



Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Pol. Públicas - FACE

Departamento de Administração - ADM

# O IMPACTO DA TRIBUTAÇÃO DE RENDA FIXA NA DEFINIÇÃO DA CARTEIRA ÓTIMA DA DÍVIDA PÚBLICA

RÓGER ARAÚJO CASTRO

Brasília

2019



O IMPACTO DA TRIBUTAÇÃO DE RENDA FIXA NA DEFINIÇÃO DA  
CARTEIRA ÓTIMA DA DÍVIDA PÚBLICA

Dissertação apresentada ao Departamento de  
Administração - ADM como requisito parcial à  
obtenção do título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Herbert Kimura.



## DEDICATÓRIA

Aos pais pelo incentivo. À parceira pela paciência. Aos filhos pelo tempo.



## AGRADECIMENTOS

A idéia do mestrado é antiga. Foi gestada por 10 anos. Um desafio solitário. O objetivo? Desafiarme. Deste início solitário inúmeras pessoas contribuíram: Álvaro, Anália, Keite, Alana, Glênia, Laura, Raylla, César, Cristiane, Cássio, Lis... Duas precisam estar em destaque: Professor Doutor Herbert Kimura e Cristiano sem os quais não chegaria ao fim.

RÓGER ARAÚJO CASTRO



## EPÍGRAFE

*“In this world nothing can be said to be certain, except death and taxes”*

Benjamin Franklin

Letter to Jean Baptiste Le Roy, 13 Nov. 1789



## RESUMO

A escolha de instrumentos de gestão da dívida pública afetam o fluxo de caixa futuro do Estado ao impactar o custo e a incerteza sobre ele com efeitos sobre o bem estar da sociedade. Esta decisão deve ser tomada com o maior conjunto de informações possível para buscar soluções eficientes. A introdução do imposto de renda sobre os ganhos de renda fixa dos investidores como receita do Estado derivando o custo líquido da dívida tem impactos sobre quais as carteiras geram menor custo esperado. O método proposto busca selecionar as carteiras eficientes segundo o critério média-variância. Para isto cenários prospectivos para as variáveis de risco são modelados para o prazo de 10 anos para 2000 simulações. Sob restrições de demanda de mercado foram criadas carteiras prováveis de envidamento compostas por títulos prefixados, indexados à inflação, indexados à taxa de câmbio e indexados à taxa *SELIC* com proporções entre 0% e 50% para este e entre 0% e 30% para os demais títulos. No primeiro modelo, assim como utilizado atualmente pelo gestor de dívida brasileiro, cada carteira é avaliada segundo o custo de carregamento sem os efeitos do imposto de renda. No segundo modelo os ganhos derivados da marcação a mercado dos títulos da carteira são tributados a cada 6 meses com a alíquota de 15% reduzindo o custo líquido. No terceiro modelo a tributação segue a regra aplicada aos fundos de renda fixa negociados em bolsa de valores (*ETF*) com alíquota dependente do prazo médio da carteira e com cobrança mensal sobre uma parcela do lucro acumulado impactando o custo líquido. Os resultados indicam que sob a presença do imposto de renda há incremento de títulos indexados à taxa de câmbio e à taxa *SELIC* e redução dos títulos prefixados. Esta migração se destaca no setor de carteiras eficientes de menor custo esperado e maior risco. Entre os modelos de tributação destaca-se a maior participação de indexados à taxa *SELIC*, com redução do prazo médio das carteiras, na fronteira eficiente levando à maior alíquota tributária e menor custo esperado. Esse achado sugere que este modelo tributário gera carteiras mais aderentes ao perfil da dívida pública brasileira iluminando o debate sobre tributação eficiente. Adicionalmente as medidas de risco calculadas sob presença da tributação indicam riscos menores que aqueles calculados atualmente. Conclui-se com este trabalho que a introdução do imposto de renda sobre os ganhos de renda fixa enriquecem a análise de seleção de carteiras de endividamento em relação a seu custo e risco.

**Palavras-chaves:** dívida pública, carteira eficiente, tributação, risco, *benchmark*



## ABSTRACT

Public debt portfolio is a key variable on the future government cashflow and over costs and risks with impacts on public welfare. In order to chase the best-informed decision this work search for the impacts of the taxation over fixed income as cost to the investor and a revenue to the government. Net cost of debt is achieved aggregating gross cost of debt and the revenue derived from the outstanding fixed income bonds. The applied method searches optimal frontier under mean-variance criteria. 2000 prospective scenarios are built for the risk variables for 10 years with simulation engine. Portfolios are created using demand restrictions faced by the debt manager with nominal bonds, indexed to inflation, indexed to foreign exchange rate and indexed to *SELIC*. Except for the latter that can achieve a share of up to 50% every bond is limited to a share of 30%. As currently in use by Brazilian Public Debt Manager, the first model calculates gross debt cost by the cost of carrying for each portfolio. The second model obtain net cost with the introduction of the revenue from 15% tax rate on the mark-to-market profit every 6 months. The third model follow the exchange traded funds (*ETF*) tax code under which the tax rate depends on the fund average maturity and assumes a tax base of 25% of the profit every month. Findings are that under taxation the share of nominal bonds is reduced and foreign exchange rate linked bonds and *SELIC* linked bonds grow, specially at the lowest cost region of portfolios. Under the *ETF* tax code the share of *SELIC* linked bonds grows bigger than the fixed tax rate regime as a consequence of a bigger tax rate achieved by these portfolios. The third model seems to describe more efficiently the trade-offs faced by the debt manager with the domestic investors preference and help the debate on the subject. Risk measures under taxation are smaller than those from the gross cost. This approach of net cost of funding enhance the evaluation of portfolio selection and the risk analysis.

**Keywords:** public debt, optimal portolio, taxation, benchmark



## SUMÁRIO EXECUTIVO

A escolha de como financiar os gastos do governo é uma decisão estratégica com impactos sobre o fluxo de caixa nos próximos períodos e pode gerar resultados mais ou menos satisfatórios à sociedade. Essa escolha, tomada pelos gestores de dívida, precisa ser avaliada à luz das informações disponíveis para que decisões sobre quais características dos instrumentos, como prazo e fluxo de pagamentos nominais ou indexados, devem ser buscadas para que resultem em menores custos e riscos para os pagadores de impostos.

A história econômica brasileira recente mostrou que a carteira de dívida pode gerar custos excessivos sob cenários adversos. Nas crises da década de 1990 e 2000 a elevada participação de títulos indexados à taxa de juros de curto prazo e indexados à taxa de câmbio resultaram em elevações abruptas do custo do endividamento. Esta experiência mostrou a necessidade de atitudes em busca de carteiras de menor risco. Simultaneamente à busca pelo alongamento do prazo médio e aumento da participação de títulos prefixados os gestores de dívida passam a desenvolver modelos que indicassem quais os riscos e custos estimados para cada possível composição analisada.

Nos anos seguintes, aproveitando-se de ambiente fiscal positivo o Tesouro Nacional passou a emitir títulos indexados à inflação com prazos acima de 10 anos e prefixados entre 5 anos e 10 anos. Ao mesmo tempo reduziu a oferta de títulos indexados à taxa de juros de curto prazo e restringiu as captações em moedas estrangeiras ao mercado internacional.

A presença de dívida pública é uma realidade observável. O desenvolvimento do tema na academia inicia-se com questões como a importância do crédito para o governo, quando a dívida é criada e as reações do orçamento e da economia a ela. Governos tributam os agentes da sociedade, sejam os indivíduos ou as empresas, para arrecadar recursos e, com estes, prover serviços públicos. Em uma sociedade sem crédito, a cada período, todas as despesas precisam ser de valor igual ao da receita. Nessa situação, as alíquotas dos impostos e o volume de despesas são escolhas simultâneas, de forma que a decisão por maiores despesas leva à necessidade de maior arrecadação. Com a presença de crédito, essa situação é alterada, pois permite que o nível de despesas do momento corrente possa ser coberto com arrecadação tributária do mesmo momento ou através de contração de dívida pública a ser paga no futuro. O tema vem sendo discutido nas últimas décadas, buscando elucidar (i) a validade da existência da dívida pública em substituição à tributação imediata para cada despesa, seja planejada ou extraordinária, (ii) a sustentabilidade de dívidas e seus impactos sobre a economia sob as condições de custo do endividamento, expectativa de superavit futuros e crescimento econômico, (iii) riscos do excesso de endividamento e (iv) como os países lidaram com o excesso de dívida e como gerir a dívida.

Para avaliar essas questões, trabalhos acadêmicos sobre dívida soberana têm como foco (i) nível de endividamento e sustentabilidade de dívida Fournier e Fall (2017); Ghosh, Kim, Mendoza, Ostry, e Qureshi (2013), (ii) saída para sobre-endividamento Reinhart (2012); Reinhart,

Reinhart, e Rogoff (2012); Reinhart e Sbrancia (2015), (iii) relacionamento de nível de dívida e crescimento Herndon, Ash, e Pollin (2013); Reinhart et al. (2012), (iv) política fiscal e tributação frente à dívida Angeletos (2002); Camous e Gimber (2018); Nosbusch (2008), (v) instrumentos para gestão eficiente da dívida Bouakez, Oikonomou, e Priftis (2018); Faraglia, Marcet, Oikonomou, e Scott (2018); Faraglia, Marcet, e Scott (2010); Oikonomou, Marcet, e Faraglia (2016), entre outros.

Seguindo os estudos sobre dívida, neste trabalho busca-se avaliar os instrumentos para gestão eficiente da dívida pública introduzindo regras da política tributária.

As construções analíticas de escolha de instrumentos de endividamento são desenvolvidas sobre a literatura acadêmica e técnica. Artigos sobre escolha de instrumentos de endividamento ganham destaque com a discussão apresentada por R. Barro (1979), enfatizando que estas escolhas podem aumentar o bem-estar através da suavização das alterações das alíquotas tributárias. Na linha de modelos macroeconômicos, seguem Angeletos (2002); Bouakez et al. (2018); Faraglia et al. (2018); Missale (1997); Nosbusch (2008); Oikonomou et al. (2016). Esses trabalhos se dividem naqueles que buscam a minimização da volatilidade tributária e nos que introduzem a minimização de custo como foco da gestão da dívida. Ainda que iluminem o tema com aspectos relevantes, as simplificações presentes nos modelos agem para que suas conclusões tenham recomendações práticas limitadas para os gestores de dívida.

Derivados de modelos macroeconômicos os instrumentos de dívida ótimos segundo Missale (1997) e R. Barro (2003), são aqueles que geram melhor resultado de estabilização orçamentária são os títulos contingentes às variáveis macroeconômicas como, por exemplo, (i) o déficit fiscal, (ii) as despesas governamentais, (iii) a arrecadação fiscal, (iv) a base tributária ou (v) o produto interno. Dessa forma, o título ideal teria um fluxo relacionado à variável que se deseja fazer proteção. A inexistência destes títulos com fluxo de pagamentos contingentes levou os autores a avaliarem as características dos títulos nominais e indexados sob choques das variáveis citadas e concluem que há correlações entre o preço dos títulos e os choques que podem ser exploradas para proteger o orçamento público.

Os resultados de forma geral indicam que (i) os títulos de longo prazo reduzem incerteza, enquanto (ii) os títulos de curto prazo reduzem o custo esperado, (iii) os títulos indexados reduzem risco orçamentário ao mesmo tempo em que eliminam o benefício da redução da dívida pelo aumento não esperado da inflação e (iv) os títulos nominais elevam o custo, mas permitem explorar a inflação.

Bergstroöm e Holmlund (2000); D. J. Bolder (2003); Silva e Medeiros (2009) apresentam caminho alternativo àqueles dos modelos macroeconômicos para avaliar os *trade-offs* das escolhas do gestor de dívida. Segundo esta abordagem adaptada da avaliação de formação de carteira de ativos, o objetivo é selecionar, dentre as possíveis combinações, aquelas que minimizam custo e volatilidade. Busca-se, desta forma, a fronteira eficiente composta pelas melhores combinações de custo e risco como proposto por Markowitz (1952). Essa abordagem de avaliações de custos e riscos das carteiras já foi descrita e implementada por vários gestores de dívida como Balibek e Alper Memis (2012); D. Bolder (2008); IGPC (2007); Risksgälden Swedish National Debt Office (2006) e será seguida neste trabalho. Nela, as variáveis de interesse são modeladas e projetadas com modelos estocásticos para projetar os custos e riscos de cada possível estratégia, de forma a buscar as escolhas com melhores respostas.

A aplicação de ferramental quantitativo permite (i) estimar a dinâmica do valor da dívida, (ii) avaliar a sustentabilidade da dívida, (iii) identificar a estrutura ótima de longo prazo, (iv) construir indicadores de riscos e (v) realizar análises de *trade-off* Bergstroöm e Holmlund (2000); D. J. Bolder (2003); Silva e Medeiros (2009).

A escolha das carteiras ótimas geradas com as ferramentas de projeção de cenários permite a conexão entre a política fiscal, pela tributação sobre os retornos de renda fixa auferidos pelos detentores da dívida pública, e a seleção de carteira. Esta conexão é mais direta do que as

apresentadas sob a ótica de sustentabilidade da dívida como apresentado por Ghosh et al. (2013), Fournier e Fall (2017) ou da estabilização das alíquotas dos impostos sobre renda e consumo como em Nosbusch (2008) pois tais análises se mantêm no nível macroeconômico, avaliando tributação na forma de impostos que representem toda a carga tributária ou o resultado fiscal. Estes carecem em estabelecer relacionamento direto entre as receitas dos agentes derivadas dos ganhos com renda fixa e a arrecadação do governo sobre esses ganhos.

Apesar dos múltiplos caminhos de análise da relação dívida pública-tributação, ela será avaliada neste trabalho apenas como variável relevante na decisão sobre a escolha de como gerir a dívida pública, especialmente nas escolhas de quais os prazos e quais os instrumentos utilizar para captação de recursos que gerem menor custo e risco.

A busca da resposta se a seleção de carteiras ótimas é influenciada pela análise com impostos de renda é executada com duas regras tributárias em vigor (i) a regra geral segundo a 'Lei nº 11.033 BRASIL (2004a) e (ii) o arcabouço exclusivo para fundos de renda fixa negociados em bolsa de valores BRASIL (2014). No primeiro todo o rendimento é tributado por alíquota única (15%) e com recolhimento semestral o segundo tem alíquotas definidas pelo risto de taxa de juros assumido pelo fundo com alíquotas entre (15% e 25%). Os resultados encontrados são comparados com aqueles sem impostos, como calculado atualmente.

Além da observação se as carteiras selecionadas são diferentes a avaliação dos modelos de impostos busca entender se um deles apresentariam melhores resultados ao gestor de dívida. O uso da mesma estrutura a termo de taxas de juros para avaliações com impostos e sem impostos se baseia nas conclusões de GREEN e ØDEGAARD (1997), Elton e Green (1998), ANG, BHANSALI, e XING (2010) que avaliando exclusivamente o mercado de títulos públicos dos EUA, indicam que as alíquotas de imposto de renda sobre o investidor pessoa física teria impacto irrelevante sobre a curva de juros. Ou seja, conclui-se que a estrutura a termo de taxa de juros tende a representar valores compatíveis com precificação isenta de imposto de renda, de forma que o custo para o emissor é invariável em relação a estrutura tributária.

Pelo lado da demanda, há indícios de que o investidor é sensível ao retorno líquido do imposto J. Poterba (1986), Feenberg e Poterba (1991). Desta forma o gestor de dívida poderia explorar modelos de tributação que gerassem incentivos às carteiras eficientes.

