3.2. Compatibilidade e crescimento

Na Tabela 14 se encontram os resultados do teste de compatibilidade para todas as estratégias de modelagem, considerando as seguintes informações: $S = 15,5$ m; $G_i = 4,65$ m² ha⁻¹ e; Idade = 24 meses. Apenas o modelo de Peinaar & Shiver (Estratégia D) não apresentou compatibilidade, projetando área basal menor entre as idades de 24 – 60 meses.

Tabela 14. Teste de compatibilidade para cada equação das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Estratégia de modelagem	Modelo	24 – 60 meses	48 – 60 meses	Compatível?
A	Schumacher	16,818	16,818	Sim
B	Logístico	16,785	16,785	Sim
C	Clutter	16,679	16,679	Sim
D	Peinaar & Shiver	12,818	13,007	Não

Para os valores de IMA, obtidos via inventário pré-corte (testemunha), foram observadas idades de intervenção entre os 54 e 68 meses de idade (IMA máximo). A classe de sítio de $S = 19,5$ m, apresentou idade de intervenção aos 54 meses, enquanto as classes de sítio de S iguais a 17,5 m e 15,5 m, projetaram momentos de intervenção aos 57 meses e 68 meses de idade, respectivamente (Figura 16).

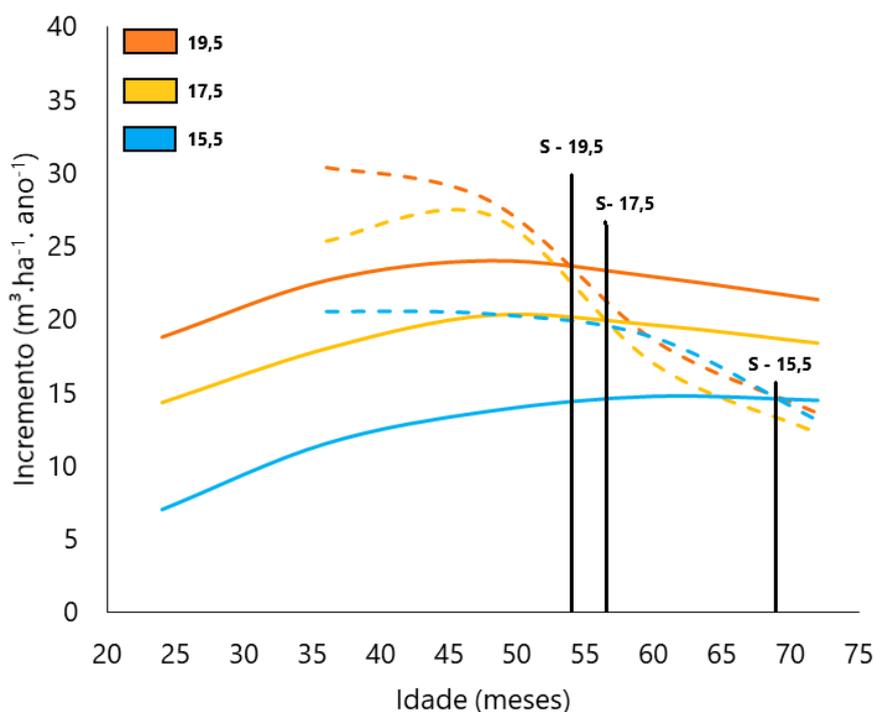


Figura 16. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio com base em dados do inventário pré-corte, para cada classe de sítio de povoamentos clonais de teca, plantados da Amazônia Oriental, Pará-Brasil

As Figuras 17 e 18 apresentam a estimativa dos incrementos corrente anual (ICA) e médio anual (IMA) de povoamentos clonais de teca por índice de sítio. O modelo de Pienaar & Shiver (estratégia “D”) não gerou alternativas de intervenção biologicamente consistentes, no qual o sítio menos produtivo resultou em curvas de IMA e ICA que não se cruzaram. Por outro lado, o modelo de Clutter (estratégia “C”) apresentou idades de intervenção distintas, porém próximas, sendo 53 meses para os sítios 17,5 m e 19,5 m e 59 meses para o sítio 15,5 m.

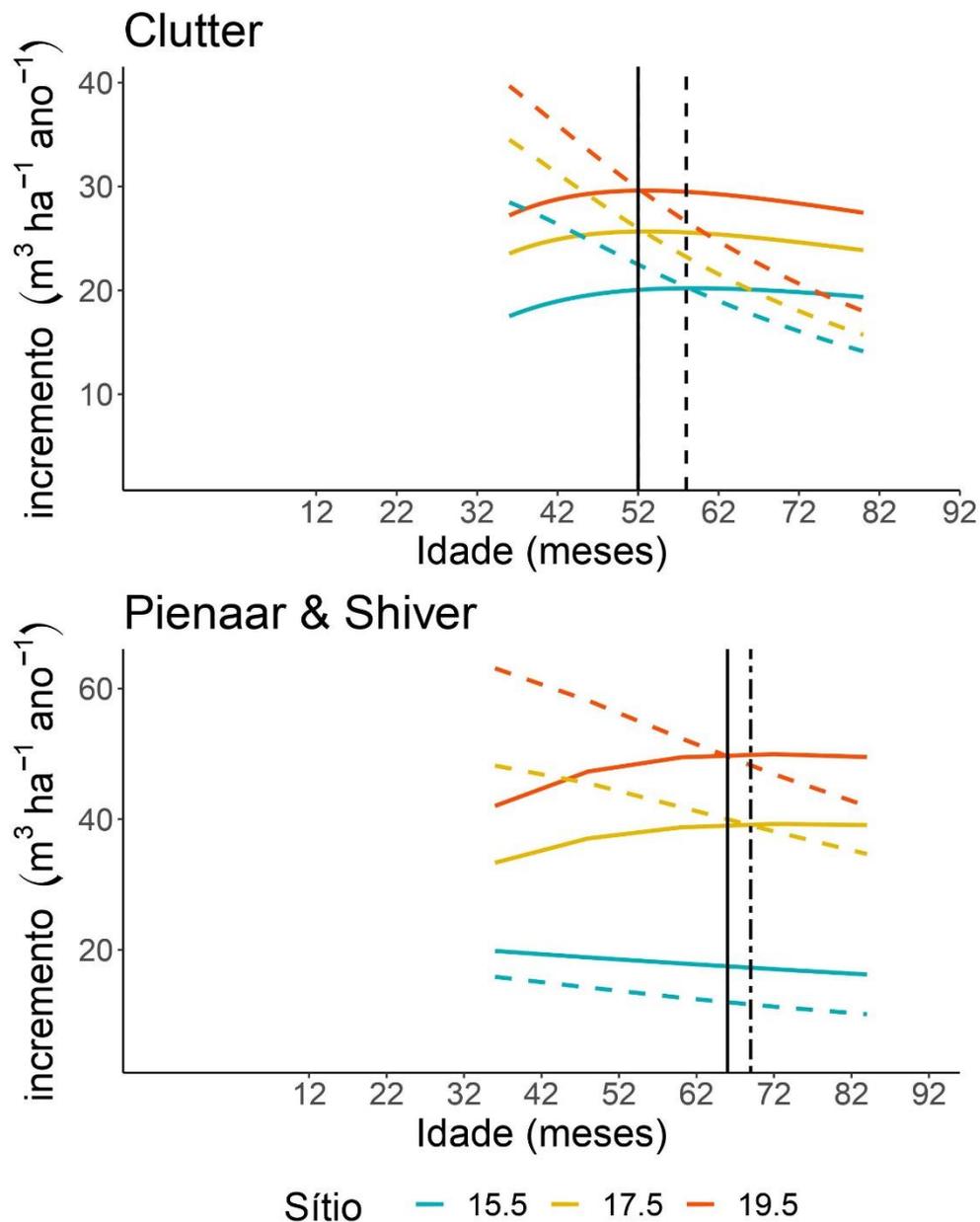


Figura 17. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio, para as estratégias “C” e “D” de modelagem de povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida= Idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = Idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada= Idade de intervenção para o sítio 15,5 m.

Em relação aos modelos de Schumacher e Logístico (estratégias “A” e “B”, respectivamente), todos apresentaram alternativas de intervenção biologicamente consistentes. Pela Figura 18 nota-se que a estratégia “A” (modelo de Schumacher), as alternativas foram: 55 meses para o sítio 19,5 m; 62 meses para o sítio 17,5 m e 74 meses para o sítio 15,5 m. Enquanto a estratégia “B” (modelo Logístico) resultou nas seguintes

idades de intervenção: 57 meses para o sítio 19,5 m; 64 meses para o sítio 17,5 m e 74 meses para o sítio 15,5 m.

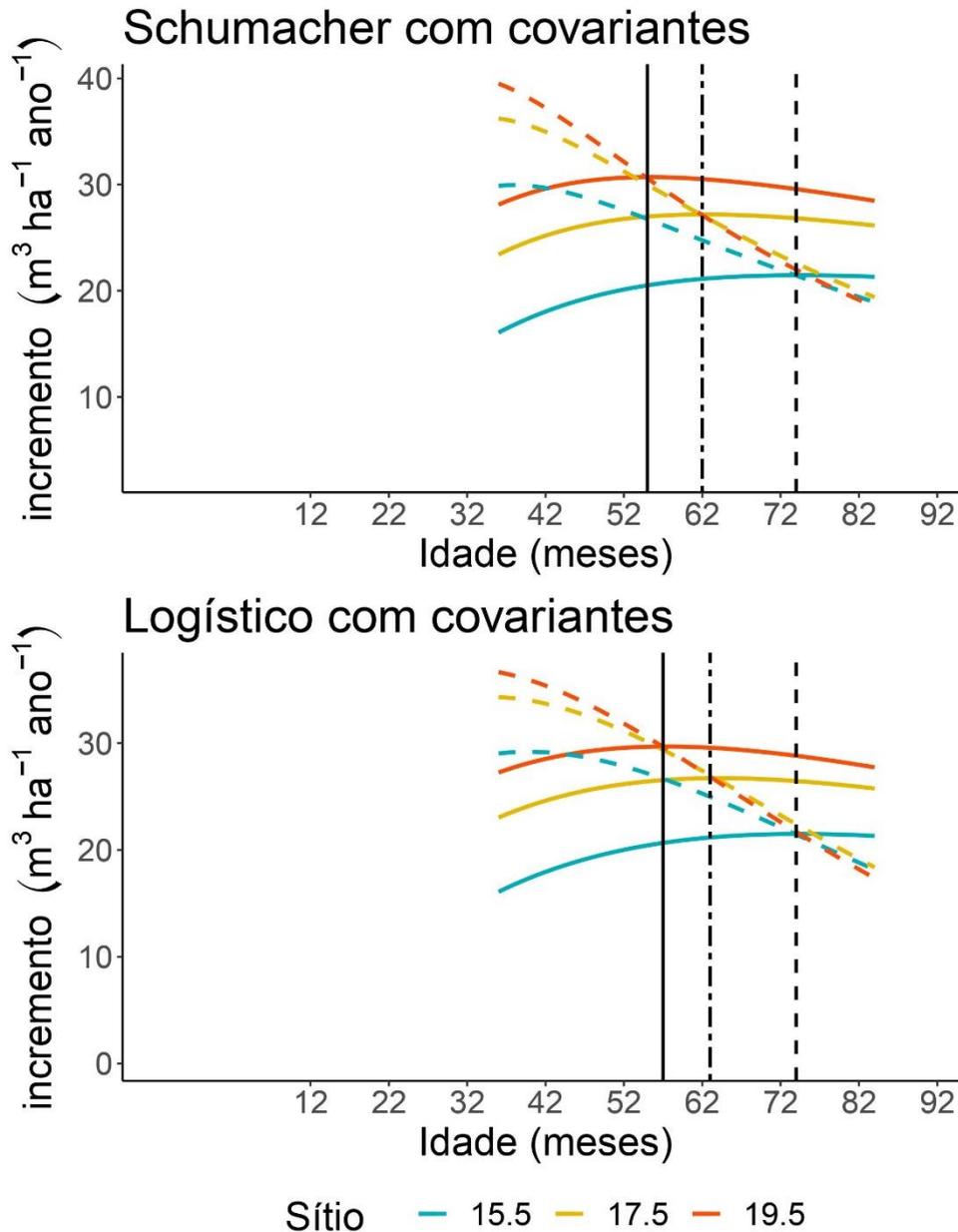


Figura 18. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio, para as estratégias “A” e “B” de modelagem de povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida= idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada= idade de intervenção para o sítio 15,5 m.

3.3. Validação e comparação dos modelos selecionados

Dados os resultados das estatísticas de ajuste, distribuição gráfica de resíduos e do teste de autocorrelação residual, as equações geradas pelas estratégias “A”, “B” e “C”,

foram selecionadas para validação. Os resultados do teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap” ($\epsilon=0,25$ e $\alpha = 0,05$) indicou que os valores estimados e observados não diferem estatisticamente entre si, cuja hipótese de dissimilaridade foi rejeitada para todos os modelos.

Tabela 15. Teste de equivalência para validação de cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Estatégia	Modelo	Parâmetros	Intervalo de confiança	Região de similaridade	Dissimilaridade
A	Schumacher	β_0	12,719 ± 12,979	12,551 ± 13,051	Rejeitada
		β_1	0,953 ± 1,023	0,75 ± 1,25	Rejeitada
B	Logístico	β_0	12,735 ± 12,986	9,594 ± 15,990	Rejeitada
		β_1	0,957 ± 1,030	0,75 ± 1,25	Rejeitada
C	Clutter - área basal	β_0	12,759 ± 12,950	12,555 ± 13,055	Rejeitada
		β_1	0,995 ± 1,046	0,75 ± 1,25	Rejeitada
	Clutter - volume	β_0	80,606 ± 90,256	80,492 ± 98,380	Rejeitada
		β_1	0,960 ± 1,010	0,90 ± 1,10	Rejeitada
**	Sobrevivência	β_0	556,84 ± 560,408	418,835 ± 698,408	Rejeitada
		β_1	0,992 ± 1,014	0,75 ± 1,25	Rejeitada
**	Chapman-Richards - volume	β_0	89,084 ± 89,976	66,725 ± 111,209	Rejeitada
		β_1	0,983 ± 1,011	0,75 ± 1,25	Rejeitada

Em que: β_i = parâmetros da regressão para o teste de equivalência; ** = equações utilizadas em mais de uma estratégia de modelagem.