Busca-se com estes elementos que apresentam os instrumentos de endividamento, as *ETTJ's* invariáveis sob tributação e os modelos de seleção de carteira por minimização de custo e risco como proposto por Markowitz (1952) as melhores combinações de títulos sob a ótica do custo líquido do imposto de renda.

A carteira é avaliado por custo de carregamento do estoque, seguindo recomendações do *FMI*. Sob essa característica os títulos de longo prazo tem menor risco pois são carregados pela mesma taxa de juros durante toda a vida do título e a razão de troca de títulos derivado da rolagem é baixa. Os títulos de curto prazo têm maior velocidade de substituição e por isto maior incerteza quanto ao custo. Os impactos dos indexadores, a cada passo de avaliação, também introduzem incerteza sobre o custo e desta forma são mais arriscados que títulos de prazo semelhante prefixados.

O procedimento de análise é executado gerando 2.000 cenários para curvas de juros prefixados, indexados a inflação, indexados à taxa de câmbio, taxa de inflação doméstica e externa e taxa de câmbio. Cada cenário tem prazo de 10 anos com passos mensais.

A busca das carteiras ótimas foi feita dentre do conjunto de 20.507 carteiras compostas com combinações de 4 títulos prefixados (P1, P2, P3, P4), 2 indexados à inflação (I1, I2), 2 indexados à taxa de câmbio (C1, C2) e 1 indexado à taxa *SELIC*(LFT). Para esse título indexado a taxa de curto prazo foi permitido assumir participação de 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%. Para todos os demais como foram representados por no mínimo 2 instrumentos associados a cada *ETTJ* o limite foi de 30%.

Cada carteira é avaliada a cada passo mensal pelos 10 anos e para cada cenário. Destes

resultados calcula-se os custos e riscos esperados para cada combinação testada sem o efeito do imposto, assim como executado atualmente pelo Tesouro Nacional. As mesmas carteiras são avaliadas novamente seguindo a regra tributária em vigor na qual as alíquotas são fixas para todos os instrumentos. Repete-se o procedimento com a legislação aplicada aos fundos *ETF*.

O número de carteiras avaliadas foi restrito para buscar resultados significativos com tempo de resposta de cálculo adequadas. Sob o procedimento descrito cada avaliação calculada com utilização computacional máxima e segmentação em diversos computadores conseguiu-se que cada resultado fosse obtido em 36 horas.

Este trabalho buscou avaliar se as carteiras ótimas selecionadas pelo critério de menor custo para cada intervalo de risco seriam iguais sob avaliação do custo líquido proposto e custo bruto como executado atualmente. Os achados indicam que há alterações nas carteiras com a proposição descrita especialmente no segmento da fronteira de menor custo esperado.

Sob o modelo de imposto fixo há redução de títulos prefixados de longo prazo com aumento de indexados à taxa de câmbio. A participação de indexados à inflação tende a se manter constante sob os cenários avaliados.

Sob o modelo de tributação de *ETF* a redução de prefixados encontrada no segmento de menor custo é compensada por maior participação de títulos indexados à taxa de câmbio e a taxa *SELIC*. As carteiras com *LFT* são especialmente interessantes pois têm prazo médio inferior a 2 anos e alíquota maior que as demais selecionadas. Este resultado indica uma fronteira na qual na parte de menor risco os títulos prefixados e indexados à inflação dominam enquanto que sob redução de custo esperado e aumento de risco indicam carteiras de menor prazo e participação crescente de *LFT*.

A presença muito pequena de *LFT* na fronteira segundo a avaliação de custo bruto e pelo custo líquido com alíquota fixa é um resultado distante da composição da dívida pública em mercado. O modelo ao descrever o aumento desse título sob condições de menor custo e como escolha por assumir maior risco indica os *trade-offs* enfrentados pelo gestor de dívida.

Sob a hipótese de que os preços dos títulos públicos representam alíquota de imposto 0% e as preferências dos investidores por indexação à taxa de juros de curto prazo, estas conclusões indicam que há espaço para a regulação tributária influenciar a busca por carteiras mais eficientes de gestão de dívida pública.

Adicionalmente os resultados encontrados indicam que os riscos avaliados pelo custo bruto são superestimados. Sob a presença de caixa disponível para suavizar os custos extraordinários, como é a realidade brasileira, esta alteração no risco pode alterar a decisão do gestor da dívida pública.

Este modelo pode ser evoluído para melhor avaliar as conclusões sobre dívida pública sob diversas óticas. Ao introduzir dinâmicas direcionais, alterando o pressuposto de mercado em equilíbrio e com característica de convergência à média das variáveis, pode-se avaliar a consistência das carteiras em casos de aumento permanente de inflação ou aumento da percepção de risco da dívida soberana.

Análises de sustentabilidade de dívida e dinâmica de resultados fiscais sob ciclos econômicos, que usam resultado primário como variável, podem se beneficiar ao utilizar a arrecadação sobre o retorno financeiro da dívida pública. Para isto entretanto é preciso ampliar a eficiência computacional do algoritmo para obter resultados com maior refinamento e em menor prazo.

## LISTA DE FIGURAS

6.1	Impactos do imposto sobre o desvio-padrão . . . . .	42
6.2	Carteiras com menor custo sem impostos . . . . .	43
6.3	Carteiras com menor custo com imposto fixo . . . . .	44
6.4	Carteiras com menor custo com imposto de ETF . . . . .	45
6.5	Composição das carteiras com menor custo isento . . . . .	45
6.6	Composição das carteiras com menor custo com imposto fixo . . . . .	46
6.7	Composição das carteiras com menor custo com imposto de ETF . . . . .	46
6.8	Trocas nas carteiras ótimas com imposto fixo . . . . .	47
6.9	Trocas nas carteiras ótimas com imposto ETF . . . . .	48
6.10	Carteiras selecionadas e otimizadas sem imposto . . . . .	50
6.11	Carteiras selecionadas e otimizadas imposto fixo . . . . .	51
6.12	Carteiras selecionadas e otimizadas ETF . . . . .	52



## LISTA DE TABELAS

6.1	Carteiras isentas . . . . .	48
6.2	Carteiras imposto fixo . . . . .	48
6.3	Carteiras imposto ETF . . . . .	49
6.4	Prazo médio das carteiras da fronteira . . . . .	49
7.1	Participação dos títulos nas carteiras isentas . . . . .	65
7.2	Participação dos títulos nas carteiras com imposto fixo . . . . .	68
7.3	Participação dos títulos nas carteiras com imposto ETF . . . . .	71







# SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	v
EPÍGRAFE	vii
RESUMO	ix
ABSTRACT	xi
LISTA DE FIGURAS	xvii
LISTA DE TABELAS	xix
SUMÁRIO	xxiii
1 INTRODUÇÃO	I
2 DISCUSSÃO TEÓRICA	3
2.1 Política fiscal e dívida pública . . . . .	3
2.2 Relevância da gestão da dívida pública . . . . .	7
2.3 Instrumentos de gestão de dívida pública . . . . .	7
2.4 Experiência de outros países na gestão da dívida pública . . . . .	11
2.4.1 Portugal . . . . .	11
2.4.2 Suécia . . . . .	12
2.4.3 Dinamarca . . . . .	13
2.4.4 Canadá . . . . .	13
2.4.5 Turquia . . . . .	14
3 DÍVIDA PÚBLICA BRASILEIRA	17
3.1 Contexto histórico . . . . .	17
3.2 Investidores em títulos da dívida pública . . . . .	18
4 MODELAGEM DE CARTEIRAS EFICIENTES DE DÍVIDA PÚBLICA	21
4.1 Modelos de <i>benchmark</i> . . . . .	21
4.2 <i>Benchmarks</i> de gestão de dívida pública no Brasil . . . . .	23
5 ASPECTOS DE TRIBUTAÇÃO	25
5.1 Elementos gerais . . . . .	25
5.2 Impostos como fator de decisão de alocação . . . . .	26
5.3 Estrutura fiscal brasileira . . . . .	28
6 CARTEIRA ÓTIMA DE DÍVIDA PÚBLICA SOB EFEITOS DA TRIBUTAÇÃO DE RENDA FIXA	31

6.1	Método . . . . .	31
6.2	Procedimentos de análise . . . . .	38
6.3	Discussão de resultados . . . . .	40
7	CONCLUSÃO	55
	REFERÊNCIAS	57
	ANEXOS	65

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A escolha de como financiar os gastos do governo é uma decisão estratégica com impactos sobre o fluxo de caixa nos próximos períodos e pode gerar resultados mais ou menos satisfatórios à sociedade. Essa escolha, tomada pelos gestores de dívida, precisa ser avaliada à luz das informações disponíveis para que decisões sobre quais características dos instrumentos, como prazo e fluxo de pagamentos nominais ou indexados, devem ser buscadas para que resultem em menores custos e riscos para os pagadores de impostos.

A literatura sobre escolha de instrumentos de endividamento ganha destaque com a discussão apresentada por R. Barro (1979), enfatizando que estas escolhas podem aumentar o bem-estar através da suavização das alterações das alíquotas tributárias. Na linha de modelos macroeconômicos, seguem Angeletos (2002); Bouakez et al. (2018); Faraglia et al. (2018); Missale (1997); Nosbusch (2008); Oikonomou et al. (2016). Esses trabalhos se dividem naqueles que buscam a minimização da volatilidade tributária e nos que introduzem a minimização de custo como foco da gestão da dívida. Ainda que iluminem o tema com aspectos relevantes, as simplificações presentes nos modelos agem para que suas conclusões tenham recomendações práticas limitadas para os gestores de dívida.

Bergstroöm e Holmlund (2000); D. J. Bolder (2003); Silva e Medeiros (2009) apresentam caminho alternativo àqueles dos modelos macroeconômicos para avaliar os *trade-offs* das escolhas do gestor de dívida. Segundo esta abordagem adaptada da avaliação de formação de carteira de ativos, o objetivo é selecionar, dentre as possíveis combinações, aquelas que minimizam custo e volatilidade. Busca-se, desta forma, a fronteira eficiente composta pelas melhores combinações de custo e risco como proposto por Markowitz (1952). Essa abordagem de avaliações de custos e riscos das carteiras já foi descrita e implementada por vários gestores de dívida como Balibek e Alper Memis (2012); D. Bolder (2008); IGPC (2007); Risksgälden Swedish National Debt Office (2006) e será seguida neste trabalho. Nela, as variáveis de interesse são modeladas e projetadas com modelos estocásticos para projetar os custos e riscos de cada possível estratégia, de forma a buscar as escolhas com melhores respostas.

Pretende-se, neste trabalho, aperfeiçoar a modelagem buscando maior aderência do arcabouço teórico com as reais situações enfrentadas pelo gestor através da introdução da tributação sobre os retornos de renda fixa. Busca-se, desta forma, mais do que indicar quais são as carteiras ótimas, comparar os resultados de custo e risco entre as carteiras avaliadas quando não sujeitos ao imposto de renda e quando for tributado por alíquota constante através das regras da Lei n. 11.033 (BRASIL, 2004a) ou com alíquotas definidas pelo tipo de título e prazo de vencimento definido pela Lei n. 13.043 (BRASIL, 2014).

A diferença encontrada nas carteiras mais eficientes é resultado dos impactos não lineares na relação custo-risco. Os principais canais através dos quais as carteiras de menor custo para cada nível de risco tendem a ser diferentes com o imposto de renda quando comparado à simulação sem esta variável acontecem sob efeitos (i) do impacto da arrecadação de impostos que é função da variação a valor presente do fluxo, ou seja, o preço do título a valor de mercado, (ii) do momento e das alíquotas da tributação segundo a regra tributária e (iii) da alteração da volatilidade dos retornos líquidos.

As carteiras selecionadas sob a tributação quando comparadas às selecionadas sem tributação tendem a ter participação em títulos prefixados reduzida com conseqüente aumento nas participações dos indexados. Sob o imposto fixo a redução de títulos prefixados de longo prazo é compensada por títulos indexados ao câmbio. Quando a tributação é na forma de fundos negociados em bolsa (*ETF*) há substituição de prefixados por títulos indexados à taxa de juros de curto prazo levando à maior tributação pela redução do prazo médio das carteiras de maior risco.

Os indicadores de risco sob este modelo mostram que o risco financeiro é inferior ao anteriormente estimado e permite que o gestor, especialmente com a disponibilidade caixa, altere a decisão entre as carteiras ótimas em direção a carteiras de menor custo esperado aceitando risco mais alto.

A dissertação está dividida (i) introdução; (ii) em discussão teórica apresentando questões sobre política fiscal e sua relação com a dívida pública, a relevância da gestão da dívida pública, as virtudes dos instrumentos disponíveis para endividamento e experiência internacional de gestão de endividamento público; (iii) apresentação do contexto histórico da gestão de dívida brasileira com os desafios enfrentados nas últimas décadas e o perfil dos detentores da dívida; (iv) discussão sobre modelos de *benchmark* e as aplicações ao caso brasileiro; (v) aspectos de tributação relevantes ao estudo como porque tributar investimentos, como isto afeta as decisões dos investidores e a estrutura fiscal brasileira; (vi) definição do método de seleção de carteira ótima de dívida e discussão de resultados; e (vii) conclusão.

## CAPÍTULO 2

### DISCUSSÃO TEÓRICA

#### 2.1 POLÍTICA FISCAL E DÍVIDA PÚBLICA

---

Para discutir a gestão da dívida pública, é importante apresentar questões como a importância do crédito para o governo, quando a dívida é criada e as reações do orçamento e da economia a ela. Governos tributam os agentes da sociedade, sejam os indivíduos ou as empresas, para arrecadar recursos e, com estes, prover serviços públicos. Em uma sociedade sem crédito, a cada período, todas as despesas precisam ser de valor igual ao da receita. Nessa situação, as alíquotas dos impostos e o volume de despesas são escolhas simultâneas, de forma que a decisão por maiores despesas leva à necessidade de maior arrecadação. Com a presença de crédito, essa situação é alterada, pois permite que o nível de despesas do momento corrente possa ser coberto com arrecadação tributária do mesmo momento ou através de contração de dívida pública a ser paga no futuro. O tema vem sendo discutido nas últimas décadas, buscando elucidar (i) a validade da existência da dívida pública em substituição à tributação imediata para cada despesa, seja planejada ou extraordinária, (ii) a sustentabilidade de dívidas e seus impactos sobre a economia sob as condições de custo do endividamento, expectativa de superavit futuros e crescimento econômico, (iii) riscos do excesso de endividamento e (iv) como os países lidaram com o excesso de dívida e como gerir a dívida.

Para avaliar essas questões, trabalhos acadêmicos sobre dívida soberana têm como foco (i) nível de endividamento e sustentabilidade de dívida (Fournier & Fall, 2017; Ghosh et al., 2013), (ii) saída para sobre-endividamento (Reinhart, 2012; Reinhart et al., 2012; Reinhart & Sbrancia, 2015), (iii) relacionamento de nível de dívida e crescimento (Herndon et al., 2013; Reinhart et al., 2012), (iv) política fiscal e tributação frente à dívida (Angeletos, 2002; Camous & Gimber, 2018; Nosbusch, 2008), (v) instrumentos para gestão eficiente da dívida (Bouakez et al., 2018; Faraglia et al., 2018, 2010; Oikonomou et al., 2016), entre outros.

Em uma das contribuições iniciais que buscam elucidar este tema R. Barro (1979), ao avaliar como financiar despesas extraordinárias, afirma-se que o governo tem a flexibilidade de escolha de quando pagá-las, no momento da despesa ou no futuro. Para esta análise, o conceito de equivalência Ricardiana é invocado, no qual, com expectativas racionais, a escolha do governo de tributar mais no presente ou tomar crédito para pagamento no futuro gera resultados iguais. Isto porque os agentes privados reagem igualmente ao aumento de despesa, seja com aumento de impostos imediatamente ou com criação de dívida, pois conseguem antever que a variação na despesa gerará aumentos de impostos contemporâneos ou no futuro. Para isso, é necessário

condições de mercado perfeitas e total previsibilidade acerca de variáveis como (i) nível de preços, (ii) nível de produto, (iii) nível de renda dos consumidores, (iv) nível de renda do governo, (v) receitas e despesas do governo, (vi) taxa de juros, dentre outras relevantes. Desta forma, a emissão de dívida representa que, nos próximos períodos, a despesa pública será composta pelos gastos recorrentes somados aos juros devidos pela dívida e pela amortização do principal. Nesse desenho com mercado perfeito, o agente, sob a informação de maior nível de despesa do governo, altera sua decisão de consumo e poupança e oferece crédito ao governo, sendo que, nessa transação, a taxa de juros da dívida paga pelo governo é igual ao recebido pelo agente que a financia.

R. Barro (2003) retira alguns pressupostos e sustenta que, sob vidas finitas e impostos distorcivos, o momento de tributar importa, ainda que sob presença de mercado perfeito e certeza a respeito de variáveis como (i) o nível de renda dos consumidores, (ii) o nível de renda do governo, (iii) os gastos públicos, (iv) as taxas de juros. A variável chave nessa nova conclusão é a não linearidade da distorção introduzida pelos impostos que alteram as decisões entre trabalho e lazer, consumo e poupança. Com o reconhecimento de impostos distorcivos, introduz-se que a oscilação das alíquotas dos impostos reduz a satisfação dos agentes, pois a perda de utilidade associada a um dado aumento na alíquota é superior ao benefício derivado da redução na alíquota na mesma magnitude. A partir dessa conclusão, deficit públicos extraordinários, ao serem financiados através da criação de dívida pública, distribuindo a despesa ao longo do tempo, aumentam o bem estar da sociedade (R. Barro, 2003; Nosbusch, 2008).

Para compreender sobre a transitoriedade do desequilíbrio orçamentário dessas análises, recorre-se aos exemplos mais simples de despesas extraordinárias, como aquelas decorrentes de catástrofes naturais ou guerras. Esses exemplos pretendem mostrar que, ao final dos eventos, o orçamento deve voltar ao equilíbrio com as despesas correntes adicionadas dos custos do endividamento. Entretanto, para Missale (1997), investimentos em grandes obras de infraestrutura e outros investimentos com fluxo de benefícios distribuídos ao longo de gerações também devem ser vistos como casos nos quais déficits são justificáveis para criação de dívidas, mantendo-se expectativa de superavit futuros para sustentar o pagamento de juros e amortizações.

Angeletos (2002); Fournier e Fall (2017); Ghosh et al. (2013) colocam a expectativa de superavit futuros como variável importante na avaliação da sustentabilidade da dívida pública. Desta forma, a gestão fiscal responsável que condiciona as expectativas sobre o futuro tem papel relevante. Assim, se a política fiscal introduzir a expectativa de que o valor presente dos fluxos de superavit primários futuros são equivalentes ao valor presente da dívida, esta é sustentável. A possibilidade da avaliação a valor presente de fluxos futuros de dívida e superavit sustentam os argumentos de que o momento da arrecadação pode ser escolhido pelo governo de forma a minimizar a volatilidade das alíquotas, maximizando o bem-estar (Angeletos, 2002; Faraglia et al., 2018; Nosbusch, 2008).

Os modelos teóricos de origem macroeconômica sobre dívida pública pressupõem que esta é gerada por choques inesperados que causam déficits e dívida, o que é seguido de superavit para pagamentos de juros e amortizações. Entretanto, Reinhart et al. (2012), ao analisarem as variações nos estoques de dívida nos últimos 2 séculos e posteriores caminhos para a solução do sobre-endividamento, indicam que ajuste fiscal pode não ser o único caminho. Os autores encontraram que as opções disponíveis são (i) ajuste fiscal, (ii) crescimento econômico, (iii) *default* ou reestruturação, (iv) choque inflacionário e (v) repressão financeira com uma dose de inflação por um longo período.

O ajuste fiscal com redução de despesas ou aumento permanente de impostos, apesar de ser o esperado vetor de redução da dívida pelo pagamento das amortizações, tem pequeno efeito explicativo nos dados históricos (Reinhart et al., 2012). Os Estados Unidos, por exemplo, apresentaram redução em sua dívida, ainda que o resultado fiscal seja deficit primário médio ao longo de décadas (Bohn, 2011). Esse caminho tem elevado custo político (i) pelo impacto nega-

tivo na oferta de bens e serviços, (ii) pela redução de transferências financeiras a beneficiários, (iii) pelo aumento de impostos que reduzem renda disponível e (iv) pelos impactos negativos no crescimento econômico.

O crescimento econômico atua de forma positiva para a redução da dívida de maneira direta pelo aumento de arrecadação tributária, como resultado de maior atividade econômica, contribuindo para maior superavit. O efeito indireto tem maior poder de solução de sobreendividamento, pois o aumento do denominador mais que compensa o aumento da dívida, reduzindo a razão dívida/PIB. Apesar desta solução trazer benefícios por estar associado ao aumento de renda nacional e, assim, gerar grande apoio popular, esse caminho de crescimento econômico acelerado é pouco observável na história (Reinhart et al., 2012).

Ainda que a busca pelo crescimento econômico seja a mais desejável, ela pode não acontecer, apesar de políticas públicas nesta direção. Herndon et al. (2013); Reinhart et al. (2012) estimam relações entre estoque de dívida e crescimento e mostram que, quando a relação Dívida/PIB ultrapassou 90%, houve poucos casos de crescimento acelerado. Os pesquisadores encontraram evidências na história indicando que a taxa de crescimento econômico é negativamente correlacionada com o volume da dívida como proporção do PIB. Assim, dívida/PIB menor que 30% está associada a maior crescimento e a mesma razão acima de 90%, por sua vez, associada a menor crescimento, ainda que os autores diverjam sobre a linearidade das consequências do mais alto nível de endividamento. As discussões sobre as razões desta relação não são elucidadas por Reinhart et al. (2012), mas Camous e Gimber (2018) afirma que o peso dos impostos que cresce com o tamanho da dívida pode ser a razão para o resultado encontrado. Desta forma, o crescimento é menor exatamente quando seria importante que fosse acelerado.

A redução da dívida por *default* explícito, ou reestruturação da dívida, ocorreu muitas vezes na história em casos de solução de dívida externa (Reinhart et al., 2012). Quando o problema era o estoque doméstico, o elevado custo político e a associação de recessões severas *default* dissuadiram os governantes de optarem por este caminho.

O aumento da inflação, inesperado ou persistente sob alguma forma de repressão financeira, teve grande participação na redução das dívidas dos países muito endividados. No Reino Unido, por exemplo, houve períodos pré 1945 nos quais, mesmo sob forte geração de superavit primário, a dívida subiu consistentemente, enquanto no período seguinte observou-se sua redução, ainda que com menor esforço fiscal Crafts (2015). No período entre 1945 e 1980, os juros reais foram significativamente menores do que antes e após essa janela temporal (Reinhart & Sbrancia, 2015). A explicação para tal movimento é a presença de políticas de repressão financeira que são definidas por Reinhart (2012) como (i) empréstimos diretos ao governo por investidores cativos, como fundos de pensão ou bancos domésticos, (ii) limitadores implícitos ou explícitos nas taxas de juros das operações de crédito, (iii) regulação de movimentos de capitais através da fronteira nacional, (iv) maior conexão entre governos e bancos através de propriedade ou relacionamento com o conselho de administração ou diretoria executiva, (v) regras regulatórias que beneficiem, com menor comprometimento de capital para títulos de dívida doméstica, (vi) outras regulações que incentivem ou obriguem a propriedade de títulos públicos. O objetivo da repressão é controlar o capital financeiro para que esteja alocado especialmente em dívida pública local e com custo menor do que o que seria negociado com mercado livre.

A elevada presença da estratégia de redução da dívida através de políticas de repressão com presença de inflação pode ser explicada por ser a opção de menor custo político, ainda que haja transferência de riqueza dos poupadores para os devedores, especialmente os detentores de títulos nominais, com destaque para o governo. A maior aceitação pela sociedade está associada à redução do nível de juros da economia, afetando mais significativamente apenas a parcela com elevada poupança (Reinhart, 2012). Crafts (2015) reforça a tentação do governo de utilizar a estratégia pelo efeito colateral positivo advindo do menor juro real de redução do custo do crédito às empresas e pessoas com efeitos positivos sobre investimento e consumos de bens

duráveis.

Pelo lado negativo, Becker e Ivashina (2017) mostra que o retorno da repressão financeira ainda que indireta, através de propriedade dos bancos pelas nações da zona do Euro ou da teia de relações dos governos com o conselho de administração ou a diretoria, levou ao aumento significativo do percentual de títulos soberanos domésticos nas carteiras dos bancos locais em detrimento do crédito bancário. A queda do financiamento bancário ao setor produtivo tende a reduzir o potencial de crescimento econômico pela dificuldade de crédito para investimentos e, consequentemente, menor crescimento com impactos negativos na relação dívida/PIB no médio e longo prazo, comprometendo o objetivo.

Reinhart (2012) ressalta que o movimento de crescimento acelerado da dívida e posterior redução visto antes da 2ª Guerra Mundial e o período entre 1945 e 1980 podem se repetir. Os sinais deste novo ciclo já estariam presentes com o crescimento do volume de dívida nas economias avançadas que se iniciou no fim da década de 1970 e acelerou para o maior nível da série histórica nos anos recentes (Reinhart, 2012; Reinhart & Sbrancia, 2015). O tamanho do estoque de dívida já seria suficiente para que a solução do estrangulamento da dívida com os mecanismos de ajuste fiscal e crescimento econômico sejam pouco viáveis, seja por falta de viabilidade técnica ou política, e tem pressionado os reguladores para reverter o liberalismo econômico aplicado ao sistema financeiro a partir de 1980, ampliando regulações macro-prudenciais que gerem menor custo financeiro aos endividados, sejam eles públicos ou privados (Reinhart, 2012). Tais políticas são identificadas por Reinhart (2012) nas ações do Banco Central dos Estados Unidos, a partir de 2008, com o início das compras de títulos em mercado e consequente queda na participação dos títulos emitidos pelo Tesouro dos Estados Unidos que estão efetivamente em circulação. A contrapartida observada é o aumento da participação de agentes oficiais, como o banco central ou fundos públicos. Essa atuação leva à discussão sobre se a taxa de juros dos títulos foram negociados livremente, pois mesmo com aumentos significativos do estoque de dívida, que geraria aumento do risco e aumento do custo do endividamento, não se observa grande variação na taxa de juros. A possibilidade de manter a dívida pública sustentável, ainda que se mantenham despesas primárias maiores que as receitas, como visto nos Estados Unidos entre 1792 e 2010, pode não se sustentar com o crescimento do endividamento e a redução do prazo médio da dívida pública (Bohn, 2011). Esse equilíbrio de sustentabilidade é dependente da expectativa sobre o crescimento econômico e os fluxos de caixa futuros, como mostram Ghosh et al. (2013) e Fournier e Fall (2017).

A reação do governo em tributar para buscar a sustentabilidade é apresentada por Camous e Gimber (2018), que teoriza sobre a armadilha da política fiscal. A armadilha é resultado da possibilidade de haver múltiplos equilíbrios entre alíquotas de impostos sobre renda e consumo, crescimento e dinâmica de dívida. Quando a dívida pública é elevada, a política tributária tende a ser procíclica, pois a cada aumento da dívida o governo reage com aumento de impostos e os agentes reagem com menor oferta de trabalho e menor consumo.

Esta relação entre o tamanho da dívida e a necessidade de superavit deve ser não linear, pois o estoque de dívida impacta o risco de *default* e o custo de endividamento que dinamicamente aumenta o resultado primário estabilizador. Com essa dinâmica e sob expectativa de limite, no qual os governos não conseguem aumentar o resultado primário futuro, leva ao aumento súbito da expectativa de *default* e perda de acesso a crédito. O limite de fadiga fiscal que é determinado pelo tamanho da dívida, seu custo médio, resultado primário histórico, é estimado por Fournier e Fall (2017).

Conclui-se que a relação entre o resultado primário, ou a arrecadação tributária, e o tamanho da dívida, precisa ser positiva, ou seja, o crescimento da dívida em um período deve ser seguido de aumento de superavit no período seguinte para que a dívida seja vista como sustentável pelos credores. Neste estudo, pretende-se introduzir a tributação sobre os ganhos com renda fixa segundo o arcabouço tributário brasileiro, separando-a das demais variáveis que cons-

tituem o superavit primário, bem como observar os impactos em custos e riscos das opções de endividamento.

## 2.2 RELEVÂNCIA DA GESTÃO DA DÍVIDA PÚBLICA

---

A gestão da dívida pública é relevante e está associada às escolhas de (i) quando e como tributar e (ii) quais instrumentos de financiamento utilizar, considerando-se a cobertura de momentos de déficit e o aumento do bem estar da sociedade (Nosbusch, 2008).

Sob uma perspectiva econômica, a equivalência ricardiana sustenta que deficit governamentais temporários podem ser financiados com a elevação nas alíquotas dos impostos no momento da despesa ou em qualquer outro momento futuro. Assim, o gasto extraordinário pode ser financiado pela emissão de dívida pública diferindo o ajuste orçamentário (R. J. Barro, 1999).

Nessas condições ideais, os agentes teriam horizonte temporal de análise infinito e não haveria incerteza sobre (i) o nível de renda dos consumidores, (ii) o nível de renda do governo, (iii) os gastos públicos, (iv) as taxas de juros e os mercados de capitais seriam perfeitos (R. J. Barro, 1999). Assim, com acesso a toda informação relevante, os consumidores absorvem a informação da despesa extraordinária de forma que reagem igualmente ao aumento de impostos ou ao endividamento. Nesse contexto, o estudo das características de emissão de títulos públicos seria irrelevante (R. Barro, 1979).

R. Barro (2003) relaxa a situação ideal descrita anteriormente, descartando a hipótese de horizonte de tempo infinito e acrescentando a possibilidade da existência de impostos distorcivos sobre renda e consumo. A partir desse novo arcabouço, o momento da tributação se torna relevante, introduzindo o conceito de suavização das alterações de alíquotas tributárias. Sob essas novas premissas, as decisões de governo sobre o financiamento das despesas podem aumentar o bem-estar da sociedade.

Relaxando ainda mais premissas, considerando a existência de incerteza sobre variáveis macroeconômicas relevantes como, por exemplo, (i) taxas de juros, (ii) níveis de preços, (iii) taxas de câmbio, (iv) taxa de crescimento do *PIB*, (v) resultado orçamentário, R. Barro (1979, 2003); Bohn (1990) mostram que não apenas (i) as escolhas de quando tributar, como também (ii) a definição de quais instrumentos de endividamento públicos serão utilizados, alteram o resultado do bem-estar da sociedade.

Sob essa perspectiva, a emissão da dívida pública tem a função de distribuir o custo adicional percebido em um dado momento ao longo do tempo, suavizando eventuais impactos. Para isso, é necessário assumir que, nos momentos futuros, o governo tenha excesso de arrecadação para pagar a dívida e seus encargos. Tal distribuição de custos ao longo do tempo permite a estabilidade ou a suavização das alterações de alíquotas. Essa maior estabilidade tem como fundamento o argumento teórico de que alterações bruscas nos impostos distorcivos afetam (i) a oferta de trabalho pelos consumidores, (ii) a demanda por consumo, (iii) os efeitos dos impostos sobre a renda e (iv) os efeitos dos impostos sobre consumo (Nosbusch, 2008).