Os resultados do teste de acuracidade da diferença agregada indicaram que todos os modelos selecionados para cada estratégia de modelagem apresentaram ligeiras tendências em subestimar a área basal e volume de madeira (Tabela 16).

Tabela 16. Teste de acuracidade da diferença agregada para cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Estratégia de modelagem	Modelo	DA%
A	Schumacher	0,983
B	Logístico	1,290
C	Clutter – área basal	1,248
	Clutter – volume	2,026
**	Chapman – Richards	0,724

Em que: DA% = Diferença Agregada percentual.

A partir do teste de O’Neil-Mathews (2000), com p-valor = 0,16 a 95% de probabilidade, as variâncias do volume de madeira podem ser consideradas homogêneas. Conforme o teste de Shapiro-Wilk a 95% de probabilidade, p-valor = 0,29, os resíduos

podem ser considerados normais, o teste de Durbin-Watson indicou ausência de autocorrelação entre os resíduos (p-valor = 0,142). Na avaliação entre as diferentes estratégias de modelagem, não houve diferença significativa a 95% de probabilidade entre os tratamentos (Tabela 17). O sítio mostrou-se significativo, evidenciando que a produção de madeira difere entre as classes de capacidade produtiva.

Tabela 17. Resultado da análise de variância de dois critérios para estimativas do volume de madeira projetado, em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

<i>Fonte da variação</i>	<i>SQ</i>	<i>Gl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>p-valor</i>	<i>F crítico</i>
Tratamentos	178,7	3	59,661	0,088	0,966	3,043466
Sítio	69647,2	2	34823,6	51,90	<0,001	3,043466
Resíduos	170427,1	254	671			

SQ = Somatório dos quadrados, Gl = Graus de liberdade, MQ = Quadrado médio, F e F crítico = estatística do teste F e valores tabelados para F, respectivamente.

O teste de Tukey indicou não haver diferença significativa entre as médias para os tratamentos (Tabela 18).

Tabela 18. Resultado do teste Tukey a 95% de probabilidade para as médias das estimativas do volume de madeira projetado, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Tratamentos	Volume (m ³ ha ⁻¹)	Significância
Clutter	96,194	a
Logístico	96,168	a
Observado	98,184	a
Schumacher	96,535	a

Na Figura 18 se encontram as médias para cada tratamento por classe de sítio, evidenciando que os valores estimados e reais não diferem entre si.

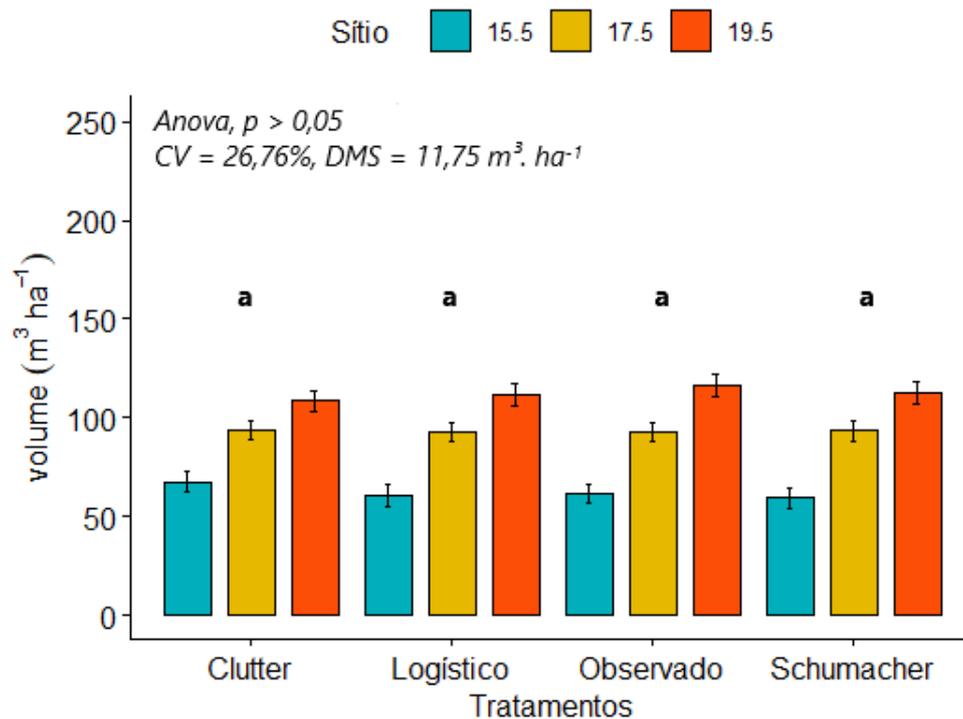


Figura 19. Média do volume de madeira para cada tratamento por classe de Sítio, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: CV = coeficiente de variação (%); DMS = diferença mínima significativa.

4. Discussão

4.1. Modelagem da sobrevivência

O modelo para estimar a sobrevivência futura, com base em variáveis do povoamento florestal, possibilitou ajustes precisos. Por se tratarem de povoamentos desbastados, inserimos o efeito do desbaste na sobrevivência futura, similar ao modelo tratado por (GYAWALI; BURKHART, 2015). O desbaste diminui a competição e garante um novo período de intenso crescimento das árvores, interferindo, portanto, sobre a mortalidade natural povoamento, principalmente nas árvores que possuem desvantagem competitiva em relação às suas vizinhas por fatores de produção (luz, água e nutrientes). Portanto, a inserção do desbaste como variável independente possibilita captar as mudanças sobre a dinâmica competitiva do povoamento, o que garantiu maior precisão do modelo nas estimativas da densidade de árvores.

O modelo de sobrevivência proposto neste estudo se assemelha ao modelo apresentado por García; Burkhardt; Amateis, (2011), que relaciona a mortalidade com a densidade atual e a altura dominante do povoamento, uma vez que essas variáveis

possuem uma melhor associação causal com a mortalidade (JEREZ et al., 2015), especialmente em espécies arbóreas que renovam constantemente seus meristemas (TONDJO et al., 2018), como é o caso da teca. Embora na prática o uso da altura dominante faça pouca diferença, dada a alta correlação com a idade, o tamanho pode ser biologicamente mais significativo do que a idade cronológica (GARCÍA et al., 2011), pois, além da relação de causalidade, o uso da altura dominante proporciona inserir o efeito do sítio florestal na sobrevivência, estimando a densidade de árvores para diferentes classes de capacidade produtiva.

O baixo erro padrão da estimativa para esse modelo se deve ao fato de que a mortalidade natural foi significativamente reduzida pelos desbastes, o que não acontece para plantios não desbastados, como nos estudos da Índia (TEWARI et al., 2014; TEWARI; SINGH, 2018). Dessa maneira, recomendamos cautela na utilização deste modelo para a projeção da sobrevivência em plantios não desbastados, que pode acarretar em superestimativas.

4.2. Modelagem da área basal

Os resultados das estratégias “A” e “B” para a modelagem da área basal corroboram com a primeira hipótese, de que modelos biométricos ajustados a partir de equações diferenciais possibilitam ajustes precisos, compatíveis e consistentes com o crescimento biológico da espécie. Todos os ajustes promoveram erros inferiores a 6%, que segundo Campos e Leite (2017), é desejável que esses valores sejam inferiores a 10%, sendo um valor considerado aceitável pela maioria dos pesquisadores em estudos publicados envolvendo equações dendrométricas para florestas plantadas.

A primeira função de crescimento elaborada por Schumacher (1939), foi baseada em suposições alicerçadas em conceitos biológicos. Este modelo proposto baseia-se na hipótese de que a taxa de crescimento relativo aumenta linearmente com o inverso ao quadrado do tempo. Dessa maneira, o parâmetro β_1 expressa a taxa de decaimento do crescimento relativo, sendo, portanto, inversamente proporcional a taxa de crescimento (BURKHART; TOMÉ, 2012). Com isso, ao decompô-lo com uso da covariante altura dominante, inserimos o efeito do ambiente nas taxas de crescimento em área basal.

As funções de crescimento biológico, possuem dois componentes principais: um componente de expansão, que representa o potencial biótico (atividade fotossintética,

absorção de nutrientes, metabolismo construtivo, anabolismo, dentre outros) e; um componente de declínio, que representa as restrições impostas por agentes externos (competição, recursos limitados, respiração, estresse) e internos (mecanismos de autorregulação e senescência) (ZEIDE, 1993; BURKHART; TOMÉ, 2012), sendo que a falta de qualquer um deles torna o modelo incompleto. Desse modo, dados os parâmetros das funções de transição, os componentes de expansão e declínio podem ser expostos por intermédio de transformações específicas, que para o modelo Logístico, a expansão está associada aos coeficientes β_0 , β_1 e β_2 (por exemplo, $[\beta_2 * \beta_1 / \beta_0] * G'$) e o declínio está associado com o coeficiente β_2 (por exemplo, $e \beta_2 * Id$) (ZEIDE, 1993). Nesse sentido, ao modificar um dos parâmetros com uso de covariantes (índice de sítio) e ao adotarmos o termo modificador de área basal, inserimos o efeito do ambiente (fatores de produção) e de diferentes tratos silviculturais (desbastes que refletem na competição) no crescimento do povoamento, permitindo uma generalização do modelo, o que explica a precisão do modelo Logístico.

As funções de transição para a prognose da área basal foram derivadas usando equações das diferenças, tal técnica assegura que as propriedades de compatibilidade garantam estimativas consistentes (MENDONÇA et al., 2017; PRADA et al., 2019). Além disso, a inserção do desbaste como variável independente em todos os modelos, possibilitou maior precisão, evitando maiores tendências em subestimar a área basal projetada. Nossa abordagem foi diferente da adotada por Torres et al. (2020), que ao simular o crescimento e produção do volume de madeira e biomassa de plantios desbastados de teca via AEE, somaram o valor desbastado do período anterior para o período seguinte, com o intuito de não subestimar a produção total. Portanto, ao inserirmos o efeito do desbaste nos modelos, as estimativas tendem a não subestimar a produção total e permitem simular diferentes regimes e intensidade de desbaste.

Em relação aos modelos das estratégias “C” e “D”, Clutter e Pienaar & Shiver, concomitantemente, a estratégia “D” não apresentou compatibilidade e consistência biológica para o crescimento, corroborando com a segunda hipótese. Esse comportamento foi ressaltado por Burkhart e Tomé (2012), onde funções desta categoria podem não apresentar todas as propriedades desejáveis para modelagem de fenômenos biológicos, como a existência de uma assíntota e um ponto de inflexão. Assim, ao usá-las para a modelagem é necessário ter cautela com extrapolações fora da amplitude de dados usados para modelagem. Por outro lado, o modelo simultâneo de Clutter modificado com o termo

Φ apresentou características desejáveis para a modelagem da área basal, cujos os sinais dos parâmetros indicaram que as estimativas possuem uma forma compatível com o crescimento biológico. A alta precisão do modelo de Clutter se deve ao termo modificador do desbaste, pois o modelo em sua forma tradicional não apresenta capacidade de representar tendências diferentes pós-desbaste (GORGENS et al., 2007).

4.3. Modelagem do volume em nível de povoamento total

Levando em conta que o efeito do desbaste no crescimento da área basal foi modelado neste estudo, as condições do povoamento em qualquer momento foram definidas por três variáveis de estado (altura dominante - ou índice de sítio para alguns modelos, número de árvores por hectare – ausente em alguns modelos, e área basal do povoamento). Portanto, os sistemas de modelagem podem incluir até três funções de transição. Nesse sentido, duas dessas três funções serviram como covariantes no modelo biológico de Chapman-Richards, que estima o volume total do povoamento numa determinada idade. O uso dessas variáveis proporcionou ajuste preciso, superando as estimativas geradas pelo modelo simultâneo de Clutter para volume.

A função de Chapman-Richards, é uma generalização da função de von Bertalanffy, e descreve a taxa de crescimento absoluta como a diferença entre uma taxa anabólica (metabolismo construtivo), que nas plantas é proporcional a área fotossintética ativa, e uma taxa catabólica (metabolismo destrutivo), que é proporcional a biomassa (BURKHART, TOMÉ, 2012). Nesse contexto, dependendo de fatores ambientais e competitivos, os parâmetros do modelo podem mudar ao longo do tempo e, produzirem diferentes taxas de crescimento (POMMERENING; GRABARNIK, 2019). Em consequência disso, o modelo de Chapman-Richards teve seus parâmetros modificados com as covariáveis sítio e área basal, de tal forma, que ao inserir tais variáveis no modelo foi possível captar os efeitos do ambiente e da competição por recursos na projeção da produção volumétrica. Além disso, visto que a área basal se encontra presente no modelo, o efeito do desbaste se encontra implícito nas estimativas do volume.

Ao modelar a produção em volume de um povoamento de teca na Colômbia, Restrepo e Orrego (2015) utilizaram o modelo de von Bertalanffy com quatro parâmetros de efeito fixos, dois valores de efeito aleatório e uma covariável ambiental, e obtiveram ajustes precisos. Assim, a adição de covariantes nos coeficientes do modelo possibilita

ajustes precisos, além de gerar curvas de produção polimórficas, que expressam diferenciação e não proporcionalidade no crescimento do volume, cuja taxa de crescimento do modelo ajustado neste estudo é dependente dos fatores do sítio.

Assim como no modelo Logístico, o modelo de Chapman-Richards possui um componente de expansão e outro de declínio. No modelo de Chapman-Richards, tais componentes estão associados aos parâmetros β_0 , β_1 e β_2 para expansão (por exemplo, $\beta_0/\beta_2 * \beta_1 * \beta_2 * G' [\beta_2 - 1] / \beta_2$), e aos coeficientes β_1 e β_2 para o declínio (por exemplo, $\beta_1 . \beta_2 . G'$) (ZEIDE, 1993). Por conseguinte, o parâmetro β_0 representa o valor máximo de volume estocado a ser atingido pelo povoamento quando a idade tende ao infinito (BURKHART; TOMÉ, 2012; PRADA et al., 2019; SALEKIN et al., 2020) logo, ao inserir área basal futura como uma covariante obtém-se múltiplos valores de assíntota. Por outro lado, o coeficiente β_1 representa a taxa de crescimento do volume de madeira (MENDONÇA et al., 2017; MAYORAL et al., 2019; PASSOS DOS SANTOS et al., 2020), portanto, com a inserção da covariante índice de sítio foi possível gerar um modelo com múltiplas taxas de crescimento, que responde a influência da capacidade produtiva do local, no qual valores mais altos para β_1 representam maiores taxas de crescimento.

Embora a equação de área basal do modelo de Clutter tenha-se ajustado bem aos dados observados, foram constatadas pequenas tendências de superestimativa da área basal, essa tendência refletiu-se na distribuição dos resíduos para a equação de volume, o que também foi constatado por Cruz et al. (2008) ao modelar o crescimento e produção de plantios jovens de teca no estado do Mato Grosso, Brasil.

4.4. Crescimento

Para teca, valores de incremento entre 15 e 20 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ são considerados excelentes, enquanto incrementos abaixo de 6 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ são considerados insuficientes para o desenvolvimento de plantios economicamente viáveis (KOLLERT; CHERUBINI, 2012). Em plantios de origem clonal, foram observados valores de incremento de até 32 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ em regiões do Brasil e México (UGALDE, 2013), já em plantios de teca com 6 anos de idade na Colômbia, foi observado valores de incremento de 27,8 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ (RESTREPO; ORREGO, 2015) e entre 3 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ e 15 m³ ha⁻¹ ano⁻¹ para plantios em sistema integrado de produção no Equador (CAÑADAS et al., 2018).

Os modelos ajustados neste estudo estimaram incremento máximo dentro de uma faixa já observada na literatura, cujas estratégias “A” e “B”, apresentaram incrementos máximos entre $27 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ e $33 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ para o melhor sítio, enquanto os modelos da estratégia “C” e “D” entre $27 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ e $32 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$. Estes resultados, aproximaram-se dos valores reais, cujo máximo incremento médio anual para o melhor sítio foi de $27 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$.

Em termos biológicos, o crescimento é um processo caracterizado por mudanças na forma e no tamanho do tronco, com a adição contínua de novas camadas de lenho ao longo de todo material lenhoso (CAMPOS; LEITE, 2017). Assim, ao avaliar um modelo de crescimento e produção, as estimativas geradas devem seguir uma lógica biológica. Sendo a qualidade de sítio e o grau de ocupação do local dois fatores fortemente relacionados ao crescimento, no qual, para um mesmo número inicial de árvores e arranjo espacial, maior capacidade produtiva resulta em menor idade de corte (BURKHART; TOMÉ, 2012, CAMPOS; LEITE, 2017).

Em relação ao momento de intervenção, nos plantios mais adensados de teca o primeiro desbaste costuma ser realizado entre 36 meses e 96 meses, dadas as condições do sítio, espaçamento inicial e sobrevivência (KOLLERT; KLEINE, 2017; CAÑADAS-L et al., 2018). Neste estudo, as projeções realizadas a partir das diferentes estratégias resultaram em diferentes idades de intervenção, que se encontram próximos dos intervalos propostos pela literatura. No entanto, o modelo de Pienaar & Shiver resultou em idades de intervenção que não atendem a uma lógica biológica, cujo pior sítio resultou em idade de intervenção mais precoce. Os incrementos não se cruzaram nas idades avaliadas, corroborando com a segunda hipótese, de que modelos usuais também proporcionam ajustes precisos, porém não contemplam todas as propriedades do crescimento biológico.

Embora a análise de variância não tenha indicado diferença estatística entre as médias de volume para os modelos selecionados, estes resultaram em idades de intervenção ligeiramente distintas. O modelo de Clutter, por exemplo, proporcionou momentos iguais de intervenção para os sítios 17,5 m e 19,5 m (53 meses), diferente dos padrões observados para o plantio, cujas idades de intervenção ficaram entre os 53 e 57 meses, para ambos os sítios, respectivamente. Por outro lado, os modelos de Schumacher e Logístico com covariáveis, estimaram idades de intervenção distintas para cada sítio, que foram próximas as observadas para o plantio. Ao estudar o crescimento e produção

de teca em Alta Floresta – MT, a partir do modelo de Clutter, Costa; Castro e Soares (2012), obtiveram idades de intervenção entre 38 e 56 meses, enquanto Cruz et al. (2008) determinaram idades de intervenção entre os 60 e 76 meses, também a partir do modelo de Clutter, que foram mais próximos dos valores prognosticados pelo modelo Logístico com covariantes, ajustado neste estudo.

Dessa maneira, os modelos de Schumacher e Logístico com covariantes propiciaram idades de intervenção mais realistas com as condições de crescimento da espécie e do plantio em questão, que estão entre 54 e 68 meses (cerca de 4,5 anos e 5,5 anos). Portanto, um primeiro desbaste deve ser feito antes de 74 meses (6 anos), para antecipar o nível crítico de competição.

5.CONCLUSÃO

Consideramos quatro funções de crescimento amplamente empregadas no meio florestal para desenvolver um sistema de crescimento de área basal, volume e projeção do número de árvores futuras para povoamentos de teca clonal submetidos ao desbaste. Alguns sistemas de equações possibilitaram extrapolações confiáveis fora da amplitude de dados, pois seguem princípios biológicos, como foi o caso dos sistemas de modelagem das estratégias “A” e “B”, compostos pelos modelos de Schumacher e Logístico com covariáveis.

Embora os modelos de Schumacher e Logístico com covariáveis possuam características biológicas importantes, não geraram estimativas mais precisas que os modelos tradicionais para o estudo do crescimento e produção em área basal. Por outro lado, ambos foram compatíveis e consistentes. A inserção do termo modificador de área basal, Φ , garantiu a precisão e significância de todos os modelos. Para a modelagem do crescimento e produção em volume, o modelo de Chapman-Richards foi superior ao modelo de Clutter.

Os modelos tradicionais com efeito do desbaste, Clutter e Pienaar & Shiver (estratégias “C” e “D”, respectivamente), foram precisos na modelagem da área basal, porém, não contemplaram todos os preceitos do crescimento biológico. O modelo de Pienaar & Shiver não apresentou idades de intervenção biologicamente consistentes, enquanto que o modelo de Clutter estimou mesmas idades de intervenção para

diferentes classes de capacidade produtiva, resultados diferentes dos apontados pelos inventários pré-corte (Testemunha).

Finalmente, os resultados de nossa pesquisa, independente da estratégia abordada, aponta que a inserção do termo modificador desbaste, garante maior precisão aos modelos, por isso recomendamos o seu uso para estudos de crescimento e produção de povoamentos de rotação maiores, os quais estão sujeitos a sofrerem intervenções silviculturais.

6.REFERÊNCIAS

ALVARES, C. A. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, dez. 2013.

AMARO, A.; REED, D.; TOMÉ, M.; THEMIDO, I. Modeling dominant height growth: *Eucalyptus* plantations in Portugal. **Forest Science**, Bethesda, v. 44, n. 1, p. 37-46, 1998.

BAILEY, R. L; CLUTTER, J. L. Base-Age Invariant Polymorphic Site Curves. **Forest Science**, v. 20, p. 115-159, 1974.

BRAVO-OVIEDO, A.; PRETZSCH, H. **Growth and Structure in Mixed-Species Stands Compared with Monocultures: Review and Perspectives**. [s.l: s.n.].

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. v. 1

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e Respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV, 2017.

CIESZEWSKI, C. J.; STRUB, M. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. **Forest Science**, v. 54, n. 3, p. 303–315, 2008.

CRISTINA COSTA SILVA, G. et al. Site index curves in thinned and non-thinned eucalyptus stands. **Forest Ecology and Management**, v. 408, n. July 2017, p. 36–44, 2018.

CRUZ, J. P. et al. Modelos de crescimento e produção para plantios comerciais jovens de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. **Revista Arvore**, v. 32, 2008.

EMBRAPA. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5ª Edição** Brasília, 2018.

FONTES, L.; TOMÉ, M.; COELHO, M. B.; WRIGHT, H.; LUIS, J. S.; SAVILL, P. Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) in Portugal. **Forestry**, Oxford, v. 76, n. 5, p. 509-523, 2003

GARCÍA, O. Forest stands as dynamical systems: An introduction. **Modern Applied Science**, v. 7, n. 5, p. 32–38, 2013.

GARCÍA, O.; BURKHART, H. E.; AMATEIS, R. L. A biologically-consistent stand growth model for loblolly pine in the Piedmont physiographic region, USA. **Forest Ecology and Management**, v. 262, n. 11, p. 2035–2041, 2011.

GONÇALVES, J. C. et al. Comparação dos modelos prognósticos de Clutter e da função Logística. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 36, n. 87, p. 311, 2016.

GUERRA-HERNÁNDEZ, J. et al. Developing a site index model for P. Pinaster stands in NW Spain by combining bi-temporal ALS data and environmental data. **Forest Ecology and Management**, v. 481, n. October 2020, 2021.

GYAWALI, N.; BURKHART, H. E. General response functions to silvicultural treatments in loblolly pine plantations. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 45, n. 3, p. 252–265, 2015.

JEREZ, M. et al. Simulador de crecimiento y secuestro de carbono para plantaciones de teca en Venezuela: Una aplicación en SIMILE. **Bosque**, v. 36, n. 3, p. 519–530, 2015.

KOLLERT, W.; CHERUBINI, L. **Teca - Mundo mercado**. v. 3, n. January, p. 16–17, 2012.

KOLLERT, W.; KLEINE, M. **IUFRO World Series Volume 36 The Global Teak Study**. [s.l: s.n.].

MARTINS, F. B.; SOARES, C. P. B.; DA SILVA, G. F. Individual tree growth models for eucalyptus in northern Brazil. **Scientia Agricola**, v. 71, n. 3, p. 212–225, 2014.

MAYORAL, C. et al. Effect of microsite quality and species composition on tree growth: A semi-empirical modeling approach. **Forest Ecology and Management**, v. 432, n. September 2018, p. 534–545, 2019.

MENDONÇA, A. R. DE et al. Growth and yield models for eucalyptus stands obtained by differential equations. **Scientia Agricola**, v. 74, n. 5, p. 364–370, 2017.

PIENAAR, L. V. & SHIVER, B. D. Basal área prediction and projection equations for pine plantations. **Forest Science**, v. 32, n. 3, p. 626–633, 1986.

PASSOS DOS SANTOS, A. et al. Quantifying losses in productivity by the rust in eucalypt plantations in Brazil. **Forest Ecology and Management**, v. 468, n. November 2019, p. 118170, 2020.

PRADA, M. et al. Development of a dynamic growth model for sweet chestnut coppice: A case study in Northwest Spain. **Ecological Modelling**, v. 409, n. March, p. 108761, 2019.

RESTREPO, H. I.; ORREGO, S. A. A comprehensive analysis of teak plantation investment in Colombia. **Forest Policy and Economics**, v. 57, p. 31–37, 2015.

SALEKIN, S. et al. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 50, 2020.

TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, p. 1–10, 2014.

TEWARI, V. P.; SINGH, B. A first-approximation simple dynamic growth model for forest teak plantations in Gujarat state of India. **Southern Forests**, v. 80, n. 1, p. 59–65, 2018.

TONDJO, K. et al. Stochastic modelling of tree architecture and biomass allocation: Application to teak (*Tectona grandis* L. f.), a tree species with polycyclic growth and leaf neof ormation. **Annals of Botany**, v. 121, n. 7, p. 1397–1410, 2018.

TORRES, D. A.; DEL VALLE, J. I.; RESTREPO, G. Teak growth, yield-and thinnings' simulation in volume and biomass in colombia. **Annals of Forest Research**, v. 63, n. 1, p. 53–70, 2020.

UGALDE ARIAS, L. A. **Teak: New Trends in Silviculture, Commercialization and Wood Utilization**. (Ed.) Cartago, C.R: International Forestry and Agroforestry, ISBN 978-9968-47-716-1, p. 552, 2013

VALERIANO, M. F. DE O. et al. Are models of volumetric production at the diametric distribution and total stand level mutually compatible? **Journal of Forestry Research**, 2018.

VANCLAY, J. **Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests**. [s.l: s.n.].

WEISKITTEL, A. R. et al. **Forest Growth and Yield Modeling**. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2011. v. 6

ZEIDE, B. Analysis of Growth Equations. **Forest Science**, v. 39, n. 3, p. 594–616, 1993

CAPÍTULO 3: ABORDAGEM DA DIFERENÇA ALGÉBRICA E DIFERENÇA ALGÉBRICA GENERALIZADA NA MODELAGEM DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS CLONAIIS DESBASTADOS DE TECA

Resumo

A área basal consiste em um componente chave da modelagem em nível de povoamento total, devido apresentar alta correlação com variáveis de importância econômica. Sendo assim, as funções de crescimento para área basal do povoamento devem atender premissas importantes para representar o crescimento biológico, tais como lógica biológica e polimorfismo. Dessa maneira, o objetivo deste capítulo foi ajustar e comparar sistemas de modelagem dinâmicos a partir da abordagem da diferença algébrica (ADA) e diferença algébrica generalizada (GADA). Os modelos ajustados compõem um sistema capaz de estimar mudanças nos povoamentos ao longo do tempo, dados os efeitos da capacidade produtiva do local e de desbastes. Utilizamos dados de 67 parcelas medidas durante oito anos, obtendo as seguintes variáveis: idade do povoamento, o número de árvores por hectare, as estimativas de volume por hectare, área basal e índice de sítio. Os ajustes foram comparados pelo erro padrão da média, coeficiente de correlação entre valores estimados e observados e pelo critério de informação de Akaike, complementados pela análise gráfica dos resíduos, bem como análise de autocorrelação dos resíduos. As abordagens ADA e GADA foram utilizadas para desenvolver funções de transição para área basal. Os modelos ajustados apresentaram alta precisão. Os dois modelos selecionados para a prognose da área basal foram derivados da função de Chapman-Richards. Os modelos ADA foram ligeiramente mais precisos que os modelos GADA. As estimativas em área basal serviram como covariáveis para o modelo volumétrico de Chapman-Richards, e resultaram em idades de intervenção próximas, que variaram entre 40 e 56 meses. Os resultados permitiram concluir ainda sobre a capacidade de modelagem de ambas as abordagens, indicando valores de incremento médio anual máximos e idades de intervenção condizentes com a realidade dos plantios de teca. Nossos resultados deverão ser corroborados por novas pesquisas, também recomendamos o uso mais expressivo das metodologias ADA e GADA nos estudos de crescimento e produção de povoamentos florestais.