## 2.3 INSTRUMENTOS DE GESTÃO DE DÍVIDA PÚBLICA

---

Na linha de modelos macroeconômicos que buscam a minimização da volatilidade tributária ou nos que introduzem a minimização de custo como foco da gestão da dívida, há recomendações sobre as vantagens de cada característica dos instrumentos de gestão de dívida.

Segundo R. Barro (2003) e Missale (1997), os instrumentos que geram melhor resultado

de estabilização orçamentária são os títulos contingentes às variáveis macroeconômicas como, por exemplo, (i) o déficit fiscal, (ii) as despesas governamentais, (iii) a arrecadação fiscal, (iv) a base tributária ou (v) o produto interno. Dessa forma, o título ideal teria um fluxo relacionado à variável que se deseja fazer proteção.

Assim, exemplificando, para um título contingente ao resultado primário de um país, o fluxo de pagamento seria positivo quando houvesse superavit nas contas públicas e negativo, ou zero, nos casos de déficit. Para um título contingente à base tributária, ou ao produto interno do país, o pagamento de juros estaria associado ao aumento da base tributária. Momentos sem crescimento poderiam implicar em não pagamento de juros.

R. Barro (2003) e Missale (1997) observam a inexistência destes tipos de títulos contingentes nas economias maduras. Porém, a eventual existência desses papéis poderia gerar um potencial risco moral. Mais especificamente, nessas situações, o governo (i) poderia gastar mais, gerando déficit primários e fazendo com que os títulos gerassem menor custo de juros, ou (ii) poderia optar por políticas de menor impacto no crescimento econômico e, ainda assim, conseguir manter o orçamento equilibrado.

Ainda que o risco moral fosse mitigado, R. Barro (2003) e Missale (1997) levantam a hipótese de que a dificuldade de se obter dados confiáveis e em tempo hábil para operacionalizar tais estratégias com títulos contingentes comprometeria seu uso eficiente. Na falta de instrumentos específicos atrelados à suavização descrita anteriormente, R. Barro (2003), Bohn (1990) e Missale (1997) indicam o uso de títulos nominais, bem como de papéis indexados à inflação ou atrelados à moeda estrangeira.

Em modelos que utilizam variáveis reais, os títulos definidos como livre de risco, sob o foco orçamentário, são os indexados ao índice de preços, pois estariam na mesma base. Ou seja, a inflação impactaria igualmente as receitas e as despesas futuras do governo (R. Barro, 2003; Goldfajn, 2000). Sob essa ótica, a taxa de juros dos títulos nominais é formada pela soma da inflação ao juro real, introduzindo volatilidade indesejada ao orçamento. Por isso, Bohn (1988) afirma que dívidas indexadas deveriam ser preferíveis às dívidas nominais.

Bohn (1988) busca avaliar porque, mesmo sob a existência de títulos que oferecem estabilidade em termos reais ao orçamento, a maioria dos governos usam preferencialmente títulos nominais. O autor mostra que os papéis com rentabilidade nominal têm a característica de contingência ao estado da economia, capturando benefícios com a redução do custo de juros, em termos reais, nos momentos de déficits públicos. Calvo e Guidotti (1990) e Bohn (1990) obtêm conclusão similar, baseando-se na evidência de crescimento da inflação nos momentos de crescimento do déficit público.

Dessa forma, a presença de dívida nominal atuaria como proteção a choques inesperados que gerariam simultaneamente maiores despesas e maiores déficit. De forma simultânea, a dívida nominal reduziria o custo de juros, suavizando o orçamento. Esta visão do uso de covariâncias entre os custos reais das alternativas de endividamento e as variáveis orçamentárias é corroborada por R. Barro (2003) e Goldfajn (2000).

Se, por um lado, o choque inflacionário age protegendo o orçamento, por outro lado, introduz a possibilidade de o governo explorar essa relação para reduzir o custo da dívida, levando, na visão de Bohn (1988), às mesmas consequências da utilização de títulos contingentes. Segundo Aizenman e Marion (2011), a tentação advinda do risco moral é uma função crescente da participação de investidores estrangeiros na dívida pública e da proporção de títulos nominais de longo prazo. O argumento baseia-se em um modelo no qual (i) a redução da dívida pública em termos reais pode acontecer por aumento de impostos e/ou por aumento de inflação, (ii) na qual a perda do consumidor é função do aumento de impostos e da inflação.

Assim, mesmo com dívida totalmente detida por investidores domésticos, um pouco de inflação seria aceitável para evitar um grande aumento nas alíquotas de impostos distorcivos. Com uma maior participação de investidores estrangeiros detentores de títulos de dívida pública,

essa preferência se torna mais forte, pois o custo da inflação será incorrido por agentes distintos do consumidor local. Nosbusch (2008) ressalta que as perdas com títulos também introduzem redistribuição de renda entre consumidores locais e afetam o custo de emissão.

Calvo e Guidotti (1990) sugerem que o nível de comprometimento do governo com o controle de inflação no longo prazo, ou seja, em não usar o artifício de aumento de inflação para corroer o valor real da dívida, pode levar a múltiplos equilíbrios para a gestão de dívida em termos de composição da carteira e de prazo médio. Os autores criam um modelo que compreende períodos com vários governos independentes entre si e discutem a tentação de cada um deles de aumentar a inflação para reduzir a dívida pública.

A escolha por uso de títulos nominais e a capacidade de usá-los torna-se função da credibilidade de longo prazo, o que é chamado de precomprometimento. No extremo em que não há risco moral e a credibilidade é total, a carteira é formada por títulos nominais e indexados, ambos de longo prazo, enquanto, no outro extremo, a dívida é composta apenas por títulos indexados. Nos equilíbrios intermediários, há participação de títulos nominais de prazo menor. No modelo de Calvo e Guidotti (1990), avalia-se se, no momento inicial, há a possibilidade de emissão de dívida curta ou longa, indexada ou nominal, baseada na percepção de comprometimento com a estabilidade de preços dos governos futuros. Nos equilíbrios ótimos obtidos, quanto maior o comprometimento, maior a participação de títulos nominais de longo prazo. Em contrapartida, na falta do comprometimento, encurta-se o prazo dos papéis na carteira, dada uma participação fixa de títulos nominais, ou aumenta-se a proporção de papéis indexados. É interessante notar que, quando apenas os títulos nominais estão disponíveis, a carteira ótima tem prazo mais curto, crescendo com a elevação da participação de títulos indexados. Os resultados advindos desta análise são comparados com a elevada participação de títulos nominais nas dívidas dos países. Os autores ressaltam que os resultados são possíveis apenas no caso extremo de comprometimento contínuo do governo com o controle das taxas futuras de inflação (Calvo & Guidotti, 1990).

O uso de títulos nominais, com posterior aceleração da inflação, é analisado por Missale e Blanchard (1994). Os autores avaliam que governos com alto percentual de dívida pública em relação ao *PIB* só não lançam mão do artifício de aumento da inflação se o custo da perda de reputação for maior que o benefício auferido com a redução da dívida. Nessa perspectiva, os governos com dívida crescente prefeririam emitir dívida nominal de longo prazo para ter a opção de usar o artifício de aumentar o nível de preços no futuro.

Entretanto, uma vez utilizado o artifício, o aumento do custo da dívida nominal crescerá, tornando-a mais cara. Para evitar o custo adicional, o governo optaria por, após o processo de redução da dívida pelo aumento de inflação, emitir dívida de curto prazo. Como resposta à avaliação dos incentivos do governo, como observado nos dados de países europeus na década de 1980, os detentores de títulos passariam a demandar títulos mais curtos. Assim, quando a dívida pública atinge valores muito elevados, seu crescimento fica associado ao encurtamento da dívida (Missale & Blanchard, 1994).

A avaliação das vantagens do aumento inesperado da inflação como instrumento de redução de dívida dos Estados Unidos indica que esta seria reduzida em escala muito reduzida se submetida à alta de 1% de inflação. O resultado só seria significativo se fosse associado à repressão financeira, coibindo o aumento das taxas de emissão das vendas de títulos após a alta da inflação Aizenman e Marion (2011).

Na discussão sobre o prazo, R. Barro (2003), afirma que este deve assumir a forma de perpetuidade indexada à inflação, pois possibilita diminuir as incertezas do orçamento ao eliminar a volatilidade advinda da inflação e das taxas de juros. Nesse contexto, o governo teria flexibilidade para gerar superavit nos estados bons da economia, atingindo a suavização das alíquotas.

Nosbusch (2008) sugere que o governo deve emitir apenas títulos de longo prazo e, se

possível, manter títulos de curto prazo como ativos. Essa conclusão vem da avaliação do comportamento da volatilidade nas alíquotas tributárias sob diferentes carteiras de financiamento. Mesmo assumindo que o custo torna-se maior com o alongamento da dívida, devido ao maior prêmio de risco exigido pelos detentores de títulos, o modelo de Nosbusch (2008) indica a preferência por manter a dívida no longo prazo.

Em contrapartida, Greenwood, Hanson, e Stein (2015) recomendam que a carteira de dívida pública seja composta exclusivamente por títulos de curtíssimo prazo, até 26 semanas, e por papéis de longo prazo. Os autores introduzem alto valor para o custo esperado da dívida na tomada de decisão da escolha da carteira ótima. Nessa análise, observam que o custo de títulos públicos de curtíssimo prazo emitidos pelo Tesouro Nacional ou outros emissores com risco de crédito muito baixo, é muito menor do que o estimado por modelos de risco. Para os autores, o custo efetivo pago pelo Tesouro dos Estados Unidos foi 78 bps (*basis points*), menor que o valor justo estimado.

Dessa forma, Greenwood et al. (2015) sugerem que o governo deve emitir títulos de curto prazo para capturar a economia de custo, podendo gerar ganhos que, por sua vez, podem ser transformados em benefícios sociais. As contrapartidas negativas dessa estratégia seriam (i) o aumento indesejado da volatilidade nas taxas de juros de curto prazo e (ii) o aumento na incerteza no custo de juros na rolagem da dívida, devido ao aumento de risco. Para equilibrar o aumento de risco advindo da estratégia de emissão de títulos de curto prazo, títulos de longo prazo deveriam ser emitidos de forma que a carteira seria composta exclusivamente de títulos com os prazos extremos, os mais curtos e os mais longos disponíveis.

Bohn (1990), ao buscar ativos que poderiam substituir ativos contingentes, cita que o governo poderia assumir posição vendida em bolsa de valores. A vantagem dessa escolha é a correlação positiva entre o índice de ações e a base de arrecadação ou o produto interno bruto. Desta forma, sob choques que reduzam o produto, a posição vendida gera resultado positivo. Assim, a gestão de dívida poderia ser mais eficiente com a adição de operações na bolsa de valores às emissões de títulos prefixados e indexados à inflação.

De forma análoga, assim como a posição em bolsa, a emissão de dívida em moeda estrangeira com taxas de juros da curva de outro país também possui características de correlação com variáveis fiscais, configurando-se em *hedge* contra choques econômicos. Estudando o caso brasileiro, Goldfajn (2000) avalia que a dívida externa, ou títulos atrelados à moeda estrangeira no mercado local, gera proteção quando a taxa de câmbio real tem volatilidade reduzida e é positivamente correlacionada com a despesa pública.

Drudi e Giordano (2000) identificam que países muito endividados apresentam correlação negativa entre prêmio de risco de *default*. O argumento dos autores é que, nesta situação, o custo do alongamento de prazos com títulos nominais se torna proibitivo, pela crescente tentação em desvalorizar a dívida real pela inflação, levando a um equilíbrio de carteiras com papéis de curto prazo.

Ainda que haja demanda por títulos indexados longos, os autores afirmam que esse cenário pode ser sub-ótimo no caso de a política fiscal apresentar deficit. Em casos extremos, Bohn (2011) sugere que o risco de *default* pode estar associado à capacidade de o banco central monetizar a dívida, a ganhos inflacionários vindos do orçamento ou à introdução de outros impostos não distorcivos como, por exemplo, impostos sobre riqueza e juros (Calvo & Guidotti, 1990).

Como pode-se observar pela discussão teórica posta, algumas recomendações sobre quais instrumentos utilizar se alinham e outras se contrapõem. De forma geral, (i) os títulos de longo prazo reduzem incerteza, enquanto (ii) os títulos de curto prazo reduzem o custo esperado, (iii) os títulos indexados reduzem risco orçamentário ao mesmo tempo em que eliminam o benefício da redução da dívida pelo aumento não esperado da inflação e (iv) os títulos nominais elevam o custo, mas permitem explorar a inflação.

Com essas conclusões acerca dos benefícios e custos de cada tipo de instrumento Bergs-

troöm e Holmlund (2000), D. J. Bolder (2003) e Silva e Medeiros (2009) propõem que a escolha da combinação entre os instrumentos seja definida através de construção de cenários prospectivos para as variáveis relevantes para avaliar os *trade-offs* entre os custos e riscos esperados para cada possível carteira de gestão de dívida pública.

## 2.4 EXPERIÊNCIA DE OUTROS PAÍSES NA GESTÃO DA DÍVIDA PÚBLICA

---

O gerenciamento de riscos, que há tempos é visto como tarefa fundamental dos gestores de carteiras de investimentos, passa a ser o foco dos gestores de dívidas públicas, especialmente após as crises vividas na década de 1990. O objetivo do gestor é minimizar custos de financiamento de longo prazo sujeito a níveis prudentes de risco. Assim, a busca por capacitação de recursos humanos e tecnológicos ganha prioridade.

A aplicação de ferramental quantitativo tradicionalmente utilizado por gestores de carteiras de investimentos, com alterações para contemplar características específicas da dívida pública, permite (i) estimar a dinâmica do valor da dívida, (ii) avaliar a sustentabilidade da dívida, (iii) identificar a estrutura ótima de longo prazo, (iv) construir indicadores de riscos e (v) realizar análises de *trade-off* (Bergstroöm & Holmlund, 2000; D. J. Bolder, 2003; Silva & Medeiros, 2009).

Nesta seção, são apresentados brevemente as experiências de alguns países na gestão da dívida. Em particular, busca-se identificar objetivos e ferramentas utilizados para formulação de carteiras de dívida pública.

### 2.4.1 PORTUGAL

---

Portugal foi um dos países pioneiros na implementação de um modelo de carteira ótima de dívida pública para auxiliar a tomada de decisão. O modelo, considerando a discussão apresentada em IGPC (2007, 2011), foi desenvolvido em 1998 e é baseado em simulação computacional, tendo como pressupostos que (i) a economia está em estado estacionário de longo prazo, (ii) há limites exógenos de concentração de maturação por segmento da curva de juros e (iii) a dívida nominal é constante ao longo do tempo. Utilizando como *inputs* (i) diferentes estratégias de financiamento, (ii) cenários determinísticos para as variáveis macroeconômicas e (iii) simulação de juros estocásticos, o modelo busca identificar quais carteiras apresentam melhor *trade-off* entre custo e risco para o prazo de 5 anos (IGPC, 2007).

Para a geração de curva de juros, o procedimento português utilizou o modelo CIR Cox, Ingersoll, e Ross (1985) de 1 fator entre 1998 e 2007, quando passou a ser seguida a formulação proposta por Diebold e Li (2006) para o modelo de Nelson e Siegel (1987), tendo em vista sua maior aderência aos dados observados (IGPC, 2011). A partir do conjunto final de carteiras eficientes, são eliminadas aquelas que não são passíveis de estruturação em função de dificuldades de execução de transações ou de restrições de mercado. No procedimento, o gestor decide, dentre as carteiras eficientes factíveis, qual nível de risco-retorno assumir.