Palavras-chave: Dinâmica do crescimento; Equações das diferenças algébricas; Funções de transição; Área basal.

Abstract

Basal area growth models are key components of whole stand modeling because of their high correlation with variables of economic importance. Thus, growth functions for stand basal area must meet important assumptions to represent biological growth, such as biological logic and polymorphism. Thus, the objective of this chapter was to fit and compare dynamic modeling systems from the algebraic difference approach (ADA) and generalized algebraic difference approach (GADA). The fitted models make up a system capable of estimating changes in stands over time, given the effects of site productive capacity and thinning. We used data from 67 plots measured over eight years, obtaining the following variables: stand age, the number of trees per hectare, estimates of volume per hectare, basal area, and site index. The fits were compared by standard error of the mean, correlation coefficient between estimated and observed values, and Akaike's information criterion, complemented by graphical analysis of the residuals, as well as autocorrelation analysis of the residuals. The ADA and GADA approaches were used to develop transition functions for basal area. The fitted models showed high accuracy. The two models selected for basal area prediction were derived from the Chapman-Richards function. The ADA models were slightly more accurate than the GADA models. Basal area estimates served as covariates for the Chapman-Richards volumetric model, and resulted in close intervention ages ranging from 40 to 56 months. The results also allowed us to conclude on the modeling ability of both approaches, indicating maximum mean annual increment values and intervention ages consistent with the reality of teak plantations. Our results should be corroborated by further research, and we also recommend the more expressive use of the ADA and GADA methodologies in studies of growth and production of forest stands.

Keywords: Growth dynamics; Algebraic difference equations; Transition functions; Basal area.

1. INTRODUÇÃO

A teca (*Tectona grandis* Linn. F.) é uma das madeiras nobres tropicais mais valiosas do mundo, sendo procurada nos mercados globais por sua beleza, força e estabilidade, resistência natural e grande variedade de aplicações (YASODHA et al., 2018). Devido a sua importância econômica, o desenvolvimento de planos de manejo são cruciais para o sucesso dos plantios dessa espécie. Dentro desta perspectiva, o manejo eficaz da floresta só é possível quando informações confiáveis sobre as condições florestais presentes e futuras estão disponíveis. Estas informações podem ser obtidas a partir de modelos de crescimento e produção florestal, como os modelos dinâmicos, por exemplo. A modelagem do crescimento e produção tem sido uma parte intrínseca da pesquisa florestal por muitos anos e ainda permanece ativa, principalmente a partir de modelos empíricos (CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018; PRADA et al., 2019; STANKOVA; DIÉGUEZ-ARANDA, 2020;).

Os modelos de crescimento em área basal, por exemplo, são componentes chave da modelagem em nível de povoamento total, uma vez que a área basal está diretamente relacionada a outras variáveis de importância econômica, como o volume total (CASTEDO-DORADO et al., 2007). Além disso, as estimativas das equações de crescimento da área basal podem ser usadas para restringir a classe de tamanho ou em modelos de árvore individuais, portanto, formam um link entre os modelos explícitos e implícitos (HEIN; DHÔTE, 2006; CASTEDO-DORADO et al., 2007; GADOW; SÁNCHEZ-OROIS; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, 2007; PRADA et al., 2019). Em vista disso, as funções de crescimento para área basal do povoamento devem atender premissas importantes para representar o crescimento biológico, tais como lógica biológica, polimorfismo, ponto de inflexão e de assíntota, invariância quanto à idade de referência, compatibilidade e parcimônia (CASTEDO-DORADO et al., 2007; PRADA et al., 2019; SALEKIN et al., 2020), além do efeito de tratamentos silviculturais.

Dentre as abordagens que atendem as propriedades do crescimento biológico, destacam-se as abordagens da diferença algébrica (ADA) e da diferença algébrica generalizada (GADA). A abordagem da diferença algébrica (ADA), foi desenvolvida por Bailey e Clutter (1974) para a modelagem do crescimento em altura dominante, proporcionando identificar um parâmetro de forma dependente da qualidade de sítio, mas independente da idade de referência. Tal propriedade assegura que as funções produzam

predições independentes da idade (*time-invariant predictions*), isto é, garante que as projeções da variável dependente sejam compatíveis. No entanto, a principal desvantagem desta abordagem está no desenvolvimento de curvas polimórficas de mesma assíntota.

Desse modo, a partir da necessidade de se gerar curvas polimórficas de múltiplas assíntotas, Cieszewski e Bailey (2000) expandiram o conceito de ADA e introduziram a abordagem da diferença algébrica generalizada (GADA). A GADA é bastante promissora e pode ser aplicada na modelagem do crescimento de qualquer variável dependente de povoamentos florestais, e envolve o uso de variáveis substituídas pelo conceito de autorreferência (CASTEDO-DORADO et al., 2007; PRADA et al., 2019), como altura dominante, área basal do povoamento, volume do povoamento, número de árvores por unidade de área, biomassa ou sequestro de carbono (TEWARI; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ; GARCÍA, 2014; PRADA et al., 2019). No entanto, nenhum estudo para teca explorou tais abordagens (ADA e GADA) cujos efeitos de tratamentos silviculturais, como o desbaste, estejam presentes no modelo como variáveis independentes (JEREZ et al., 2015; TORRES et al., 2020).

Nesse contexto, devido à importância da espécie, o desenvolvimento de ferramentas dinâmicas que atendam os preceitos do crescimento biológico, é indispensável para prever mudanças nos povoamentos de teca. Dessa maneira, objetivamos neste capítulo ajustar e comparar sistemas de modelagem dinâmicos a partir da abordagem da diferença algébrica (ADA) e diferença algébrica generalizada (GADA) para povoamentos clonais de teca submetidos ao desbaste. Nesse sentido traçamos as seguintes hipóteses: (1) A abordagem da diferença algébrica generalizada garante ajustes mais precisos que a abordagem da diferença algébrica; (2) ambas as abordagens proporcionam idades de intervenção dentro das premissas do crescimento biológico.

2. Material e Métodos

2.1. Área de estudos e coleta de dados

O trabalho foi realizado a partir de dados adquiridos de um inventário florestal contínuo, situada em povoamentos clonais de teca (área útil inicial por planta de 16,00 m², 14,06 m² e 12,25 m²) e diferentes idades (10, 8, 7, 6 e 5 anos), localizado no Município

de Capitão Poço – PA, pertencente à empresa Tiête Agrícola Ltda. A fazenda possui uma área de cerca 2.400 ha, entre as coordenadas geográficas 2°30'00"S; 47°20'00"W e 2°20'0"S; 47°30'0"W, na qual 754,4 ha são representados por plantio florestal. Na região destaca-se o domínio da Floresta Ombrófila Densa (IBGE, 2012), cujos solos predominantes são classificados em: Latossolo Amarelo distrófico petroplúntico; Latossolo Amarelo distrófico típico e; Plintossolo Pétrico Concrecionário (EMBRAPA, 2018). O relevo é caracterizado como plano a suave ondulado (IBGE, 2012). O clima da região é do tipo Am, conforme a classificação de Köppen, sendo caracterizado como um clima quente e úmido, tropical chuvoso, com curta estação seca (ALVARES et al., 2013).

As práticas silviculturais em todos os talhões consistiram de: combate às formigas cortadeiras com iscas formicidas, limpeza dos plantios com trator de esteira, calagem com calcário dolomítico (3 t ha⁻¹), adubação (200 g planta⁻¹ de NPK 8-28-16 e 100 g.planta⁻¹ de KCl), controle de plantas invasoras por meio do coroamento com enxada, roçagem mecanizada e semi-mecanizada com trator hidráulico, adubação de manutenção com aplicação de Boro (7 g.planta⁻¹) e KCl (100 g.planta⁻¹) e desrama artificial com serra e motopoda. O primeiro e segundo desbaste (sistemático ou seletivo) foram realizados aos 4,5 e 8,5 anos (valor médio), respectivamente, com intensidade de 50% de redução da área basal.

Os dados utilizados para a modelagem são provenientes de medições sucessivas de 67 parcelas permanentes onde se tem a idade do povoamento (Id), o número de árvores por hectare (N), as estimativas de volume por hectare (V), área basal (G) e índice de Sítio (S) (Figura 20). O banco de dados foi dividido em dois grupos aleatórios (Tabela 19): banco de dados para ajustar os modelos (80% do total de parcelas) e dados para validar os modelos (20% do total de parcelas) (GUJARATI; PORTER, 2008). A altura das árvores em cada parcela, que é necessária para a estimativa do volume, foi obtida utilizando o modelo hipsométrico de Bailey-3P, ajustado no capítulo primeiro ($H_i = 27,499 \cdot (1 - \exp(0,076 \cdot DAP_i^{0,7811}))$), $S_{yx}\% = 6,92$, $r = 0,873$), enquanto o volume por parcela foi obtido pelo somatório do volume de árvores individuais, estimado a partir do modelo de Takata, ajustado no capítulo primeiro: $V_i = \frac{DAP_i^2 \cdot H_i}{(20510,8 + 286,7 \cdot DAP_i)}$, $S_{yx}\% = 5,77$, $r = 0,994$.

Tabela 19. Estatística descritiva para as variáveis de povoamentos de teca clonal, na Amazônia Oriental, Pará.

Variáveis	Ajuste				Validação			
	Mín.	Máx.	Média	SD	Mín.	Máx.	Média	SD
Idade	24	120	50,16	20,12	24	120	57,32	21,05
N	80	960	535,64	204,08	180	820	546,15	209,84
G	3,68	24,98	12,73	3,72	4,05	23,82	11,67	3,906
V	13,61	205,11	87,61	30,52	14,16	194,08	91,68	33,39
S	15,5	19,5	17,5	0,92	15,5	19,5	17,5	1,39

Em que: Idade (meses); N = número de árvores por hectare; G = área basal ($m^2 ha^{-1}$); V = volume ($m^3 ha^{-1}$) e S = índice de Sítio (m).

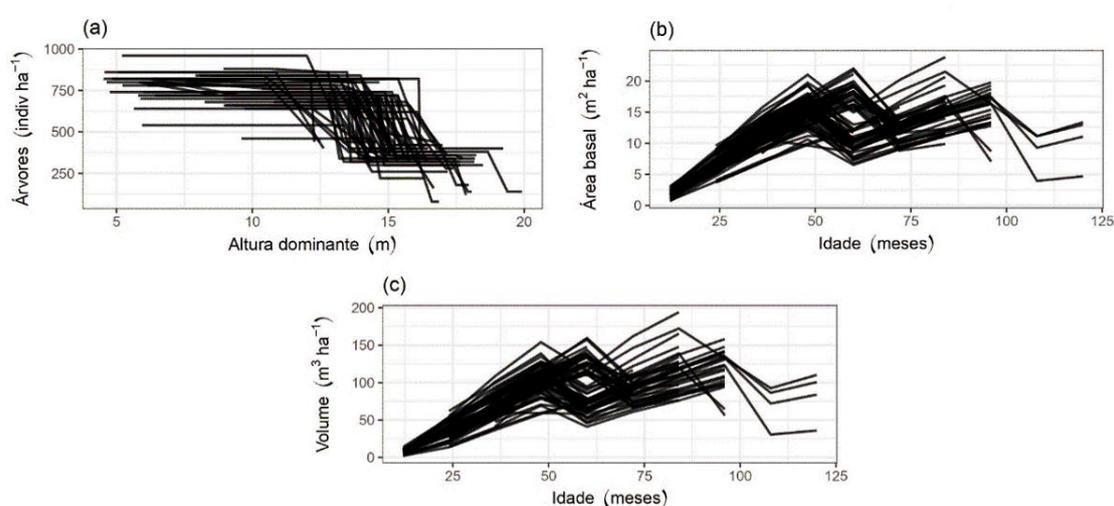


Figura 20. Variáveis em nível de povoamento de parcelas permanentes de teca clonal, na Amazônia Oriental. Em que: (a) Número de árvores por hectare em função da altura dominante; (b) área basal ($m^2 ha^{-1}$) em função da idade e; (c) volume total ($m^3 ha^{-1}$) em função da idade.

2.2. Modelagem da área basal

Selecionamos funções de crescimento de construção teórica como candidatas para modelagem do crescimento em área basal (BURKHART; TOMÉ, 2012). As funções selecionadas possuem atributos desejáveis para representar o crescimento biológico, como ponto de inflexão, assíntota e comportamento lógico (AMARO et al., 1998; FONTES et al., 2003; BURKHART e TOMÉ, 2012). Com base nas equações, vários modelos dinâmicos foram formulados pelo uso da GADA para desenvolver a função de projeção.

O método GADA permite que vários parâmetros estejam relacionados com a qualidade do sítio, a partir de transformações algébricas específicas. A abordagem consistiu em: (1) escolher uma função para modelar a variável de interesse; (2) definir quais parâmetros variarão em função da qualidade teórica do sítio X , que é uma variável independente, não observável e não quantificável que descreve a produtividade do sítio como condições do solo e fatores ecológicos e climáticos, e expressar a relação, a partir de uma equação matemática; (3) resolver a equação para X ; (4) inserir a solução de X para obter o modelo dinâmico para a variável de interesse ($y = f(I_d, X)$), para as condições iniciais de I_{d1} e Y_0 . Quando apenas um parâmetro está relacionado com X , GADA é equivalente a ADA, e fornece curvas polimórficas de única assíntota.

Os modelos M1, M3 e M5 (Tabela 20) são definidos como polimórficos de única assíntota, sendo considerado apenas o parâmetro a_2 como específico da variável teórica X . Nesse caso GADA é equivalente a ADA. Os modelos M2, M4 e M6 (Tabela 20) são definidos como polimórficos de múltiplas assíntotas. O modelo M2 foi desenvolvido por Krumland e Eng (2005) expressando a assíntota como uma função exponencial da variável teórica X e o parâmetro de forma como uma função linear do inverso de X . O Modelo M4 foi derivado por Cieszewski (2002) a partir da função de Hossfeld, com o coeficiente a_1 em função do somatório de uma constante com a variável teórica X , e a_2 por b_2 / X .

Tabela 20. Modelo base e equações dinâmicas derivadas de uma aproximação ADA e GADA (Y=G2; Y0= G1)

Modelo base	Parâmetros Relacionados ao sítio	Solução Inicial para X com (Y ₀ e Id ₁)	Equação dinâmica	Modelo
Chapman-Richards: $Y = \alpha_1 \cdot (1 - \exp(-a_2 \cdot Id))^{\alpha_3}$	$\alpha_2 = X$	$X_0 = -\text{Ln}(1 - (Y_0/b_1)^{1/b_3})/Id_1$	$Y = b_1 \left(1 - (1 - (Y_0/b_1)^{1/b_3})^{Id_2/Id_1}\right)^{b_3}$	M1
	$\alpha_1 = \exp(X)$	Com: $X_0 = \frac{1}{2}(\text{Ln}(Y_0) - b_2 L_0 + R_0)$	$Y = Y_0 \left(\frac{1 - \exp(-b_1 \cdot Id_2)}{1 - \exp(-b_1 \cdot Id_1)}\right)^{(b_2 + b_3/X_0)}$	M2
	$\alpha_2 = b_1 + b_3/X$	$R_0 = \sqrt{(\text{Ln}(Y_0) - b_2 L_0)^2 - 4b_3 L_0}$		
Hossfeld: $Y = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 \cdot Id^{-\alpha_3}}$	$\alpha_2 = X$	$L_0 = \text{Ln}(1 - \exp(-b_1 Id_1))$ $X_0 = Id_1^{-\alpha_3} \left(\frac{\alpha_1}{Y_0} - 1\right)$	$Y = b_1 / (1 - (b_1/Y_0) \cdot (Id_1/Id_2)^{b_3})$	M3
	$\alpha_1 = b_1 + X$	Com: $X_0 = \frac{1}{2}(Y_0 - b_1 + \sqrt{L_0})$	$Y = \frac{b_1 + X_0}{1 + b_2/X_0 \cdot Id_2^{-b_3}}$	M4
	$\alpha_2 = b_2/X$	$L_0 = (Y_0 - b_1)^2 + R_0$ $R_0 = 4b_2 Y_0 Id_1^{-b_3}$		
Sloboda: $Y = \alpha_1 \cdot \exp\left(-\alpha_2 \cdot \exp\left(\frac{\alpha_3}{(\alpha_4 - 1) \cdot Id^{(\alpha_4 - 1)}}\right)\right)$	$\alpha_2 = X$	$X_0 = -\frac{\text{Ln}(Y_0/b_1)}{\exp\left(\frac{b_2}{(b_3 - 1) Id_1^{(b_3 - 1)}}\right)}$	$Y = b_1 (Y_0/b_1) \exp\left(\frac{b_2}{(b_3 - 1) Id_2^{(b_3 - 1)}} - \frac{b_2}{(b_3 - 1) Id_1^{(b_3 - 1)}}\right)$	M5
Gompertz modificado: $Y = \alpha_1 \cdot \exp(-\alpha_2 \cdot \exp(\alpha_3 \cdot Id) + \alpha_4)$	$\alpha_1 = X$ $\alpha_4 = -b_1 X - b_2$	$F_1 = \exp(-\alpha_2 \cdot \exp(-\alpha_3 Id_2))$ $F_0 = \exp(-\alpha_2 \cdot \exp(-\alpha_3 Id_1))$	$Y = \frac{F_1(b_2 + Y_0) - b_1 Y_0 - b_2 F_0}{F_0 - b_1}$	M6

Em que: Y e Y₀ = variáveis na idade Id₂ e Id₁, respectivamente; Id₂ e Id₁ (meses) = idade; X₀ = variável teórica; ai, bi, ci = parâmetros do modelo; exp = exponencial.

2.3. Ajuste, validação e comparação dos modelos

Para o ajuste dos sistemas de modelagem, utilizamos o algoritmo de Levenberg–Marquardt da função “nlsLM”, do pacote ‘minpack.lm’ do software R® (ELZHOV et al., 2016), cujos modelos foram ajustados separadamente. A seleção dos modelos mais precisos foi realizada a partir dos seguintes parâmetros estatísticos: menor erro padrão da estimativa absoluto e relativo (Equação 1); análise gráfica dos resíduos não tendenciosa (Equação 2); maior coeficiente de correlação entre os valores observados e estimados (Equação 3) e; menor critérios de informação de Akaike (Equação 4).

a) Erro padrão relativo (S_{yx} e $S_{yx}\%$):

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \therefore S_{yx}(\%) = \frac{S_{yx}}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (1)$$

Em que: S_{yx} = erro padrão residual (m); $S_{yx}(\%)$ = erro padrão relativo (%); \hat{Y} = valor estimado pelo modelo; Y = valor observado; \bar{Y} = média de Y ; n = número de observações; p = número de parâmetros.

b) Resíduos da estimativa ($E\%$):

$$E\% = \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right) \cdot 100 \quad (2)$$

Em que: $E\%$ = Resíduos em porcentagem; y_i = variável observada; \hat{y}_i = variável estimada.

c) Coeficiente de correlação (r):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

Em que: r = Coeficiente de correlação; x_i e y_i = valor observado e estimado da variável sob análise.

d) Critério de informação de Akaike (AIC_c):

$$AIC_c = -2 \left(\frac{-n}{2} \cdot \ln \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2 \right) \right) + 2K \frac{n}{(n-K-1)} \quad (4)$$

Em que: AIC_c = Critério de informação de Akaike; e_i = resíduos; n = número de observações; K = $p+1$; p = número de parâmetros do modelo.

Para os modelos ajustados e com todos os parâmetros significativos construímos gráficos de valores observados *versus* valores estimados, dispersão de resíduo percentual e histograma de resíduos percentuais. Por se tratarem de modelos autorregressivos, a estimativa dos parâmetros da regressão que descrevem o comportamento do povoamento ao longo do tempo, pode possuir problemas de correlação serial (TEWARI et al., 2014). Logo, verificamos a presença de autocorrelação dos resíduos a partir da análise gráfica de resíduos \times resíduos defasados e a partir do teste de Durbin-Watson a 95% de probabilidade (PRADA et al., 2019), que quando significativos, reajustamos os modelos a partir do método dos mínimos quadrados generalizados não linear, assumindo uma estrutura autorregressiva dos resíduos (TEWARI et al., 2014). Além disso, realizamos teste de acuracidade a partir do método da diferença agregada (MIGUEL et al., 2015) que evidencia possíveis tendências. O teste foi aplicado para os modelos de área basal e volume. O método da diferença algébrica é determinado da seguinte forma (Eq. 5):

$$DA = \frac{\sum Y_{obs} - \sum Y_{est}}{\sum Y_{obs}} \cdot 100 \quad (5)$$

Para a comparação dos modelos selecionados, utilizamos dados do inventário florestal contínuo até a idade de 60 meses. As estimativas e os dados de inventário florestal foram submetidos a testes de normalidade e homogeneidade de variância, Shapiro-Wilk (1965) e O'neil-Mathew (2000) respectivamente, a 95% de probabilidade. Ao atender a normalidade e homogeneidade dos resíduos, foi realizada análise de variância (ANOVA) de dois critérios, sendo as classes de sítio constituindo o primeiro critério e as estratégias de modelagem o segundo critério. As médias foram comparadas pelo teste de comparação múltiplas de Tukey (1953) a 95% de probabilidade. Dado que o modelo de Clutter (1963) é o mais usual na modelagem do crescimento e produção em nível de povoamento total, as estimativas do modelo Clutter, ajustado no capítulo anterior, compuseram o quarto tratamento na comparação dos modelos via ANOVA.

As equações selecionadas foram validadas utilizando cerca de 20% das parcelas (GUJARATI; PORTER, 2008), oriundas do inventário contínuo, cujos valores estimados e observados foram submetidos ao teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap”. A estratégia para validação deste teste é baseada em regressão e testes estatísticos de equivalência. Os testes de equivalência invertem a hipótese nula usual, isto

é, eles postulam que as variáveis comparadas são dissimilares. Dessa maneira, o teste “Regression-based TOST using bootstrap” verifica não apenas a similaridade entre as variáveis, bem como a semelhança entre cada valor predito e observado de forma individual, a partir de regiões de similaridade e intervalos de confiança (ROBINSON et al., 2005).

2.4. Compatibilidade e crescimento

Para a utilização de modelos de prognose, é importante encontrar a compatibilidade das projeções (BUCKMAN, 1962; CLUTTER, 1963; CAMPOS; LEITE, 2017), isto é, o resultado da projeção do estado Id_1 para o estado Id_2 , e de Id_2 para Id_3 , deve ser o mesmo da projeção de Id_1 para Id_3 . Para verificar a compatibilidade dos modelos ajustados, projetamos o crescimento em área basal da idade de 24 meses para 48 meses e de 36 meses para 48 meses.

A área basal inicial, input para a projeção da área basal futura, foi determinada a partir da média da área basal na idade de 24 meses para cada classe de sítio, sendo: $4,65 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ para o sítio 15,5 m; $6,54 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ para o sítio 17,5 m e $7,44 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$ para o sítio 19,5 m. A projeção da área basal foi realizada para cada modelo selecionado por estratégia (ADA e GADA), em cada classe de sítio. Para testar a segunda hipótese, avaliamos as tendências de crescimento para as projeções dos modelos testados a partir do incremento corrente anual (ICA) e do incremento médio anual (IMA). A partir desses indicadores determinamos a primeira idade técnica de intervenção (desbaste), que é mais sensato para espécies de rotação silvicultural mais longas como a teca.

2.5. Efeitos do desbaste sobre o crescimento e mortalidade

Visto que os povoamentos em questão foram submetidos a diferentes regimes de desbaste, acrescentamos o termo Φ nos modelos dinâmicos, apresentados na Eq. 6 (CAMPOS; LEITE, 2017). Portanto, uma variável que mede a taxa de lotação do povoamento é necessária para a modelagem da densidade (expressa aqui como número de árvores por hectare) e para quantificar os efeitos do desbaste sobre a área basal:

$$\Phi = \beta_i \cdot \left(\frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_2} - \frac{N_d \cdot Id_d}{N_r \cdot Id_1} \right) \quad (6)$$

Como foi adicionado o termo Φ nos modelos de projeção da área basal, o modelo de sobrevivência apresentado no capítulo anterior (CAMPOS; LEITE, 2017), foi utilizado para estimar a densidade arbórea em qualquer momento, para ocasiões em que tais informações não estejam disponíveis, como em casos de plantios não inventariados. De tal modo, é possível simular desbastes em qualquer momento, dada uma densidade arbórea inicial. O modelo em questão apresenta o efeito do desbaste na sobrevivência, pois o desbaste provoca redução da densidade de indivíduos e atua na redução do uso de recursos e competição, que aumentam o crescimento das árvores remanescentes e reduzem sua taxa de mortalidade:

$$N_2 = N_1 \exp \left[(H_{dom_2}^\gamma - H_{dom_1}^\gamma) + \theta \left(\frac{N_d Id_d}{N_r Id_2} - \frac{N_d Id_d}{N_r Id_1} \right) \right] \quad (7)$$

2.6. Modelagem do volume

Para a modelagem da projeção volumétrica, utilizamos o modelo de Chapman-Richards, apresentado no capítulo anterior:

$$V_2 = (\beta_{00} + \beta_{01} \cdot G_2) \{ 1 - \exp[-(\beta_{10} + \beta_{11} \cdot S) Id_2] \}^{\beta_2} \quad (8)$$

O modelo de Chapman-Richards (Eq. 8) teve os coeficientes β_0 e β_1 decompostos, que foram associados com variáveis do povoamento (área basal e índice de sítio, respectivamente) que explicam a variabilidade da produção volumétrica de um povoamento florestal. Portanto, a área basal e índice de sítio são covariáveis do modelo.

Dado que o modelo de projeção da produção volumétrica possui o índice de sítio como variável independente utilizamos o modelo de sítio ajustado no capítulo 1. A expressão matemática deste modelo é:

$$H_{dom} = \alpha_1 \cdot \exp(-X \cdot Id^{-\alpha_3}) \quad (9)$$

Com:

$$X = \alpha_2$$

$$X_0 = -Ln \left(\frac{H_{dom\ i}}{\beta_1} \right) \cdot Id_1^{\beta_3} \quad (10)$$

Cuja equação dinâmica é:

$$H_{dom\ i+1} = b_1 \cdot \left(\frac{H_{dom\ i}}{\beta_1} \right) \left(\frac{Id_1}{Id_2} \right)^{\beta_3} \quad (11)$$

Em que: $\beta_1=25,1941$ e $\beta_3=0,60004$

3.Resultados

3.1.Modelagem da área basal

Na Tabela 21 são apresentados os resultados das análises estatísticas para avaliação e seleção dos modelos de prognose da área basal, considerando todas as estratégias de modelagem. As equações ajustadas para a projeção da área basal apresentaram desempenho similar, nos quais os modelos M1 e M2 apresentaram erros-padrão da estimativa ligeiramente menores que os demais, além de maiores correlações, sendo ambos os selecionados para a prognose da área basal. Em relação ao critério de informação de Akaike, o modelo M1 apresentou o menor valor para o critério, enquanto o modelo M6 apresentou o maior valor.

Tabela 21. Coeficientes ajustados e estatísticas de precisão para ADA e GADA na modelagem da área basal ($m^2 ha^{-1}$) para povoamentos clonais de teca, localizados na Amazônia Oriental, Pará, Brasil.