A partir das características da carteira e as simulações realizadas, são divulgados o custo esperado, o *cost-at-risk* (*CaR*) absoluto e o *CaR* relativo, considerando um grau de confiança de 95% (IGPC, 2007, 2011). É importante ressaltar que, desde 2010, com a crise financeira que abateu sobre as finanças públicas de Portugal a partir de 2008, o modelo deixou de ser orientador de decisões da carteira de dívida (IGPC, 2011).

A Suécia expressa que o objetivo na gestão da dívida pública do governo central envolve minimizar o custo do financiamento no longo prazo, observando os níveis de riscos associados (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2008). O contexto do país é de um índice de dívida em relação ao *PIB* decrescente. Dessa forma, os aumentos marginais de risco são mais toleráveis.

A meta explícita da gestão da dívida na Suécia está associada à *duration*, seja da carteira total, seja por indexador. Os gestores da dívida pública na Suécia indicam que a escolha da *duration* é importante dado que reflete custo esperado e risco (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2008). Em particular, em um cenário de curva de juros com inclinação positiva, como é frequentemente observado, há uma relação de aumento de custo e redução de risco associado ao alongamento da maturidade dos títulos da carteira de dívida.

De acordo com a discussão em Risksgälden Swedish National Debt Office (2008), a estratégia de emissão está dissociada da estratégia de gestão de riscos. Assim, a emissão busca criar *benchmarks* de papéis líquidos visando capturar o prêmio de liquidez. Com isso, emite-se grandes volumes em prazos relevantes para o mercado de dívida europeu. Já a estratégia de gestão de riscos envolve a atuação no mercado de derivativos para corrigir eventuais desvios entre a *duration* decorrentes da estratégia de emissão e a meta de risco definida (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2008).

A métrica utilizada para avaliar a conveniência ou necessidade de alterar a *duration* da carteira é o *Running Yield at Risk (RYaR)* (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2006, 2008). Esse indicador é calculado a partir da distância vertical entre o custo esperado no nonagésimo quinto percentil e o custo esperado da dívida.

A curva de juros é gerada de forma similar à implementação de Diebold e Li (2006) do modelo de Nelson e Siegel (1987) e a calibração de parâmetros utiliza dados históricos. As análises são baseadas em simulações de 20.000 trajetórias para horizontes de 30 anos para as variáveis de interesse (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2006, 2008). Para diversos fatores de risco, como, por exemplo, inflação, taxa de câmbio e outros elementos da curva de juros, são utilizados processos estocásticos baseados em Uhlenbeck e Ornstein (1930), gerando-se os cenários futuros para essas variáveis. Na modelagem proposta em Risksgälden Swedish National Debt Office (2006, 2008), supõe-se uma maior precisão de curto prazo, considerando que resultados de longo prazo sejam menos impactados, dado que os processos estocásticos estacionários utilizados no modelo sueco tendem a oscilar em torno do valor de longo prazo, com característica de reversão à média.

De acordo com a discussão em Risksgälden Swedish National Debt Office (2006, 2008), são analisados resultados a partir de aumento ou redução da *duration* da carteira de cada indexador, assim como da carteira total. No início da simulação, a carteira tem a seguinte composição: (i) 25% de instrumentos indexados ao índice de preços, (ii) 15% de títulos indexados à taxa de câmbio e (iii) e os demais 60% de títulos prefixados. Os prazos dos instrumentos de financiamentos são entre 2 e 14 anos, com especial atenção ao *benchmark* de 10 anos.

A partir das projeções das variáveis relevantes, calculam-se o *CaR* e o *RyaR* relativos a 95% de confiança, o custo médio esperado, por meio da distribuição simulada. Tendo em vista que a análise é feita em valores nominais, os títulos indexados, seja à inflação ou à taxa de câmbio, geram maior volatilidade na carteira do que os títulos prefixados (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2008).

O resultado do modelo aplicado à Suécia indica que, dadas as características de redução do peso da dívida sobre o orçamento e desconsiderando o risco de incerteza sobre a capacidade de rolagem da dívida, a redução da *duration* leva a resultados positivos, pois a economia esperada devido ao menor custo de juros da dívida justifica o aumento do risco, percebido como pequeno.

Dessa forma, em 2008, o governo sueco anunciou que buscava uma redução da *duration*

total de forma gradativa para 4,8 anos em 2009, 4,6 anos em 2010 e 4,4 anos em 2011, notadamente com captação com papéis prefixados e de títulos indexados à inflação e uso ativo de derivativos (Risksgälden Swedish National Debt Office, 2008).

#### 2.4.3 DINAMARCA

---

A Dinamarca é um país com *PIB* relativamente baixo, em comparação com outros países da Europa, e dívida pequena, em relação ao somatório dos produtos e serviços gerados internamente.

Considerando que a dívida relativa é baixa, o país se propôs a geri-la, tornando independente as estratégias de emissão de instrumentos de captação e as estratégias de gestão de riscos. Por exemplo, nos anos 2003 a 2007, o país se propôs a concentrar as emissões em títulos prefixados de 2, 5 e 10 anos na proporção de 40%, 20%, 40% respectivamente. Essa estratégia de emissão foi estabelecida para que fosse atingido um elevado volume de papéis disponíveis no mercado e, conseqüentemente, alta negociabilidade, permitindo a captura do prêmio advindo da liquidez do instrumento. A estratégia de gestão de riscos de refinanciamento e de taxa de juros está sob responsabilidade de um programa de recompra de títulos, que opera títulos mais curtos e atua nos mercados de *swaps* de taxas de juros (Danmarks Nationalbank, 2003).

A principal meta de risco utilizada é a *duration* da carteira. No entanto, são também analisados o volume de dívida sob repactuação de taxa de juros para cada período e a métrica de *CaR* para escolha da meta de risco. Mais especificamente, o *CaR* é utilizado para o estudo de sensibilidade do modelo, possibilitando a tomada de decisão sobre a meta de *duration* que deve ser perseguida (Danmarks Nationalbank, 2003, 2005).

Informações adicionais à *duration* da carteira como, por exemplo, (i) o volume da dívida sob repactuação, (ii) o somatório de dívidas a vencer dentro de cada janela temporal e de dívidas indexadas a taxas de juros, bem como (iii) o volume notional do *swaps* cuja posição do governo seja passiva em taxa flutuante, permitem avaliar características de dispersão da carteira.

A discussão em Danmarks Nationalbank (2003, 2005) indica que o mecanismo de avaliação quantitativa da gestão de dívida pública dinamarquesa utilizou um modelo de taxa de juros *CIR*. O procedimento utiliza 2500 simulações para 10 anos e janelas trimestrais, sendo utilizadas duas calibrações: (i) uma com dados históricos e (ii) outra aderente a curvas futuras de juros, representativas de expectativas do Ministério da Fazenda.

#### 2.4.4 CANADÁ

---

Considerando D. Bolder (2008), no Canadá, o objetivo do gestor envolve administrar a dívida pública de forma estável e com baixo custo de financiamento. Tendo em vista esta diretriz, foi desenhado um modelo que buscasse uma estratégia que minimiza o custo para cada patamar de risco preestabelecido.

A primeira decisão a ser tomada no modelo canadense é a estratégia de financiamento, notadamente em relação à sua estabilidade. Assim, para uma dada simulação, as proporções dos títulos da carteira inicial são mantidas ao longo do tempo. Os instrumentos disponíveis para a formação da carteira são (i) títulos prefixados sem cupom, com prazos de 3, 6, 12 meses, (ii) títulos prefixados com cupom, com prazos de 2, 5, 10 e 30 anos e (iii) títulos indexados à inflação, com cupom, com prazo de 30 anos (D. Bolder, 2008).

Em seguida, as variáveis macroeconômicas são modeladas. Para a determinação da necessidade de financiamento do governo, são necessárias as estimativas de receitas e despesas primárias, decorrentes da projeção do *PIB* e das decisões de política fiscal. De acordo com D. Bolder (2008), são utilizados modelos autorregressivos para se estimar o hiato do produto, a inflação e demais variáveis macroeconômicas.

Para a curva de juros prefixada, adota-se a formulação de Nelson e Siegel (1987), seguindo Diebold e Li (2006). A curva de juros de títulos indexados à inflação é derivada a partir da curva nominal com dedução de inflação esperada de 2% a.a. A partir de funções impulso-resposta, avalia-se a dinâmica da economia modelada em relação a choques autocorrelacionados, baseados em decomposição de Cholesky.

O volume de vencimentos e os custos de juros para cada período de uma dada carteira são obtidos a partir (i) da carteira inicial, (ii) do custo de emissão e (iii) de um conjunto de variáveis macroeconômicas, identificando-se a necessidade de captação de recursos e o novo estoque de dívida. Repete-se o processo ao longo dos diversos períodos e, na data de maturidade definida, obtém-se a fronteira eficiente, com diferentes carteiras ótimas, para diferentes níveis de risco (D. Bolder, 2008).

O custo da dívida é definido como a média anual de despesa com juros para o horizonte de 10 anos. O risco é estabelecido como a volatilidade do serviço da dívida. As medidas de risco utilizadas são o *CaR* absoluto, o *CaR* relativo, o *Budget-at-Risk (BaR)* absoluto e o *BaR* relativo. O *BaR* é uma medida de risco orçamentário da carteira sob impacto de choques nas variáveis macroeconômicas e nos custos de financiamento.

Sob esta análise o gestor de dívida decidiu por utilizar como principais instrumentos para a gestão do estoque os instrumentos nominais com vencimentos em 2 anos, 3 anos e 5 anos. Completam a lista de instrumentos selecionados os nominais com prazos de 10 anos e 30 anos e um título indexado à inflação além dos títulos de 3 meses, 6 meses e 12 meses que tem a função de auxiliar na gestão de curto prazo do caixa.

Uma contribuição interessante é introdução de custos associados ao comportamento da oferta de títulos. A decisão da carteira do governo tem potenciais custos associados à capacidade de absorção do mercado de cada instrumento. Os impactos podem ser (i) diretos, com o aumento do custo de juros pagos pelo governo para o instrumento cuja oferta seja superior à demanda ao preço de mercado ou (ii) indiretos, através do aumento do custo para o setor privado ao se endividar no mesmo vértice, potencialmente levando a menor crescimento econômico. O modelo determina uma função de penalização de emissão de forma arbitrária, mesmo reconhecendo que pode não estar corretamente ajustada. Ao custo de emissão de um dado instrumento calculado pela curva estimada, é adicionado um prêmio em função da oferta para cada vértice. O gestor introduz de maneira discricionária uma curva de prêmio que pune, ao elevar o custo da emissão, se este for em volume incompatível com a demanda de mercado. O desvio oferta-demanda (volume ofertado menos volume demandado) pode ser negativo, gerando a escassez do ativo no mercado que pode levar a prêmios negativos se há uma busca estrutural ou regulatória pelo ativo ou prêmios positivos no caso de falta de liquidez e se o mercado exigir um prêmio por isso. Quando o desvio for positivo, o prêmio é não-linearmente crescente, punindo ofertas incompatíveis com a capacidade de absorção. A parametrização é feita com a percepção da demanda de mercado e leva a prêmio zero quando há equilíbrio entre oferta e demanda estrutural (D. S. D. Bolder, 2011).

#### 2.4.5 TURQUIA

---

A Turquia, a partir de 2007, desenvolve o modelo de escolha de carteiras ótimas para analisar custos e riscos em horizonte de 5 anos, cuja métrica utilizada para avaliar riscos foram *CaR* e *CaR* condicional. Tal período de análise foi escolhido para que se conseguisse observar a dinâmica da dívida que, naquele momento, chegava a *duration* de 4 anos após alongamento nos últimos exercícios. A escolha do prazo de análise de 5 anos foi uma decisão com riscos, pois a calibragem de modelos de projeção de médio e longo prazo tem a qualidade comprometida na situação de múltiplas crises vividas pelo país nas últimas décadas (Balibek & Alper Memis, 2012).

O cálculo da necessidade de financiamento é estimado sob hipóteses de taxa de crescimento do *PIB* e superavit primário das metas de governo. Com o uso de fluxo de caixa para pagamento de dívida e nível de estoque calculado pelo custo de carregamento combinado com atualização de indexadores a valor de mercado, busca-se estimar qual a despesa máxima a cada período até o limite do horizonte de 5 anos (Balibek & Alper Memis, 2012).

A implementação é dividida em 3 etapas: (i) módulo de armazenamento do estoque da dívida, carteiras iniciais alternativas, necessidade de financiamento futura e estratégia de emissão; (ii) gerador de processos estocásticos para criar os caminhos das variáveis financeiras e econômicas e; (iii) calculadora de preços dos ativos, custos de carregamento e seu reflexo nas carteiras analisadas. No segundo módulo, geram-se projeções de índice de preços e taxas de câmbio de Lira/USD e Lira/EUR por movimento browniano geométrico. As curvas de juros em Lira, em dólares e em euro são calculadas por um modelo híbrido no qual a formulação de Diebold e Li (2006) são alimentadas com os parâmetros  $Beta_2$   $Beta_3$  estimados pelo modelo Chan, Karolyi, Longstaff, e Sanders (1992) com dados da história recente e o  $Beta_1$  sofre choques estocásticos. Ainda que reconheçam que essa formulação gere pequenas alterações nos formatos das curvas de juros, pois os parâmetros de inclinação e curvatura permanecem fixos, acreditam que reflete bem o comportamento histórico no qual os choques se materializam frequentemente na forma de deslocamento paralelo capturado pelo fator de nível (Balibek & Alper Memis, 2012).



## CAPÍTULO 3

### DÍVIDA PÚBLICA BRASILEIRA

#### 3.1 CONTEXTO HISTÓRICO

---

Nesta seção, é apresentada uma breve discussão sobre o endividamento público brasileiro. É importante ressaltar que, ao invés de uma discussão sob uma perspectiva econômica histórica, o foco da apresentação envolve a gestão da carteira de títulos públicos. Nesse contexto, a ênfase é dada para o perfil de prazos e indexadores da carteira de dívida pública.

Após (i) a estabilização macroeconômica implementada na década de 1990 com o Plano Real, que reduziu a inflação, (ii) a adoção de câmbio flutuante e a geração de superavit primários a partir de 1999 e (iii) a aprovação da lei de responsabilidade fiscal em 2000, estabeleceu-se uma base mais sólida para gestão fiscal, com fortalecimento da capacidade de o governo brasileiro tomar crédito (Silva & Medeiros, 2009).

No entanto, enquanto avanços ocorriam no lado fiscal, crises externas afetaram significativamente a gestão da dívida. O processo iniciado em 1996 de alongamento dos títulos prefixados inicialmente com prazo de 3 meses de maturidade, por meio de emissão das Letras do Tesouro Nacional (*LTN*) para 6 meses e, posteriormente, para 2 anos em 1997, é interrompido brusca-mente com a crise asiática. Com a crise da Rússia, em 1998, as emissões de títulos prefixados pelo governo brasileiro foram suspensas, a gestão tendo como instrumento viável apenas as Letras Financeiras do Tesouro Nacional (*LFT*), títulos flutuantes indexados a taxa de juros de 1 dia, a *SELIC*.

O resultado líquido (i) da tentativa de alongamento da dívida a taxas prefixadas e (ii) da demanda do mercado por títulos indexados impostas por crises externas foi a diminuição na participação de títulos prefixados na carteira total, que recuou de 27% no volume da dívida mobiliária federal em 1996 para 2% em 1998. Com as crises externas, as *LFTs*, que foram eliminadas do estoque em 1996, dando lugar às *LTNs*, cresceram para quase metade do total de dívida em poder do público (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

Mesmo com a busca do alongamento da carteira de dívida pública, com o início da emissão das Notas do Tesouro Nacional, série C (*NTN-C*), título indexados ao (*IGP-M*), de 10 anos, gerado pelo conhecimento empírico sobre o menor risco destas carteiras, as experiências das crises externas, que implicaram em volatilidade exacerbada no perfil da dívida pública, reforçaram a necessidade de aprimoramento nas modelagens de risco, buscando-se uma gestão mais técnica e eficiente. Nesse contexto, visando avançar nos mecanismos de gestão, em 2001, o Tesouro Nacional apresentou o Primeiro Plano Anual de Financiamento com o objetivo de apre-

sentar as diretrizes da gestão da dívida, incluindo (i) metas explícitas para variáveis relevantes e (ii) ações a serem tomadas para buscar a consecução dessas metas.

Com aperfeiçoamento das análises de risco e menor aversão ao risco brasileiro, em 2002, inicia-se a captação com as Notas do Tesouro Nacional, série B (*NTN-B*), papéis indexados ao Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (*IPCA*) com prazo de até 30 anos. Em 2003, as Notas do Tesouro Nacional, série F (*NTN-F*), títulos prefixados com mais de 2 anos entram no cardápio de emissões (Silva & Medeiros, 2009).

Buscando ampliar a base de investidores, o governo altera lei tributária em 2006 reduzindo para 0% a alíquota de imposto sobre os ganhos de investidores estrangeiros com títulos públicos. A medida foi eficaz e a participação desse perfil de participantes subiu consistentemente nos anos subsequentes, possibilitando a emissão, pela primeira vez, de *NTN-F* prefixados de 10 anos em 2007 (Silva & Medeiros, 2009).

O comportamento fiscal entre 2003 e 2006, somado à estratégia de alongamento do prazo da dívida e à ampliação da base de investidores, culminou com emissões de títulos brasileiros no mercado externo denominados em Reais, refletindo a percepção de melhora do crédito brasileiro no mercado internacional. As várias iniciativas e esforços do governo brasileiro para dar maior solidez à sua economia levaram ao reconhecimento de agências de *rating* quanto à elevação da qualidade do crédito da dívida do governo brasileiro. Mais especificamente, as políticas governamentais culminaram na avaliação de grau de investimento em abril de 2008 pela *Standard & Poors*, seguida pelas demais agências de *rating* nos meses subsequentes (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

Essa busca pelo alongamento do prazo médio e aumento da participação de prefixados e indexados à inflação seguiu pelos anos seguintes, atingindo em 2018 o prazo médio de 4,3 anos e composição de: (i) 33% prefixado, (ii) 28% indexado a índice de preços, (iii) 35% indexado à taxa flutuante e (iv) 4% indexado à taxa de câmbio. Esses números representam que a carteira está próxima daquela divulgada no Plano Anual de Financiamento de 2018, cuja carteira de longo prazo tem a seguinte composição: (i) 40% prefixado, (ii) 35% indexado à inflação, (iii) 20% indexado à taxa de juros flutuante e (iv) 5% indexado à taxa de câmbio (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

### 3.2 INVESTIDORES EM TÍTULOS DA DÍVIDA PÚBLICA

---

A diversificação da base de investidores é buscada pelos gestores de dívida pública, pois acredita-se que reduz a volatilidade do custo, já que haverá trocas de posições no mercado secundário entre os tipos de investidores (IMF, 2014). A Teoria do habitat preferido, em que cada tipo de investidor tem preferência por um tipo de título e prazo e que os arbitradores agem para que as curvas de juros tenham suavidade e os negócios entre os participantes ocorram, corrobora a busca pela diversificação da base (Greenwood & Vayanos, 2014). Esse cenário é ideal para a gestão por ampliar o leque de instrumentos disponíveis ao gestor.

Por essa ótica, a dívida pública brasileira evoluiu consideravelmente em termos da base de investidores na última década. De acordo com o Relatório Anual da Dívida (RAD) de 2010 Secretaria do Tesouro Nacional (Vários anos), primeiro ano que há identificação dos detentores finais, 37,7% do estoque era detido por bancos, 30,2% por fundos de investimento, 14,4% por previdências, 11,6% por investidores não residentes e 6,2%, por outros. Em dezembro de 2017 há evolução na qualidade da base de detentores com fundos de previdência, ampliando a participação para 25,5% e redução em Fundos de Investimentos com 25,2% e Instituições Financeiras com 22,3%, 14,9% distribuídos em outras categorias, como fundos de governo, seguradoras, pessoas físicas dentre outros. Por outro lado, a perda do grau de investimento levou à redução da

participação de estrangeiros para 12,1%, ainda que, em perspectiva histórica, tenha avançado de 0% em 2006.

Cada tipo de investidor tem preferências na alocação de recursos. Os fundos de previdência têm como função serem o veículo para recolher contribuições ao longo da vida dos participantes para gerar fluxo futuros aos contribuintes, especialmente no momento da aposentadoria, e por isto estão vinculados à demanda por ativos de longo prazo, com destaque aos indexados à inflação. A composição destes participantes em 2017 era de 51% em títulos indexados a índice de preços, 26% prefixados e 23% a taxas flutuantes. A distribuição por prazos mostrava que apenas 7% venceria em até 1 ano, 23% entre 1 e 3 anos, 32% entre 3 e 5 anos e 38%, acima de 5 anos.

Dentro desta categoria estão os fundos fechados, cuja preferência pelo longo prazo é resultado da rigidez de resgates antes da aposentadoria, e os fundos de previdência abertos, que atraem investidores de longo prazo, mas também têm atraído de forma crescente investidores de curto prazo. Isso é resultado da lei n. 11.053 BRASIL (2004b), que permite planejamento tributário e sucessório. Por esta razão, a demanda por títulos de prazo até 3 anos se mantém sólida (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

Dentro da categoria investidores não-residentes há dois subgrupos bem definidos: (i) fundos com visão de longo prazo e (ii) fundos especulativos (*Hedge-funds*). Enquanto os primeiros tendem a buscar títulos de longo prazo ou replicar índices representativos da dívida de um país ou de um conjunto de países e, por isso, serem mais propensos a ficar com o investimento por vários anos, o segundo grupo busca operações que tendem a ser lucrativas em poucos meses, como arbitragens de taxas de juros, ou explorar divergências entre o valor estimado e o valor de mercado. A proporção entre os dois grupos oscilou no passado recente, pois o primeiro grupo tende a preferir países com selo de bom pagador, com nota *investment-grade*, enquanto o segundo busca retorno em todos os níveis de risco. A posição de não-residentes em 2017 era de 89% da carteira em títulos prefixados e 14% eram títulos de mais de 5 anos, 27% entre 3 e 5 anos e 59%, menores de 3 anos.

Os fundos de investimento são veículos de investimento que se tornaram populares em substituição à poupança por gerar retornos melhores. Contêm, assim, a poupança de curto e médio prazo das pessoas físicas que esperam retornos positivos e sem volatilidade. Para atender a tal demanda, os gestores buscam ativos indexados à taxa *SELIC* diretamente, com a *LFT*, ou indiretamente, através de prefixados conjugados com derivativos. Para atender à expectativa dos cotistas, os fundos apresentavam composição de 25% em índice de preços, 14% prefixado e 61% indexado a taxas flutuantes e com prazos de vencimento de até 1 ano para 12% da carteira, de 1 a 3 anos para 25% da carteira, 3 a 5 anos para 42% e 21% em ativos com prazo de vencimento de mais de 5 anos (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

O quarto grupo é composto por instituições financeiras, que adquirem títulos públicos por três razões: (i) para ganhos de intermediação entre participantes de mercado, (ii) posições especulativas e (iii) por obrigações regulatórias. Para cumprir essas funções, os bancos mantêm carteira diversificada, mas com viés para os títulos de menor prazo. Segundo o Secretaria do Tesouro Nacional (Vários anos), os títulos com prazo de vencimento até 3 anos concentram 60% da carteira, enquanto apenas 17% tem mais de 5 anos.



## CAPÍTULO 4

# MODELAGEM DE CARTEIRAS EFICIENTES DE DÍVIDA PÚBLICA

### 4.1 MODELOS DE *BENCHMARK*

---

Segundo relatório do Banco Mundial, um *benchmark* para a estrutura de dívida é definido por parâmetros de composição de ativos e de prazo médio de vencimento de títulos que o governo gostaria de ter em função das preferências de risco assumido e de custos esperados (IMF, 2014). O processo de desenvolvimento e disseminação de modelos que servem como *benchmark* para gestores de dívida foi liderado em 2001 pelo Banco Mundial e pelo Fundo Monetário Internacional, com a edição de um guia de gestão de dívida pública (IMF, 2014) e também por países como Portugal, Suécia e Dinamarca. Avanços em modelos de *benchmark* de gestão de dívida pública buscam disponibilizar ferramentas adicionais como, por exemplo, medidas de risco associadas a *cost-at-risk (CaR)*, *cashflow-at-risk (CFaR)* e *budget-at-risk (BaR)* (Cabral & Lopes, 2005).

Nos diversos países, o gestor de dívida pública tem a tarefa de administrar o caixa através da gestão dos pagamentos das despesas primárias e da dívida pública, captar recursos em mercado e controlar a carteira de títulos emitidos, buscando o menor custo possível e observando um determinado nível de risco aceitável. Demandas acessórias, ainda que importantes, são delegadas ao gestor sem, contudo, sobrepular a diretriz principal, como buscar (i) o desenvolvimento do mercado de capitais doméstico ou (ii) a ampliação da poupança doméstica (Secretaria do Tesouro Nacional, Vários anos).

A gestão da dívida pública ocorre notadamente por meio de emissões de títulos públicos aos investidores para pagar os compromissos vencidos. A escolha de quais instrumentos de endividamento geram o menor custo e menor volatilidade no fluxo de caixa é o objetivo prioritário. Todas as escolhas carregam algum risco associado, seja a preferência de emissão de títulos indexados à taxa flutuante e ser surpreendido por aumento significativo nesta taxa ou, por outro lado, emitir título prefixado de longo prazo e este se mostrar muito mais caro que a opção de maior risco.

A incerteza sobre o futuro é a base da preocupação com a avaliação de risco. Por esse motivo, a diretriz recebida pelo gestor condiciona a busca pelo menor custo de endividamento ao nível de risco assumido. O risco pode ser visto por duas óticas: os efeitos adversos sobre o gasto público com o aumento do custo com a dívida pública e os efeitos em cascata sobre a

economia derivados dos choques como menor crescimento econômico. As crises presentes em diversos momentos na história dos países, em especial das economias emergentes, têm como um importante fator de indução ou propagação as dívidas elevadas, mal estruturadas e operando sob economias com reduzida diversificação econômica e mercados financeiros pouco desenvolvidos. Com isso em vista, foram desenvolvidas ferramentas para explicitar os *trade-offs* entre custo e risco para a despesa pública e modelos mais completos para simulação da realidade sob efeitos de choques em todas as variáveis descritas e a interação entre elas, com capacidade para análise sob as duas óticas em alguns casos.

O modelo é uma simplificação da realidade, que é complexa, e, com um conjunto reduzido de variáveis descritas na representação simplificada da realidade, pode-se obter o entendimento do relacionamento entre elas para gerar propostas para assessorar na tomada de decisão. Com essas ferramentas é possível testar hipóteses, buscar o entendimento dos impactos dos choques nas variáveis e responder à pergunta: “e se?” (Balibek & Alper Memis, 2012).

Modelos podem mostrar que algumas estratégias dominam outras, mas não devem ser vistas como respostas definitivas, pois se baseiam em pressupostos e simplificações acerca do valor de variáveis e das inter-relações entre elas. É útil, entretanto, para avaliar a consistência das estratégias em diversas janelas temporais, ainda que a aderência à realidade seja mais provável para resultados dos anos seguintes do que no longo prazo. As avaliações com prazo até 10 anos têm sido utilizadas para avaliar os custos e riscos da situação atual com suas características macroeconômicas e financeiras, enquanto testes de longo prazo costumam testar os resultados de longo prazo sob hipótese de variáveis em níveis de equilíbrio estável. Nesse tipo de trabalho, não se avalia a transição entre estágio do momento e aquele do equilíbrio de longo prazo (Risbjerg & Holmlund, 2005).

É possível classificar os modelos pela forma de criar os cenários. Aqueles que modelam arrecadação, despesa orçamentária, resultado primário e taxas de juros em um arcabouço macroeconômico com equações que interrelacionam as variáveis têm a vantagem de serem consistentes, mas introduzem relações rígidas. Pela complexidade, são pouco utilizados. Aqueles que usam simulações estocásticas tem maior uso. Neles, algumas variáveis são exógenas ou determinísticas e, com uso de simulações de Monte Carlo, criam-se trajetórias para as variáveis macroeconômicas e financeiras relevantes. O uso de choques correlacionados nas equações busca garantir a consistência deste tipo de modelo.

Outra forma de classificação é entre modelos determinísticos e estocásticos, utilizados para modelar trajetórias para as variáveis de interesse. Os determinísticos buscam relações entre as variáveis baseadas em comportamento histórico e, com elas, determinar o impacto na variável  $y$  em caso de choque em  $x$ . Os modelos estocásticos geram trajetórias simuladas, de forma que inúmeros cenários de longo prazo, sob diversos choques, podem ser testados com seus resultados, indicando a distribuição de probabilidades para cada risco. Diferentemente dos modelos determinísticos, os modelos estocásticos podem gerar um número muito grande de resultados sob os efeitos de múltiplos choques nas variáveis, de forma a explicitar os potenciais resultados e suas probabilidades (Risbjerg & Holmlund, 2005).

Os países que implementaram estes modelos os têm desenvolvido internamente, o que traz benefícios de capacitação da equipe, garante a transparência na aplicação e compreensão do funcionamento trazendo flexibilidade, bem como propicia discussões de questões relevantes para cada caso.

Como resultado destes modelos, medidas de custo esperado e de risco são derivadas. As medidas mais utilizadas são o custo esperado derivado da média da distribuição, o *CaR* absoluto (*Cost at Risk* absoluto) como o valor de custo máximo esperado a um nível predeterminado de probabilidade, o *CaR* relativo (*Cost at Risk* relativo) medido pela diferença entre o *CaR* absoluto e o custo esperado. Com menor frequência, é usado o *CaR* condicional (*Cost at Risk* condicional) como a média do custo no extremo da distribuição.

No contexto brasileiro, adaptando-se técnicas utilizadas por outros gestores de dívida soberana, o Tesouro Nacional implementou análises de *benchmark*. O primeiro modelo desenvolvido pelo Tesouro Nacional baseia-se em Domingos e Lopes (2004), no qual a fronteira eficiente é derivada, permitindo a identificação da composição de carteiras ótimas, considerando um modelo macro-estrutural de um período.

O primeiro modelo implementado de *benchmark* assume algumas premissas como, por exemplo, o uso de títulos com prazo semelhante, a repactuação total da dívida a cada período e a ausência do prêmio de risco no custo dos títulos. Na análise, Domingos e Lopes (2004) implementam 3 regras de política monetária e calibram parâmetros usando dados históricos. A participação relativa entre títulos indexados à taxa *SELIC* e os prefixados variam conforme a regra escolhida. Se o Banco Central reagir ao desvios (i) da inflação corrente em relação a sua meta e (ii) do crescimento do produto em relação à sua tendência de longo prazo a carteira ótima é composta em sua maior parte por indexados à taxa de curto prazo. No caso do Banco Central, com comprometimento total com a meta de inflação, a carteira eficiente contém predominantemente títulos indexados a *SELIC* seguido de uma pequena parcela de títulos indexados à inflação. Na terceira regra de política monetária, na qual o peso está exclusivamente no crescimento do produto interno bruto, o modelo indica uma crescente participação de títulos indexados à taxa de câmbio.