Modelo	Parâmetros	Erro padrão dos parâmetros	S_{yx}	$S_{yx}\%$	r	AIC
M1	$b_1=$ 24,980	0,473	0,60	4,84	0,987	1468,749
	$b_3=$ 2,4387	0,08				
	$b_4=$ 39,1519	0,494				
M2	$b_1=$ 0,0342	< 0,001	0,60	4,85	0,987	1472,485
	$b_2=$ -47,2835	7,689				
	$b_3=$ 160,6941	24,233				
	$b_4=$ 39,3568	0,510				
M3	$b_1=$ 27,1043	0,739	0,61	4,93	0,987	1497,659
	$b_3=$ 2,0935	0,049				
	$b_4=$ 38,756	0,522				
M4	$b_1=$ 27,1061	0,731	0,61	4,93	0,987	1499,66
	$b_2=$ 0,02123	0,005				
	$b_3=$ 2,09336	0,049				
	$b_4=$ 38,7588	0,520				
M5	$b_1=$ 29,9692	1,799	0,62	4,99	0,987	1518,709
	$b_2=$ -0,3633	0,047				
	$b_3=$ 1,3316	0,039				
	$b_4=$ 39,0836	0,528				
M6	$a_2=$ 2,8612	0,456	0,62	5,02	0,986	1527,169
	$a_3=$ 0,0364	0,002				
	$b_1=$ 2,0262	0,291				
	$b_2=$ -55,8185	9,980				
	$b_4=$ 40,5786	0,526				

Em que: a_i , b_i : parâmetros do modelo; S_{yx} : erro padrão da estimativa absoluto; $S_{yx}\%$: erro padrão da estimativa em porcentagem; r : coeficiente de correlação; AIC: Critério de Informação de Akaike.

Ao avaliar a distribuição de resíduos notamos que os resíduos são homocedásticos e apresentaram distribuição normal, tanto para ADA quanto para GADA. Os dois modelos selecionados, M1 e M2, apresentaram ausência de autocorrelação para os resíduos, conforme teste de Durbin-Watson (Figura 21). Por este fato, os ajustes realizados a partir do algoritmo de Levenberg-Marquardt foram utilizados para a estimativa e prognose da área basal, não havendo necessidade de modelar considerando uma estrutura autorregressiva para os resíduos.

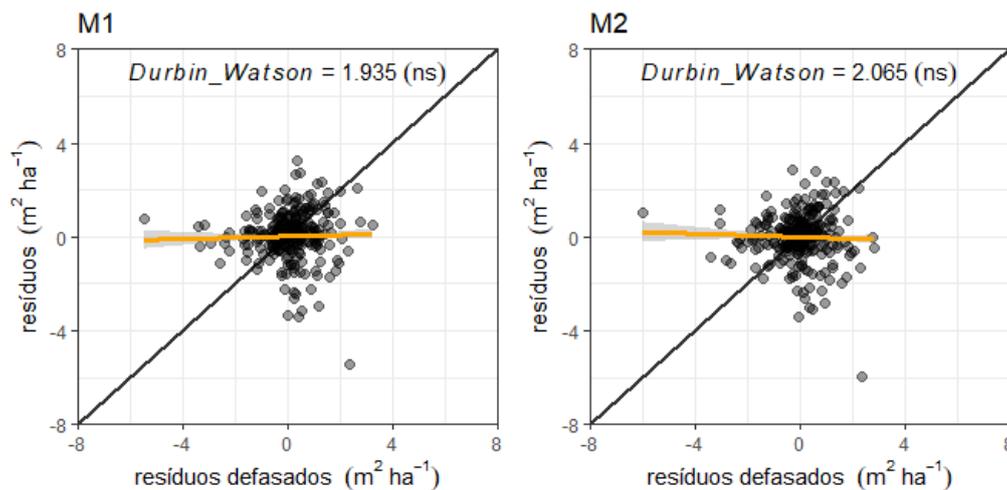


Figura 21. Relação entre resíduos e resíduos defasados (resíduos \times Lag-resíduos) para as equações selecionadas para a projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Na Figura 22, observa-se que ambos os modelos selecionados apresentaram padrões similares nas estimativas da área basal.

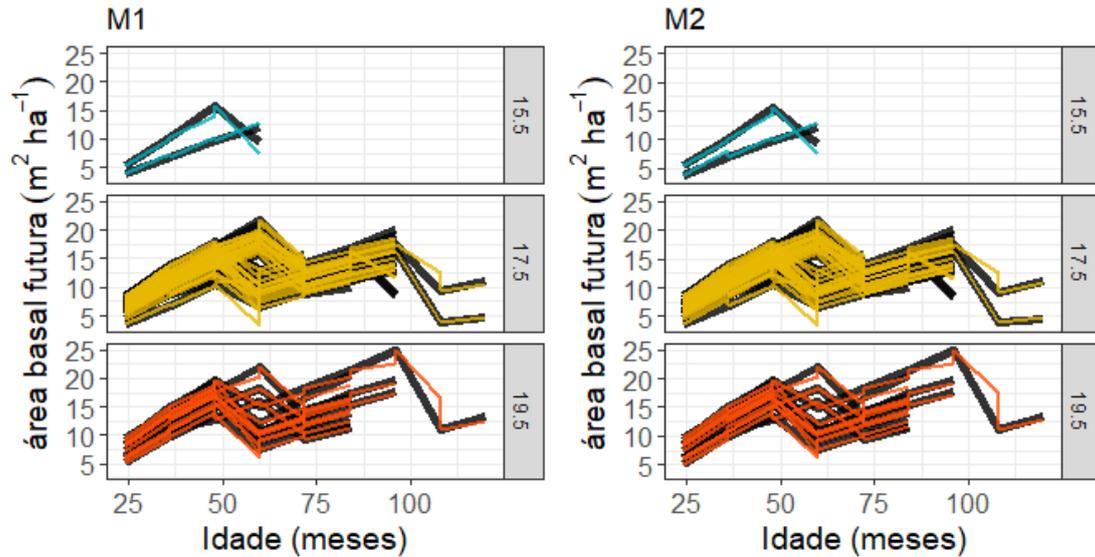


Figura 22. Relação entre área basal presente ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$) e idade (meses) para a prognose da área basal com efeito do desbaste para os modelos M1 e M2, em povoamentos clonais de teca, plantados em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: linhas pretas representam os valores reais de área basal e linhas coloridas representam as estimativas para cada classe de sítio.

Os modelos ajustados a partir da ADA e GADA apresentaram tendências similares, superestimando a área basal entre 7 e 11 $\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$. Apesar disso, os resíduos se dispersaram, em sua maioria, próximo a zero. A correlação forte entre valores estimados e observados, indicou alta capacidade preditiva dos modelos ajustados. Os histogramas de resíduos apresentaram maior frequência nas classes próximas de zero, como pode ser observado na Figura 22, para ADA e Figura 23 para GADA.

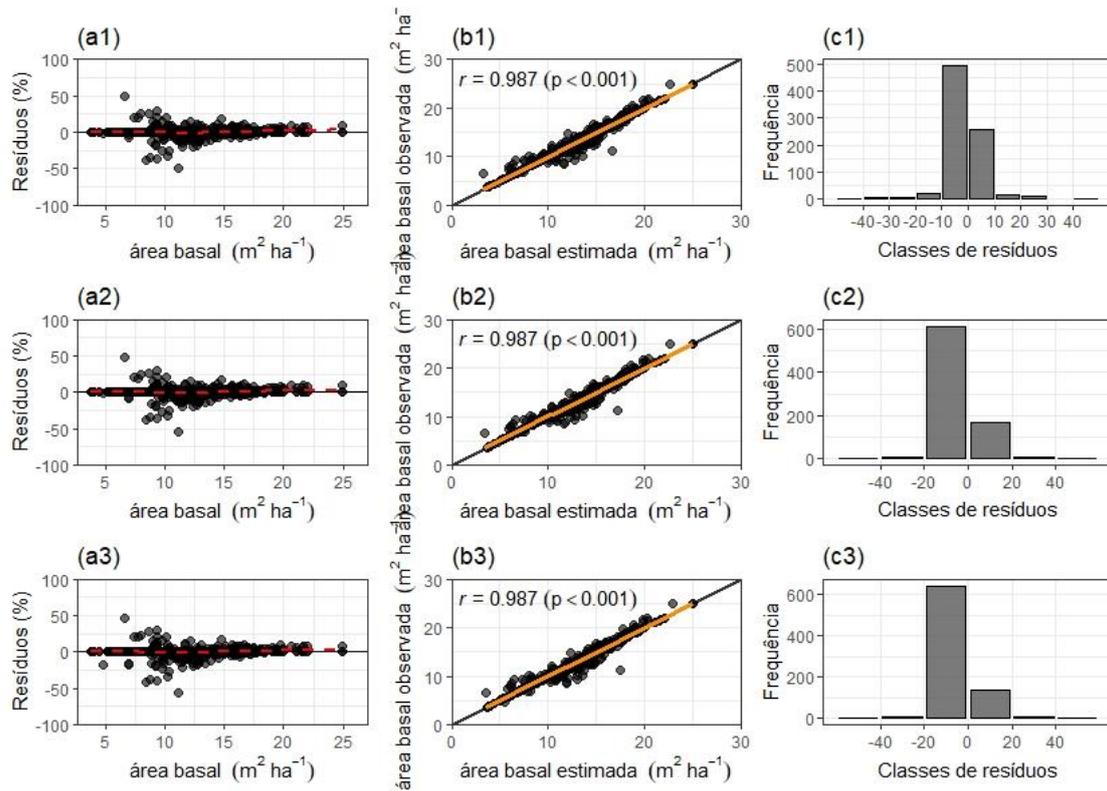


Figura 23. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo M1; a2, b2 e c2= modelo M3 e a3, b3 e c3 = modelo M5.

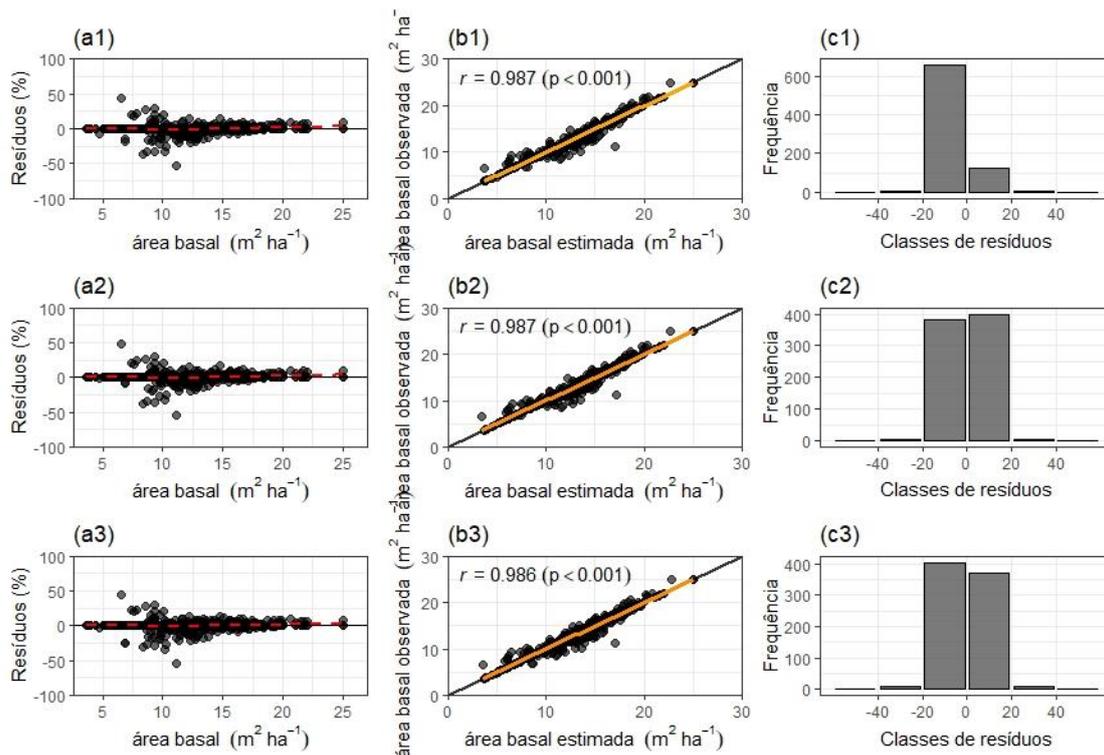


Figura 24. Dispersão de resíduos (ai), relação entre observados x estimados (bi) e distribuição de classes de resíduos (ci) para equações de projeção da área basal de plantios clonais de teca situado nos limites do Município de Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Em que: a1, b1 e c1 = modelo M2; a2, b2 e c2= modelo M4 e a3, b3 e c3 = modelo M6.

3.2. Compatibilidade e crescimento

Na Tabela 22, são apresentados os resultados do teste de compatibilidade para os modelos de crescimento em área basal selecionados (M1 e M2), considerando as seguintes informações: $S = 15,5 \text{ m}$; $G_i = 4,65 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$.

Tabela 22. Teste de compatibilidade para cada equação das diferentes abordagens de modelagem da prognose do crescimento e produção em área basal, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Abordagem	Modelo	24 – 60 meses	48 – 60 meses	Compatível?
ADA	M1	15,622	15,622	Sim
GADA	M2	16,587	16,587	Sim

Para os valores de IMA, obtidos via inventário pré-corte (testemunha), foram observadas idades de intervenção entre os 54 e 68 meses de idade (IMA máximo). Para o índice de sítio $19,5 \text{ m}$, a idade de intervenção foi de 54 meses, enquanto que para os

índices de sítio 17,5 m e 15,5 m, apresentaram momentos de intervenção aos 57 meses e 68 meses de idade, respectivamente (Figura 25).

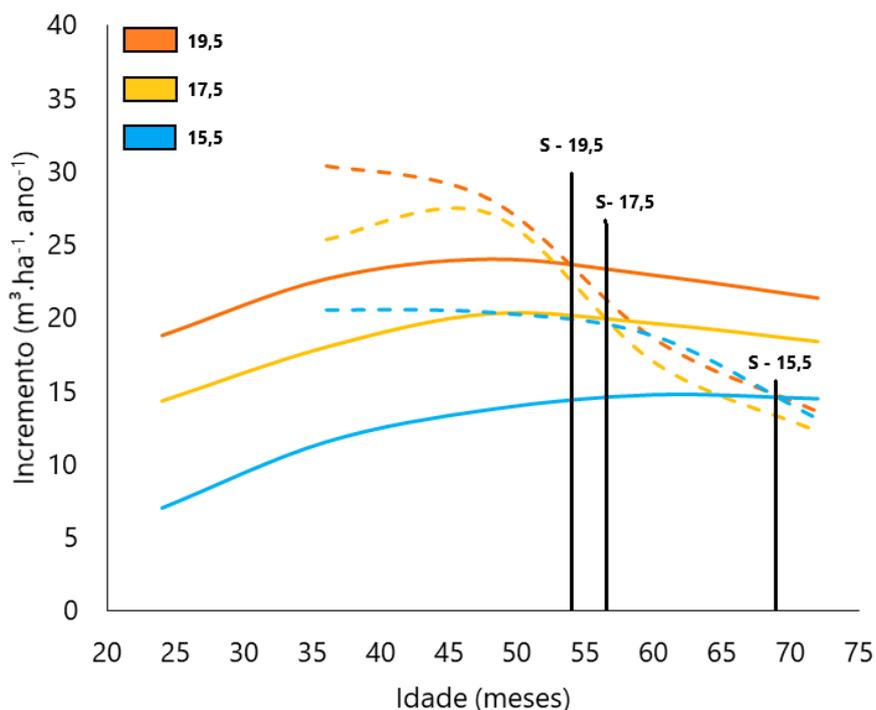


Figura 25. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de sítio com base em dados do inventário pré-corte, para cada classe de sítio de povoamentos clonais de teca, plantados da Amazônia Oriental, Pará-Brasil

A Figura 26 apresenta as estimativas dos incrementos corrente anual (ICA) e médio anual (IMA) de povoamentos clonais de teca, para os índices de sítio 15,5 m, 17,5 m e 19,5 m. Os modelos selecionados M1 (ADA) e M2 (GADA), geraram idades de intervenção similares e consistentes com a teoria do crescimento biológico. O modelo M1 mostra que as alternativas foram: 54 meses para o sítio 19,5 m; 57 meses para o sítio 17,5 m e 66 meses para o sítio 15,5 m. Para o modelo M2: 54 meses para o sítio 19,5 m; 57 meses para o sítio 17,5 m e 66 meses para o sítio 15,5 m.

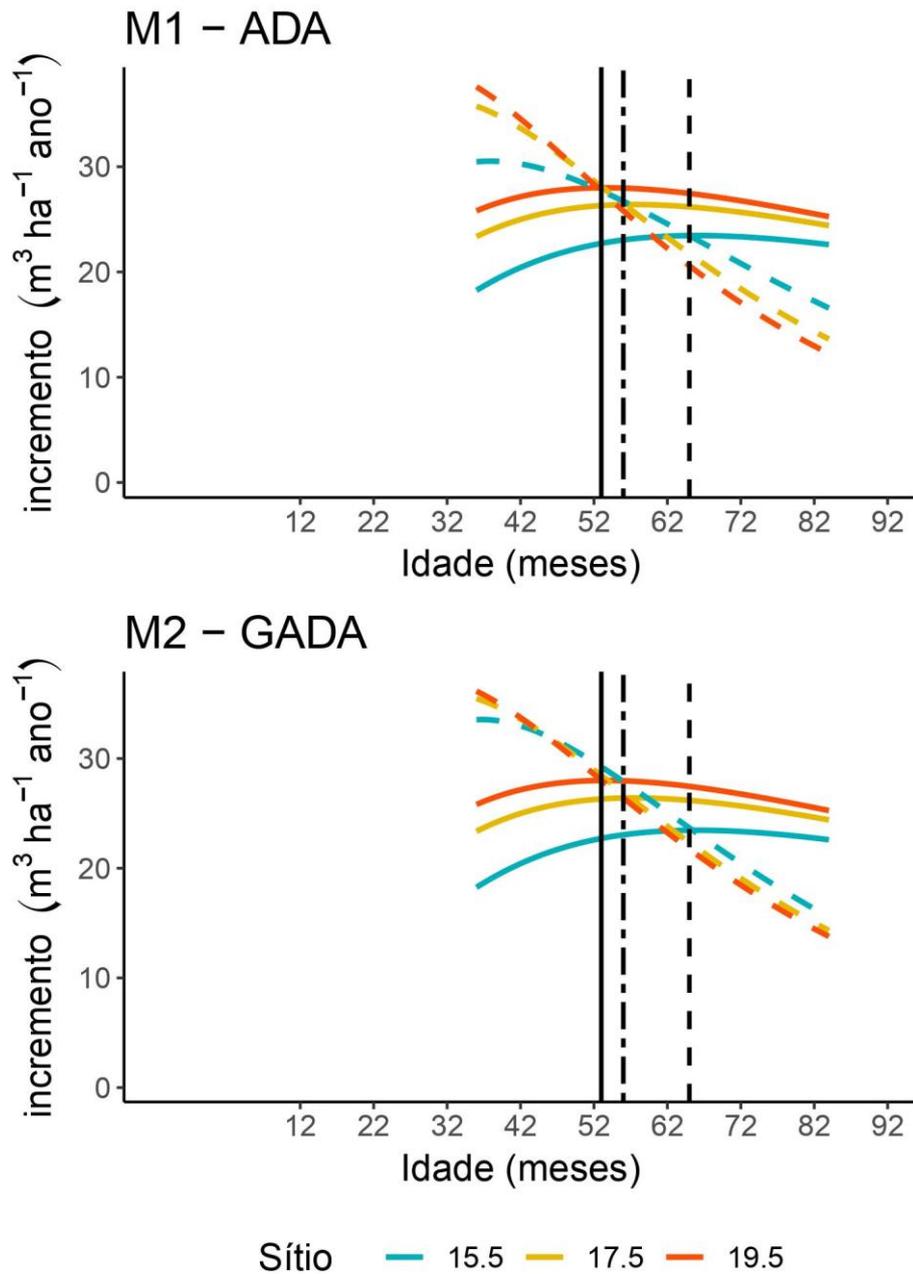


Figura 26. Relação entre IMA (linhas inteiras) e ICA (linhas tracejadas) para cada classe de Sítio, estimados a partir do modelo de Chapman-Richards, cujas estimativas dos modelos M1 e M2 serviram como covariáveis em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental. Linhas verticais: linha sólida = Idade de intervenção para sítio 19,5 m; linha pontilhada = Idade de intervenção para sítio 17,5 m e; linha tracejada = Idade de intervenção para o sítio 15,5 m.

3.3. Validação e comparação dos modelos selecionados

Dados os resultados das estatísticas de ajuste, distribuição gráfica de resíduos e do teste de autocorrelação residual, as equações ajustadas a partir de ADA e GADA, modelos

M1 e M2, respectivamente, foram selecionados para validação. Os resultados do teste de equivalência “Regression-based TOST using bootstrap” ($\epsilon=0,25$ e $\alpha = 0,05$) indicou que os valores estimados e observados não diferem estatisticamente entre si, cuja hipótese de dissimilaridade foi rejeitada para todos os modelos.

Tabela 23. Teste de validação para cada equação selecionada das diferentes abordagens de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Abordagem	Modelo	Parâmetros	Intervalo de confiança	Região de similaridade	Dissimilaridade
ADA	M1	β_0	12,744 ± 12,980	9,583 ± 15,971	Rejeitada
		β_1	0,971 ± 1,036	0,75 ± 1,25	Rejeitada
GADA	M2	β_0	12,743 ± 12,971	9,594 ± 15,990	Rejeitada
		β_1	0,975 ± 1,045	0,75 ± 1,25	Rejeitada

Em que: β_i = coeficientes do modelo de regressão para validação.

Os resultados do teste de acuracidade da diferença agregada indicaram que os modelos selecionados (M1 e M2), para ambas as abordagens de modelagem (ADA e GADA), apresentaram ligeiras tendências em subestimar a área basal (Tabela 24).

Tabela 24. Teste de acuracidade da diferença agregada para cada equação selecionada das diferentes estratégias de modelagem da prognose do crescimento e produção, ajustadas para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Abordagem de modelagem	Modelo	DA%
ADA	M1	1,621
GADA	M2	1,165

Em que: DA% = Diferença Agregada percentual.

Na Tabela 25 estão apresentados os resultados para análise de variância, que indicaram não haver diferença significativa entre os tratamentos (estimativas geradas pelos modelos selecionados e valores reais), havendo diferença significativa apenas para índices de sítio, evidenciando que a produção de madeira difere entre as classes de capacidade produtiva. Os resultados dos testes de Shapiro-Wilk (p-valor = 0,691) e O’Neil-Mathews (p-valor = 0,486), indicaram distribuição normal e homoscedasticidade para os resíduos. O teste de Durbin-Watson indicou ausência de autocorrelação para os resíduos (p-valor = 0,184).

Tabela 25. Resultado da análise de variância para um delineamento de blocos casualizados para estimativas do volume de madeira projetado, em povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

Fonte da variação	SQ	Gl	MQ	F	p-valor
Tratamentos	224,4	3	74,8	0,116	0,95
Sítio	55347	2	27673,49	43,23	<0,001
Resíduos	162563,6	254	640,01		

SQ = Somatório dos quadrados, Gl = Graus de liberdade, MQ = Quadrado médio, F = estatística do teste F.

O teste de Tukey indicou não haver diferença significativa entre as médias para os tratamentos (Tabela 26).

Tabela 26, Resultado do teste Tukey a 95% de probabilidade para as médias das estimativas do volume de madeira projetado, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental,

Tratamentos	Volume	Significância
Clutter	96,1949	a
M1	95,7715	a
M2	96,2995	a
Observado	98,1849	a

Na Figura 27 se encontram as médias para cada tratamento por classe de sítio, evidenciando a não diferença estatística entre as médias.

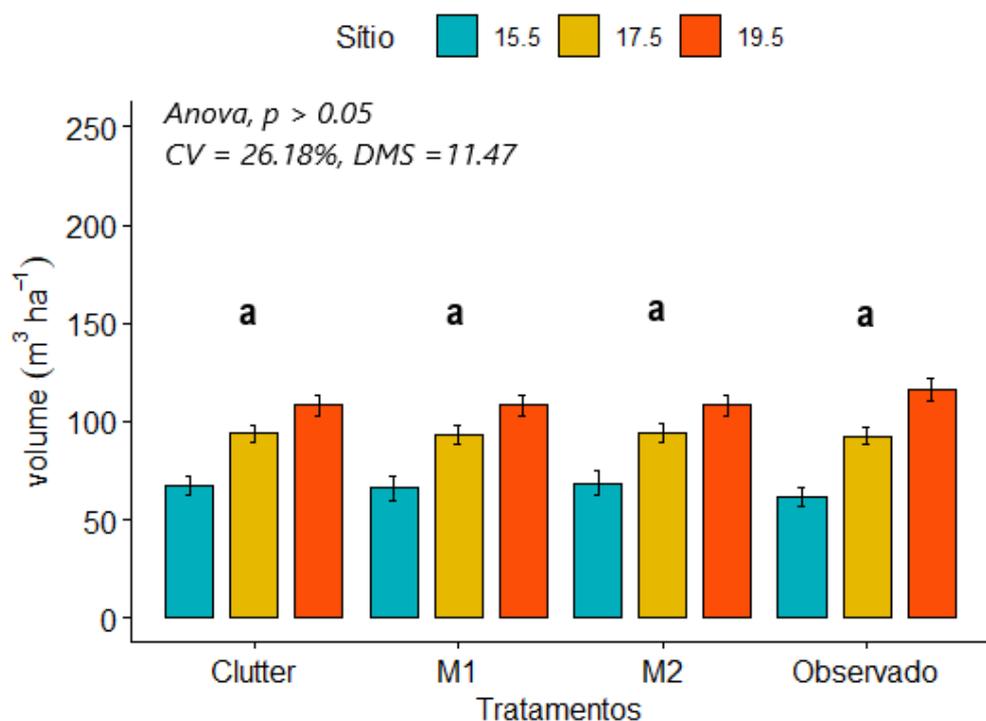


Figura 27. Média do volume de madeira para cada tratamento por classe de Sítio, para povoamentos clonais de teca, plantadas em Capitão Poço, Pará, Amazônia Oriental.

4. Discussão

4.1. Área basal e densidade de indivíduos

Os modelos ajustados para a projeção da área basal foram avaliados e validados utilizando critérios estatísticos. A correlação entre valores estimados e observados foi superior a 0,9, indicando uma forte capacidade preditiva das equações ajustadas. Ao avaliar a qualidade dos ajustes para selecionar o modelo mais adequado para a projeção da área basal, todos os modelos apresentaram alto desempenho. No entanto, todos eles tiveram uma baixa variação nas estatísticas de qualidade de ajuste. Como consequência, o critério de informação de Akaike em conjunto com a análise gráfica dos resíduos, desempenharam um papel importante na seleção de equações. Dessa maneira, os modelos M1 e M2 foram selecionados para prognose da área basal, que se mostraram bastante acurados, conforme o teste da diferença agregada (Tabela 24).

Todos os ajustes promoveram erros inferiores a 6%, que segundo Campos e Leite (2017), é almejado que esses valores não ultrapassem 10%, sendo um valor considerado aceitável pela maioria dos pesquisadores em estudos publicados envolvendo equações dendrométricas para florestas plantadas. Diferente da primeira hipótese, tanto os modelos ajustados a partir de ADA quanto de GADA apresentaram estatísticas de ajuste e precisão muito próximas. De maneira geral, o modelo M1 apresentou resultados de ajuste ligeiramente superiores, o que também foi constatado para uma série de outros estudos, que também verificaram que este modelo para a projeção da área basal resulta em melhores ajustes, como Barrio-Anta et al. (2008), González-García et al. (2015) e Prada et al. (2019). Embora, o modelo também derivado da função de Chapman-Richards (M2) a partir de GADA, tenha gerado estimativas precisas, com curvas de crescimento similares ao do modelo M1, resultando em idades de intervenção próximas, conforme constatado nas Figuras 21 e 24, confirmando a segunda hipótese, de que ambas as abordagens proporcionam ajustes dentro das premissas do crescimento biológico. Portanto, ambos os modelos selecionados podem ser utilizados para a prognose da área basal.