Com aperfeiçoamento da modelagem macro-estrutural, introduzindo relações endógenas entre taxa de desemprego e inflação, entre crescimento do produto e taxa de juros e entre esta e a taxa de câmbio, novas conclusões são observadas. Situações nas quais a dívida cresce ao mesmo tempo que a inflação podem levar à trajetória explosiva da dívida pública. Com um número mais completo de variáveis modeladas, conclui-se que as carteiras de menor risco estão associadas à presença de títulos prefixados e indexados à inflação e as carteiras mais arriscadas são aquelas com maior proporção de instrumentos indexados à taxa de câmbio e à *SELIC* (Cabral & Lopes, 2005).

Adicionalmente, é proposto um modelo estocástico de finanças no qual a economia tem superavit primário constante e é modelada por equações estocásticas para juros, câmbio e inflação. Para os juros, utiliza-se o modelo CIR (Cox-Ingersoll-Ross) (Cox et al., 1985), para câmbio, o modelo CKLS (Chan et al., 1992) e para a inflação, um processo browniano geométrico. A consistência macroeconômica é buscada através da utilização da fatoração de Cholesky para que os números aleatórios dos processos de Wiener dos três modelos sejam correlacionados. Os instrumentos de financiamento são títulos prefixados, indexados à inflação, à taxa *SELIC* e à taxa de câmbio. Para cada um destes instrumentos, utiliza-se um título representativo com  $n$  períodos de maturidade. O modelo parte da hipótese de *steady-state*, no qual as variáveis estão em seu nível de equilíbrio e flutuam estocasticamente, e o perfil de maturação da dívida é constante com vencimento de uma fração de cada tipo de título. Após calcular os preços dos ativos, o custo de carregamento da dívida para cada carteira e a relação dívida/*PIB*, obtêm-se as volatilidades e retornos das carteiras. O resultado é a fronteira eficiente traçada com as características de retorno e volatilidade da relação dívida/*PIB* para cada carteira que, com a definição do gestor sobre o apetite ao risco da sociedade, determina-se a carteira ótima. As carteiras sobre a fronteira eficiente mostram os *trade-offs* de custo x risco, entre as quais, para reduzir o custo, é necessário assumir mais risco e, para reduzir o risco, é necessário assumir maior custo esperado. As carteiras de maior risco e menor custo estão associadas à maior participação de títulos indexados a *SELIC*. No outro extremo, as carteiras de menor risco e maior custo estão associadas à concentração em títulos prefixados e indexados à inflação, ambos de longo prazo (Cabral & Lopes, 2005).

Em uma nova tentativa de refinamento do risco, é implementado um modelo que introduz alguns ativos da República, trazendo o conceito de gestão de ativos e passivos (*ALM - Asset*

*and Liability Management*). Com essa proposição, o estoque de ativos em moeda estrangeira no Banco Central e alguns ativos indexados à taxa de juros de curto prazo agem com proteção a posições da dívida pública. A partir desse conceito, Alves (2009) propõe um processo de simulação de custos de carregamento de carteiras em estado estacionário. As inovações propostas por Alves (2009) são (i) a avaliação com ótica de ativos e passivos do setor público, (ii) o uso de instrumentos de endividamento com prazos flexíveis e (iii) a implementação de curva de juros baseada em Nelson e Siegel (1987).

Nessa formulação, o parâmetro de erro, *ad hoc*, é positivo para que os títulos prefixados de longo prazo apresentem prêmio de risco em relação à taxa de juros de curto prazo. De maneira análoga, na construção da curva de juros dos títulos indexados à inflação, um parâmetro é introduzido para garantir que o retorno nominal esperado de um título indexado à inflação seja inferior a um prefixado de mesmo prazo. Com o uso de títulos com diversos prazos de maturidade, o estudo de (Alves, 2009) indica que funções de reação do Banco Central afetam o *trade-off* entre custos e riscos. Na política monetária que atribui pesos similares à inflação e ao PIB, a parcela de títulos indexados à inflação nas carteiras eficientes aumenta. Em contrapartida, na regra em que o controle inflacionário é prioridade, estes títulos não estão presentes (Alves, 2009).

Em ambos os casos, nas carteiras de menor custo, apenas títulos atrelados à taxa de câmbio, principalmente pela presença de reservas internacionais, como ativos do setor público, e títulos indexados à inflação estão presentes, implicando um maior risco. No outro extremo, nas carteiras de maior custo, a composição tende a ser direcionada por papéis prefixados e por títulos indexados à inflação. De forma geral, as carteiras eficientes utilizam de vários instrumentos, tanto em termos de indexação quanto de prazo, para reduzir a exposição, mantendo um nível prudente de risco (Alves, 2009).

Os modelos discutidos buscam a formação de carteiras eficientes a partir de conjunto de pressupostos simplificadores como, por exemplo, (i) a caracterização de um regime de *steady-state*, (ii) a manutenção das características das carteiras quanto ao prazo médio e à composição ao longo das simulações, (iii) a inobservância de outros objetivos de política fiscal. As premissas de regime de *steady-state* e de manutenção das características das carteiras é importante para uma análise de longo prazo, evitando a contaminação de condições circunstanciais, que podem induzir um ruído de curto prazo entre o resultado esperado e o resultado obtido.

## CAPÍTULO 5

# ASPECTOS DE TRIBUTAÇÃO

### 5.1 ELEMENTOS GERAIS

---

Os estudos que avaliam tributação nas relações econômicas estão muitas vezes ligados às decisões de política fiscal. A conexão com a dívida pública aparece nas discussões sobre a utilidade da dívida pública (R. Barro, 2003), sustentabilidade (Ghosh et al., 2013), (Fournier & Fall, 2017) ou da estabilização das alíquotas dos impostos (Nosbusch, 2008). Tais análises, entretanto, se mantêm no nível macroeconômico, avaliando tributação na forma de impostos que representem toda a carga tributária ou o resultado fiscal. Estes carecem em estabelecer relacionamento direto entre as receitas dos agentes derivadas dos ganhos com renda fixa e a arrecadação do governo sobre esses ganhos.

Assumindo a validade de que a renda de juros também deve ser tributada, os governos as incluem em ganhos assemelhados às demais rendas obtidas pelos indivíduos. Vários códigos tributários as dividem em renda ordinária e ganhos de capital. A renda ordinária é definida como a renda de salários, ganhos pelo trabalho, dividendos e juros recebidos ou outro fluxo financeiro. O outro conceito é o de ganho de capital, que decorre de valorização do preço de ativos (Harding, 2013).

A separação da tributação sobre renda fixa do resultado fiscal pode ajudar em alguns debates que relacionam política fiscal e dívida pública. Sob o tema de sustentabilidade e fadiga fiscal, o recolhimento de impostos sobre os ganhos de renda fixa introduz relação direta na arrecadação sob aumento dos juros da dívida, ainda que possam ter impactos de curto prazo distintos em função do prazo da dívida e do movimento da estrutura a termo da taxa de juros. Ao avaliar as saídas para o sobre-endividamento, especialmente o caminho inflacionário, a tributação também pode contribuir, pois atua no sentido de reduzir o juro real líquido.

Apesar dos múltiplos caminhos de análise da relação dívida pública-tributação, ela será avaliada neste trabalho apenas como variável relevante na decisão sobre a escolha de como gerir a dívida pública, especialmente nas escolhas de quais os prazos e quais os instrumentos utilizar para captação de recursos que gerem menor custo e risco.

A busca por identificar as reações à presença de impostos é elaborada sob a perspectiva de (i) avaliar se os agentes são mesmo racionais e decidem alocação baseados em retornos após os pagamentos de impostos, (ii) qual é o modelo tributário que evite elisão fiscal e (iii) quais as reações na curva de juros e nos preços dos ativos sob a presença da tributação.

Stiglitz (1983) avalia sob quais condições os investidores racionais evitariam pagamentos de impostos. Utiliza a hipótese de mercado perfeito para, então, relaxá-las o quanto possível para incorporar as imperfeições da realidade. Sob as hipóteses de que os indivíduos são racionais e bem informados e que os mercados são perfeitos, há formas de os indivíduos evitarem o pagamento de impostos. Esse objetivo pode ser atingido se as seguintes características estiverem presentes: (i) todos os agentes podem tomar empréstimos e aplicar recursos à taxa livre de risco, sem restrições de prazo e de volume, (ii) a venda a descoberto de ativos é permitida sem limitação de volume, (iii) não há custos de transação, (iv) tributação exclusivamente na alienação do ativo, (v) transferências de ativos aos descendentes não é fato gerador de impostos, (vi) é permitida venda e recompra, ou seu inverso, de um ativo em um curto espaço de tempo, (vii) a base de cálculo do imposto de renda é a renda ordinária deduzido dos juros pagos em financiamento e (viii) é permitido compensar perdas de capital com a renda ordinária (Stiglitz, 1983).

Sob este conjunto de regras, há quatro estratégias que permitem compensar os ganhos com as perdas, inclusive para renda ordinária. Na primeira, a estratégia de *lock-in*, os ganhos com ativos financeiros têm realização de lucros postergada indefinidamente, até o momento da morte do titular, quando o lucro não é tributado.

A segunda é a estratégia de endividamento, em que se recorre ao mercado tomando recursos emprestados para comprar ativos que estão se valorizando. Como este financiamento gera despesas financeiras com o pagamento de juros e estas são usadas para deduzir da renda tributável, há saldo nulo de renda tributável. Para que a estratégia resulte em perfeita isenção tributária, o empréstimo é usado para comprar um ativo que tenha rentabilidade garantida igual ao custo do empréstimo. Desta forma, o resultado conjugado é um ativo que se valoriza gerando o mesmo retorno financeiro do custo dos juros devidos, mas, como é mantido em carteira, não há fato gerador de cobrança tributária. A subtração dos juros da renda ordinária leva ao imposto zero.

A terceira estratégia é a de rolagem de perdas. Com a compra e venda de ativos com correlação perfeitamente negativa, monta-se um sistema em que um ativo se valoriza e outro desvaloriza. Ao final de cada período, a perda é realizada para anular a renda de trabalho, eliminando a tributação, enquanto o ativo que se valorizou é mantido na carteira, sem que haja fato gerador de cobrança.

A quarta estratégia busca eliminar os custos tributários, aproveitando-se de alíquotas diferenciadas dependentes do período de manutenção dos ativos em posse do agente, como presente nos Estados Unidos. Nela, quando há alíquota maior para operações de curto prazo do que para as de longo prazo, realizam-se as perdas sob alíquotas maiores para compensar os ganhos tributados a alíquotas menores. Desta forma, é possível composição de carteiras com ativos com rentabilidade positiva que são mantidos até atingirem as menores alíquotas e as perdas dentro do período que estão na faixa das maiores alíquotas são imediatamente realizadas. O resultado é que o valor de compensação derivado das vendas em menor volume compensa os valores a pagar dos ganhos dos ativos vendidos em maior volume (Stiglitz, 1983).

Stiglitz (1983) reconhece que, mesmo com as quatro estratégias geradoras de isenção completa de impostos, a arrecadação tributária derivada de ganhos com ativos de renda fixa é uma realidade. Conclui, então, que se deve supor que, ou as hipóteses de mercado perfeito não se sustentam, ou os agentes não são racionais, ou os sistemas tributários são desenhados para

coibir esses mecanismos.

Uma das hipóteses do mercado perfeito elencada por Stiglitz (1983) é a capacidade do agente participar do mercado de aplicações e empréstimos de recursos financeiros sempre à taxa livre de risco. Essa hipótese deve ser relaxada para todos os agentes, exceto os bancos com elevado nível de crédito, pois este pode participar de tal mercado. Tal característica se mostrou relevante para justificar fatos observados nos Estados Unidos. Sob a existência simultânea de ativos isentos e tributáveis, foi possível avaliar as preferências dos investidores. Como os *Municipal Bonds*, títulos de emissão de entes subnacionais, eram isentos de impostos, os bancos compravam estes ativos financiados. Essa arbitragem, conjugação de compra de ativos com retorno isento com o financiamento dedutível, levou à concentração destes títulos, especialmente quando perto do vencimento, nas carteiras dos bancos. Os títulos isentos de longo prazo, cuja arbitragem poderia ser mais arriscada pelo descasamento do prazo, estavam concentrados nas carteiras das pessoas físicas (J. Poterba, 1986).

Os testes da validade da hipótese de que os agentes tomam decisões de alocação baseados em retornos líquidos do imposto se mostram verdadeiros. Com o uso dos dados do imposto de renda dos Estados Unidos de 1988, os agentes com maiores rendas ordinárias e, portanto, maior alíquota, detinham a maior parcela dos ativos isentos de impostos. Segundo os dados daquele ano, os agentes sujeitos às alíquotas mais baixas poderiam ter maiores retornos líquidos ao optarem por títulos não isentos de mesmo nível de risco. Entretanto, uma parcela significativa dos ativos desses investidores eram também títulos isentos, mostrando que a racionalidade pode não estar sempre presente (Feenberg & Poterba, 1991).

Quando o investidor é tributado em função dos ativos que compõe o fundo de investimento do qual é cotista, a informação sobre o nível de renda ordinária e, portanto, a alíquota de imposto sobre juros recebidos, torna-se informação relevante se os investidores avaliam retorno líquido. Auerbach, Burman, e Siegel (1998) encontram que os gestores cujos cotistas são principalmente investidores tributáveis utilizam essa informação como fator de decisão para alocações.

A avaliação do retorno líquido e o uso de planejamento tributário mostraram efeitos relevantes também no mercado acionário quando J. M. Poterba e Weisbenner (2001) demonstra que retornos anormais podem ser sentidos em função de vendas de ações que tiveram como fator de decisão regras tributárias que impactam os investidores individuais tributáveis.

O uso de todas as informações disponíveis foi testado e corroborado ao avaliar se as tomadas de decisões eram *backward looking* ou *forward looking*. Se os agentes decidem baseados em todas as informações e se adaptam a mudanças anunciadas no presente que impactam o futuro, é possível que se altere a tomada de decisão no presente. J. Poterba (1986) mostra que o uso das alíquotas correntes foi insuficiente para explicar a dinâmica de preços dos ativos. No caso de renda fixa, foi testado o impacto das expectativas sobre as alíquotas futuras na variação do *spread* entre as taxas de juros dos ativos isentos e não isentos. Esse exercício foi feito para o aumento de alíquotas no Vietnã durante a guerra e para a redução de impostos de 1964, a reforma tributária de 1969 e a redução tributária de 1981 nos Estados Unidos. Como alterações tributárias normalmente tem um trâmite legal longo, os agentes conseguem antecipar a efetiva introdução das novas alíquotas. O estudo sugeriu que a expectativa é relevante para explicar os movimentos de ampliação e compressão do diferencial de taxas de juros dos ativos.

Os impactos das alterações legais de 1986 nos Estados Unidos que eliminaram os incentivos tributários derivados da dedução dos juros decorrentes dos custos de aquisição de títulos de entes subnacionais para os bancos comerciais foi a venda destes títulos pelos bancos. Isso indica que uma parcela da demanda pelos títulos isentos era resultado do retorno adicional da arbitragem tributária. Com essa alteração, as pessoas físicas ganham destaque entre os detentores. J. Poterba (1989) afirmam que modelos que buscam relacionar a diferença entre taxas de juros de títulos tributáveis e não tributáveis a alíquotas de imposto cobrados dos bancos e outras

peças conclusões, assim como que alterações nas alíquotas das pessoas físicas têm melhor poder explicativo sobre os retornos de ativos de longo prazo.

Os impactos sobre os preços e os retornos de ativos de renda fixa são diferentes para cada investidor em função do tratamento tributário que recebe e do tipo de instrumento de renda fixa. Robichek e Niebuhr (1970) mostra que características como o fluxo de pagamentos, com ou sem cupom, o preço de aquisição, acima ou abaixo do par, geram resultados diferentes entre títulos para um mesmo investidor, ainda que tenham mesma *yield*.