Do mesmo modo que os modelos ajustados no capítulo anterior, o efeito do desbaste foi inserido sobre o crescimento em área basal dos povoamentos de teca. Assim, teoricamente, quando um povoamento florestal é desbastado, suas características de

crescimento se alteram, sendo que vários estudos têm demonstrado que as taxas de crescimento da área basal de povoamentos desbastados excedem aos de povoamentos não desbastados (por exemplo, SETA et al., 2021; ZAPATA-CUARTAS et al., 2021). O desbaste, portanto, é uma forma de modificar o processo de alocação de recursos do sítio florestal, concentrando os fatores de produção (luz, água e nutrientes) em árvores que possuem maior valor agregado. Portanto, visto que o desbaste tem impacto sobre o crescimento, é importante que a influência deste seja incorporada nos modelos de crescimento e produção, e ao incluir o efeito do desbaste pode-se melhorar a compreensão dos efeitos do manejo e ajudar os gestores florestais a tomar decisões mais precisas sobre a intensidade e frequência de intervenções.

Para plantios clonais de teca, o desbaste deve ser intensivo e frequente para manter o desempenho do incremento diamétrico dos clones selecionados, que pode ser extremamente rápido no estágio inicial de crescimento ($> 2,5 \text{ cm ano}^{-1}$) (SETA et al., 2021). Por exemplo, em plantios clonais de teca na Indonésia, 3 anos após o primeiro desbaste, a redução de 50% da densidade do povoamento promoveu diferenças significativas no crescimento em diâmetro em comparação ao desbaste moderado (25%) e controle (0%) (BUDIADI E ISHII, 2017). Dessa maneira, como a teca é uma espécie intolerante ao sombreamento, a intensidade de luz é um dos fatores de produção mais importantes para expressar todo o potencial de crescimento, especialmente o crescimento radial (PANDEY E BROWN, 2000; NYLAND, et al. 2016; BUDIADI E ISHII, 2017).

Dentro desta perspectiva, duas abordagens têm sido comumente usadas para considerar o efeito do desbaste no crescimento da área basal do povoamento: (i) Desenvolvimento de diferentes funções de crescimento de área basal para plantios desbastados e não desbastados ou; (ii) a diluição do desbaste no crescimento em área basal do povoamento. Neste estudo adotamos uma abordagem diferente, sendo inserida uma função modificadora do crescimento em área basal, denominada de Φ (PIENAAR & SHIVER, 1986; CAMPOS & LEITE, 2017). Tal abordagem é similar ao estudo de Zapatas-Cuartas et al (2021), que inseriu o número de árvores por hectare como termo modificador em um modelo de crescimento, garantindo ajustes precisos e de comportamento biologicamente compatível.

A densidade de árvores dos plantios pode ser estimada em qualquer momento, para diferentes classes de sítio e regimes de manejo, pois o efeito do desbaste também foi inserido no modelo de sobrevivência, possibilitando captar os efeitos da competição que

interferem sobre a mortalidade natural povoamento. Nesse sentido, a densidade é necessária para o termo modificador do crescimento em área basal, portanto, indispensável para simular desbastes em qualquer momento, quando essa informação se encontra indisponível, como em plantios que não foram inventariados. Além disso, ao utilizar a altura dominante em detrimento da idade cronológica, o modelo se torna mais compreensível dentro de um contexto biológico, uma vez que há uma melhor associação causal com a mortalidade (JEREZ et al., 2015), especialmente em espécies arbóreas que renovam constantemente seus meristemas (TONDJO et al., 2018), como é o caso da teca.

4.2.Crescimento e Produção

Dentro de um contexto biológico, o crescimento é um processo caracterizado por mudanças na forma e no tamanho do tronco, com a adição contínua de novas camadas de lenho ao longo de todo material lenhoso (CAMPOS; LEITE, 2017). Dessa maneira, diversos fatores, como qualidade de sítio e o grau de ocupação do local, influenciam fortemente o processo de crescimento, no qual, para um mesmo número inicial de árvores e arranjo espacial, maior capacidade produtiva resulta em maior crescimento e competição, promovendo menor idade de corte (BURKHART; TOMÉ, 2012, POMMERENING; MUSZTA, 2016; CAMPOS; LEITE, 2017). Tal padrão foi observado para os modelos M1 e M2, corroborando com a segunda hipótese, de que ambas as abordagens proporcionam idades de intervenção dentro das premissas do crescimento biológico.

Neste estudo, as projeções realizadas a partir dos modelos M1 e M2 resultaram em idades de intervenção próximas, que variaram entre 54 meses e 66 meses de idade, estes valores estão dentro dos intervalos propostos na literatura, cujos os primeiros desbastes costumam ocorrer entre 36 meses e 96 meses (KOLLERT; KLEINE, 2017; CAÑADAS-L et al., 2018). Para plantios com maior densidade de indivíduos, foi observado por Vingulu et al., (2018), a redução da taxa de crescimento entre os 48 e 60 meses, indicando o início da competição por recursos e a necessidade de desbastes.

Os incrementos médios anuais estimados pelos modelos não excederam $28 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$, considerado excelente para teca. Tais valores são similares aos observados por Ugalde (2013) em regiões do Brasil e México, com incrementos que atingiram até $32 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ para plantios clonais. Do mesmo modo que se deu para a idade de

intervenção, os incrementos médios estimados pelos modelos selecionados também foram próximos, se assemelhando a média observada no plantio foco do estudo, que foi de $28,84 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ para o melhor sítio.

Em relação a análise de variância, os resultados indicaram que as médias dos tratamentos não diferem entre si, por outro lado, estes resultaram em idades de intervenção diferentes, de modo que os modelos M1 e M2 estimaram idades para desbaste mais realistas com as condições de crescimento do plantio em questão. Em contrapartida, a análise de variância indicou diferenças estatísticas entre os blocos (classes de sítio). Dessa maneira, é esperado que as idades de intervenção sejam distintas para cada classe de sítio, padrão que não foi observado para o modelo de Clutter, que estimou momentos iguais de intervenção para os sítios 17,5 e 19,5 (53 meses), diferente dos padrões observados para o plantio, cujas idades de intervenção variaram para cada classe de sítio.

Dessa maneira, os modelos gerados a partir das técnicas de derivação dinâmica ADA e GADA, propiciaram idades de intervenção mais realistas com as condições de crescimento da espécie e do plantio em questão, que estão entre 54 e 68 meses (cerca de 4,5 e 5,5 anos). Evidenciando que modelos com propriedades biológicas, proporcionam prognoses do crescimento e da produção florestal com elevado grau de confiabilidade (CAÑADAS-L et al., 2018; TEWARI; SINGH, 2018). Portanto, um primeiro desbaste deve ser feito antes dos períodos supracitados, tendo em visto o intuito de antecipar a competição e suas consequências.

Dentro desta perspectiva, os modelos apresentados neste estudo são de grande importância para os gestores florestais, visto que, permitem a simulação de diferentes cenários produtivos mediante a influência de desbastes, isto é, tais modelos são importantes para balizar o manejador florestal sobre o momento ideal de intervenção, minimizando decisões subjetivas dentro do manejo da teca. Além disso, visam minimizar possíveis impactos danosos de desbastes mal planejados, pois o desbaste aplicado na época e na intensidade adequada pode alterar a tendência de crescimento pós-desbaste, em relação as tendências pré-desbaste, sendo que, intervenções mal executadas podem comprometer a produção futura, reduzindo a produtividade, ocasionando em perdas econômicas (CAMPOS; LEITE, 2017; SETA et al., 2021).

5.CONCLUSÕES

Ambas as abordagens (ADA e GADA) de derivação dinâmica proporcionaram ajustes precisos, cujas estimativas não diferiram entre si. Embora o modelo de Clutter tenha alta precisão, este resultou em inconsistências na idade de intervenção, visto que, diferentes classes de capacidade produtiva resultaram em mesmas idades de intervenção. Para a modelagem da área basal, um modelo de cada abordagem, ADA e GADA, foi selecionado cujas estimativas serviram de covariáveis para o modelo de volume, proporcionando idades de intervenção similares e compatíveis com o crescimento biológico da espécie e para a realidade silvicultural dos povoamentos estudados. Esses modelos podem ser usados em outros locais, desde que estejam dentro da faixa de variabilidade considerada para o ajuste, como a idade, densidades e condições edafoclimáticas, sendo ferramentas úteis para o manejo florestal. Nossos resultados deverão ser corroborados por novas pesquisas, também recomendamos o uso mais expressivo das metodologias ADA e GADA nos estudos de crescimento e produção de povoamentos florestais.

6.REFERÊNCIAS

ALVARES, C. A. et al. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, dez. 2013.

AMARO, A.; REED, D.; TOMÉ, M.; THEMIDO, I. Modeling dominant height growth: *Eucalyptus* plantations in Portugal. **Forest Science**, Bethesda, v. 44, n. 1, p. 37-46, 1998.

BARRIO-ANTA, M. et al. Dynamic growth model for I-214 poplar plantations in the northern and central plateaux in Spain. **Forest Ecology and Management**, v. 255, n. 3–4, p. 1167–1178, 2008.

BUDIADI; WIDIYATNO; ISHII, H. Response of a Clonal teak plantation to thinning and pruning in Java, Indonesia. **Journal of Tropical Forest Science**, v. 29, n. 1, p. 44–53, 2017.

BUCKMAN, R.E. **Growth and yield of red pine in Minnesota** Washington: U.S. Department Agriculture, 1962. 50 p. (Technical Bulletin, 1272).

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. v. 1

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: Perguntas e Respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV, 2017.

- CAÑADAS-L, Á. et al. Growth and yield models for teak planted as living fences in coastal Ecuador. **Forests**, v. 9, n. 2, p. 1–14, 2018.
- CASTEDO-DORADO, F. et al. Modelling stand basal area growth for radiata pine plantations in Northwestern Spain using the GADA. **Annals of Forest Science**, v. 64, n. 6, p. 609–619, 2007.
- CIESZEWSKI, C. J.; BAILEY, R. L. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory Based Derivation of Dynamic Site Equations with Polymorphism and Variable Asymptotes. **Forest Science**, v. 46, n. 1, p. 116–126, 2000.
- CIESZEWSKI, C. J.; STRUB, M. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from exponential and logarithmic functions. **Forest Science**, v. 54, n. 3, p. 303–315, 2008.
- CLUTTER, J.L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n. 4, p. 354-371, 1963.
- ELZHOV, T. et al. **Package “minpack.lm”**, 2016. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/minpack.lm/minpack.lm.pdf>>
- EMBRAPA. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos: 5ª Edição** Brasília, 2018.
- FONTES, L.; TOMÉ, M.; COELHO, M. B.; WRIGHT, H.; LUIS, J. S.; SAVILL, P. Modelling dominant height growth of Douglas-fir (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) in Portugal. **Forestry**, Oxford, v. 76, n. 5, p. 509-523, 2003.
- GADOW, K.; SÁNCHEZ-OROIS, S.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. **Estructura y Crecimiento del Bosque**. v. 2, p. 287, 2007.
- GONZÁLEZ-GARCÍA, M. et al. Dynamic growth and yield model including environmental factors for *Eucalyptus nitens* (Deane & Maiden) Maiden short rotation woody crops in Northwest Spain. **New Forests**, v. 46, n. 3, p. 387–407, 2015.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Basic Econometrics**. 5th edition. New York: The McGraw-Hill Companies, 2008.
- HEIN, S.; DHÔTE, J. F. Effect of species composition, stand density and site index on the basal area increment of oak trees (*Quercus* sp.) in mixed stands with beech (*Fagus sylvatica* L.) in northern France. **Annals of Forest Science**, v. 63, n. 5, p. 457–467, 2006.
- JEREZ, M. et al. Simulador de crecimiento y secuestro de carbono para plantaciones de teca en Venezuela: Una aplicación en SIMILE. **Bosque**, v. 36, n. 3, p. 519–530, 2015.
- KOLLERT, W.; KLEINE, M. **The Global Teak Study. Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources IUFRO World Series**, v.36, p.108.
- KRUMLAND, B.; ENG, H. Site index systems for mahor young-growth forest and woodland species in northern California. **California Forestry**, v. 4, p. 1–220, 2005.

- MIGUEL, E. P. et al. Redes neurais artificiais para a modelagem do volume de madeira e biomassa do cerradão com dados de satélite. **Pesquisa Agropecuaria Brasileira**, v. 50, n. 9, p. 829–839, 2015.
- POMMERENING, A.; MUSZTA, A. Relative plant growth revisited: Towards a mathematical standardisation of separate approaches. **Ecological Modelling**, v. 320, p. 383–392, 2016.
- PRADA, M. et al. Development of a dynamic growth model for sweet chestnut coppice: A case study in Northwest Spain. **Ecological Modelling**, v. 409, n. March, p. 108761, 2019.
- SALEKIN, S. et al. A preliminary growth and yield model for eucalyptus globoidea blakely plantations in New Zealand. **New Zealand Journal of Forestry Science**, v. 50, 2020.
- SETA, G. W. et al. Impact of thinning and pruning on tree growth, stress wave velocity, and pilodyn penetration response of clonal teak (*Tectona grandis*) plantation. **Forest Science and Technology**, v. 17, n. 2, p. 57–66, 2021.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). **Biometrika**, v. 52, n. 3/4, p. 591, dez. 1965.
- SCHUMACHER, F.X. A new growth curve and its application to timber yield studies. **J For.** 37:819–820, 1939
- STANKOVA, T. V.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. Dynamic Structural Stand Density Management Diagrams for even-aged natural stands and plantations. **Forest Ecology and Management**, v. 458, n. October 2019, p. 117733, 2020.
- TEWARI, V. P.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G.; GARCÍA, O. Developing a dynamic growth model for teak plantations in India. **Forest Ecosystems**, v. 1, n. 1, p. 1–10, 2014.
- TEWARI, V. P.; SINGH, B. A first-approximation simple dynamic growth model for forest teak plantations in Gujarat state of India. **Southern Forests**, v. 80, n. 1, p. 59–65, 2018.
- TONDJO, K. et al. Stochastic modelling of tree architecture and biomass allocation: Application to teak (*Tectona grandis* L. f.), a tree species with polycyclic growth and leaf neoformation. **Annals of Botany**, v. 121, n. 7, p. 1397–1410, 2018.
- YASODHA, R. et al. Draft genome of a high value tropical timber tree, Teak (*Tectona grandis* L. f): insights into SSR diversity, phylogeny and conservation. **DNA Research**, v. 25, n. 4, p. 409–419, 2018.
- ZAPATA-CUARTAS, M. et al. A dynamic stand growth model system for loblolly pine responding to mid-rotation treatments. **Forests**, v. 12, n. 5, 2021.