O impacto tributário pode ser de tal magnitude que alteraria o formato da curva de juros (Robichek & Niebuhr, 1970), o que leva à conclusão de que as análises da estrutura a termo da taxa de juros sem levar em consideração os impostos teriam qualidade comprometida (Jordan, 1984). Questões como estimação de taxas de juros de curto prazo em momentos futuros através das (*forward rates*) e as decisões de alocação que são derivadas dessa análise têm melhor resultado quando a avaliação leva em consideração os impostos sobre juros e ganhos de capital (McCulloch, 1975). A conclusão dessas relações entre curva de juros e preços de títulos é que a precificação de ativos de renda fixa com cupom é consistente com a avaliação de retorno líquido do imposto de renda utilizando as alíquotas tributárias dos detentores mais relevantes (Litzenberger & Rolfo, 1984).

Mais recentemente GREEN e ØDEGAARD (1997), Elton e Green (1998), ANG et al. (2010) ainda que avaliando exclusivamente o mercado de títulos públicos dos EUA, indicam que as alíquotas de imposto de renda sobre o investidor pessoa física teria impacto irrelevante sobre a curva de juros, ao contrário de Robichek e Niebuhr (1970), Jordan (1984) e McCulloch (1975). Essa conclusão é derivada da capacidade dos *dealers* de arbitrarem por terem menores custos de transação, maior presença no mercado e pela tributação que trata linearmente qualquer ganho ou perdas nos mercados.

Desse conjunto de conclusões deduz-se que se pode assumir a racionalidade dos agentes e que os sistemas tributários são desenhados para evitar a elisão fiscal. Adicionalmente, assumindo a validade dos estudos mais recentes, conclui-se que a estrutura a termo de taxa de juros tende a representar valores compatíveis com precificação isenta de imposto de renda, de forma que o custo para o emissor é invariável em relação a estrutura tributária. Pelo lado da demanda, há indícios de que o investidor é sensível ao retorno líquido do imposto. A combinação desses fatores indica que seria possível direcionar a demanda através de alterações nas alíquotas de imposto de renda.

Essas conclusões corroboram o uso de tributação para induzir alterações no comportamento dos investidores. Ao editar a Lei nº 13.043, criando um novo modelo tributário que coexiste com o modelo em vigor, o gestor público busca direcionar os investidores para títulos públicos mais longos e com risco de mercado ao introduzir que a alíquota é decrescente pelo prazo e na qual instrumentos indexados a taxa de juros de curto prazo são computados pelo prazo da repactuação do indexador (BRASIL, 2014).

### 5.3 ESTRUTURA FISCAL BRASILEIRA

---

O arcabouço legal brasileiro segrega a renda por fato gerador, havendo regras específicas para os ganhos com investimentos financeiros. Dentro do contexto brasileiro, há ainda regras tributárias diferentes por tipo de investidor e tipo de veículo de investimento. As pessoas físicas que, em última instância, são titulares dos investimentos, sejam eles detidos diretamente ou através de produtos de investimento, são as taxadas.

O investimento direto em títulos de renda fixa é regido pela Lei nº 11.033 BRASIL

(2004a) que determina a regra geral de tributação de imposto de renda fixa e trata todo o retorno de forma igual, seja ganho de capital ou juros. O fato gerador é a alienação do ativo ou o recebimento de juros ou amortização. Sob essa regra, a alíquota aplicada é variável e definida pelo prazo entre a data de aquisição e o fato gerador, com as alíquotas (i) 22,5% para investimentos até 180 dias, (ii) 20% para prazos entre 181 e 360 dias, (iii) 17,5% para prazo de 361 e 720 dias e (iv) 15% para investimentos mantidos por mais de 721 dias.

Segundo esta mesma legislação, se o investimento for feito através de fundos de investimento, as alíquotas e prazos se mantêm se o veículo preservar prazo médio dos ativos maior que 365 dias. Nesta situação introduz-se a figura do "come-cotas" como uma antecipação do pagamento do imposto de renda que, como um novo fato gerador, a cada 6 meses, aplica-se o imposto sobre os ganhos utilizando-se a alíquota de 15%. Se o fundo mantiver prazo médio dos ativos em menos de 365 dias, sendo denominados curto prazo, a alíquota do come-cotas é 20%. Sendo tratado como antecipação de imposto, no momento do resgate o valor pago é deduzido devido.

Outra opção disponível para investimento em renda fixa é através de veículos de caráter previdenciário conforme *Lei nº 11.053* (BRASIL, 2004b). Para este caso, a legislação também define o prazo de manutenção do investimento para definir a alíquota dentre: (i) 35% para recursos mantidos por até 2 anos, (ii) 30% para recursos mantidos entre 2 anos e 4 anos, (iii) 25% para recursos mantidos entre 4 anos e 6 anos, (iv) 20% para aqueles mantidos entre 6 anos e 8 anos, (v) 15% para os mantidos entre 8 anos e 10 anos e (vi) 10% para os mantidos acima de 10 anos (BRASIL, 2004b).

Alternativamente o veículo previdenciário permite que o retorno obtido nos investimentos sejam tratados como renda ordinária e colocado na cesta com rendas de salários e tributado conforme a *Lei nº 13.149* (BRASIL, 2015). Optando por este tratamento a alíquota que é definida pelo nível de renda anual do indivíduo será (i) 0% até o limite de R\$ 22.847,76, (ii) 7,5% sobre a renda entre R\$ 22.847,76 e R\$ 33.919,80, (iii) 15% sobre a renda entre R\$ 33.919,80 e R\$ 45.012,60 ou (iv) 22,5% sobre a renda entre R\$ 45.012,60 e R\$ 55.976,16 e (v) 27,5% sobre o que ultrapassar este valor, para o ano de 2018.

Em adição às formas tributárias citadas, em 2014 foi criado um novo modelo tributário para os fundos de investimento negociados em bolsa de valores (*ETF- Exchange Traded Funds*) (BRASIL, 2014). Nesses fundos, o fato gerador é a alienação das cotas e as alíquotas de imposto são definidas pelo risco de taxas de juros assumido pelo fundo. Quando o prazo médio de reaplicação, calculado como média ponderada pelo volume de cada ativo pelo seu prazo médio e os indexados a taxa *SELIC* com o prazo de 1 dia, (i) for inferior a 180 dias, a alíquota é de 25%, (ii) for entre 180 dias e 720 dias, a alíquota é de 20% e (iii) quando o prazo for superior a 720 dias, a alíquota é de 15%.

O arcabouço brasileiro ainda indica que os investidores não-residentes sofrem tributação de 15% para todos os prazos de investimento em renda fixa, exceto os resultados dos investimentos em títulos públicos, para os quais a *Lei nº 11.312* (BRASIL, 2006) reduz a zero a alíquota. Para as pessoas jurídicas financeiras os ganhos são computados no balanço e tributados a 25% de imposto de renda e 20% de contribuição social sobre lucro líquido.

Com estas inúmeras formas de tributação a associação perfeita entre o custo da dívida pública para cada carteira testada e a arrecadação tributária sobre os ganhos de renda fixa seria de difícil parametrização pois estaria ligada à carteira de cada tipo de investidor e ao veículo utilizado a cada momento.

Para atingir este objetivo para cada carteira testada cada título seria mantido pelo tipo de investidor e veículo observado na dívida pública. A conclusão desta hipótese é distante da realidade pois sob cada carteira a dívida teria uma forma de distribuição de alocação de títulos na economia.

Ao assumir que o investidor marginal é a pessoa física através de fundos de investimento

tem o propósito de simultaneamente comparar os efeitos no custo líquido e no risco esperado das opções de endividamento sob ausência de impostos, sob a lei em vigor e a nova legislação. A relação entre tamanho da dívida pública, do mercado de renda fixa e dos estoques de fundos de investimento sustentam esta escolha.

Enquanto a dívida pública mobiliária federal interna (*DPMFi*) totalizou 3,728 tri em 2018 o estoque de ativos de renda fixa é significativamente superior. A *ANBIMA* apresenta que o estoque de renda fixa, a soma de títulos públicos domésticos, títulos privados e cessões de crédito totalizou R\$ 6,394 trilhões. Para se chegar ao volume estimado de recursos sujeitos ao imposto é preciso ainda adicionar R\$ 1,187 trilhões de operações compromissadas, operações de compra com compromisso de revenda de títulos públicos entre o Banco Central e o mercado, totalizando R\$ 7,581 trilhões (citar RAD, ANBIMA e BCB).

Estes ativos estão alocados como investimentos de pessoas jurídicas e pessoas físicas e através de investimentos diretos ou indiretos. Filtrando deste total apenas os sujeitos à tributação na forma de fundos de renda fixa o volume atingiu R\$ 3,018 trilhões ao final de 2018, segundo as estatísticas da *ANBIMA*.

Ainda que as características do estoque total dos ativos em renda fixa e dos ativos dos fundos de investimento e da (*DPMFi*) não sejam totalmente aderentes é possível assumir que o investidor marginal da dívida pública está sujeito às regras gerais de fundos de renda fixa. A opção pela regra da tributação do fundo de investimento permite a comparação com o a tributação dos fundos negociados em bolsa. A relação entre o perfil da carteira dos *ETF's* e da dívida pública ainda é frágil pela inexistência de histórico desses fundos. Por este motivo a análise com as regras de *ETF's* deve ser lida como qualitativa em relação à tributação de renda fixa.

## CAPÍTULO 6

# CARTEIRA ÓTIMA DE DÍVIDA PÚBLICA SOB EFEITOS DA TRIBUTAÇÃO DE RENDA FIXA

### 6.1 MÉTODO

---

O modelo proposto neste trabalho segue a linha daqueles derivados da avaliação de carteiras de investimento como Bergstroöm e Holmlund (2000) e D. J. Bolder (2003). Mais especificamente, a estrutura assemelha-se à proposta de Silva e Medeiros (2009). O objetivo dessa escolha é estimar custos derivados de cada possível carteira assim como os riscos associados.

Nesta abordagem, é necessário que os fatores de risco associados sejam modelados e projetados. Assim, (i) taxas de juros de curto prazo (*SELIC*), (ii) estrutura a termo da taxa de juros (*ETTJ*) prefixada, (iii) estrutura a termo da taxa de juros indexada à inflação, (iv) estrutura a termo da taxa de juros indexada à taxa de câmbio, (v) taxa de câmbio real e (vi) inflação doméstica são descritos por processos estocásticos que procuram modelar a dinâmica dos fatores de risco. A implementação computacional é conduzida utilizando mecanismos de simulação.

Visando a uma maior consistência com as características do mercado, no qual existem relações de dependência entre variáveis macroeconômicas, as realizações das variáveis aleatórias representativas dos fatores de risco são geradas seguindo uma matriz de correlações. Apesar da limitação do estudo na suposição de dependência linear entre fatores de risco, o modelo segue a teoria tradicional de carteiras, baseado em parâmetros de média, variância e covariâncias.

Objetivando uma maior adequação à realidade dos mercados, devem ser definidas características técnicas desejáveis para as simulações: (i) oscilação da curva de juros ao redor da taxa média, usando um mecanismo de reversão à média; (ii) geração apenas de taxas de juros positivas; (iii) garantia de que a curva gerada seja livre de arbitragem, (iv) estabelecimento de curva de juros com volatilidades que reflitam padrões históricos por segmento da curva; (v) covariação entre taxas dos segmentos da curva refletindo padrões históricos.

Adicionalmente, considerando questões como embasamento teórico e transparência, o modelo de simulação deve seguir estudo reconhecido no mercado e ser de fácil apresentação ao público. Finalmente, o modelo deve ser factível, notadamente em relação à estimação dos parâmetros e à simulação de curvas e preços (Danmarks Nationalbank, 2005).

Os modelos mais conhecidos de modelagem da estrutura a termo da taxa de juros podem ser divididos entre os (i) de equilíbrio e os (ii) de não-arbitragem. Os modelos de não-arbitragem

utilizam os dados atuais de mercado como *input*. Com o uso das taxas *spot* derivam as taxas *forward* instantâneas e a estimativa da trajetória da taxa de curto prazo.

Nos modelos seminais dessa modalidade como, por exemplo, o *HJM* proposto por Heath, Jarrow, e Morton (1990), a volatilidade das taxas *forward* é constante. Nos modelos desenvolvidos posteriormente, a volatilidade passa a ser descrita para cada taxa *forward* como, por exemplo, no *LMM* (*Libor Market Model*).

Os modelos de não-arbitragem apresentam grande apelo aos operadores de derivativos de taxas de juros, pois permite que os preços de *caps*, *floors* e demais derivativos dependentes de trajetória da taxa de juros sejam compatíveis com a precificação do modelo de Black para opções e aderentes aos preços de mercado no qual as volatilidades não são constantes ao longo da curva de juros.

A virtude dos modelos de mercado constitui, em contrapartida, a fragilidade dos modelos de equilíbrio. Ao especificarem um número limitado de parâmetros, os modelos de equilíbrio têm dificuldade de ajustamento aos dados de alta frequência observados no mundo real, tornando-se uma abordagem inadequada, caso a modelagem foque na aderência a preços e taxas negociados no mercado a cada instante.

A virtude dos modelos de equilíbrio está em sua origem, que busca a descrição de uma economia que reflita teoricamente a evolução estocástica de vários fatores macroeconômicos, considerando preferências de um investidor representativo do mercado. A derivação endógena de sua estrutura a termo e sua dinâmica, assim como o fator dos prêmios de risco derivado de conceitos de uma economia em equilíbrio, faz com que modelos de equilíbrio sejam muito usados (IGPC, 2007), (Danmarks Nationalbank, 2003).

Outra abordagem, dissociada dos modelos de equilíbrio e de não-arbitragem, é apresentada por Greenwood e Vayanos (2014) e derivada da literatura de habitat preferido do investidor. Esta abordagem advém da observação de que cada tipo de investidor tem demanda diferente por um segmento da curva de juros.

Desta forma, a taxa de juros para cada prazo é derivada da interação entre demanda da clientela e a oferta de títulos desejados. Sob a presença exclusiva de demandantes com habitat preferido e ofertas do emissor a curva ficaria segmentada representando as distorções momentâneas. A curva de juros se torna contínua sob atuação dos arbitradores avessos ao risco que ao por não ter segmento de curva preferido buscam capturar as distorções corrigindo os desbalançamentos entre oferta e demanda local e conectando os segmentos de curva (Greenwood & Vayanos, 2014).

Esse modelo tem a fragilidade da possibilidade de endogeneidade quando a estrutura de vencimentos dos títulos públicos é determinada pelo governo, de forma que as ofertas sejam reação à demanda dos clientes, invertendo as conclusões e comprometendo os resultados.

Considerando as aplicações do mundo real, os gestores de dívida nas análises de cenários de longo prazo têm escolhido modelos de equilíbrio como o *CIR* (Cox-Ingerson-Ross) (Cox et al., 1985) ou o modelo de Nelson-Siegel (Nelson & Siegel, 1987) como os geradores de curva de juros. O modelo de Nelson-Siegel foi escolhido pelos governos de Portugal e Turquia, que procuram avaliar o risco para prazo de até 5 anos, e Canadá e Suécia, que buscam avaliação de longo prazo, enquanto o modelo *CIR* foi usado por Dinamarca, Brasil e Portugal.

Cox et al. (1985) afirma que a construção do modelo com uso de preferências do consumidor, aversão ao risco, alternativas de investimento, contemplando portanto elementos relevantes compatíveis com o comportamento maximizador e as expectativas racionais de investidores, conferem ao modelo características desejáveis. A simplicidade e tratabilidade do modelo *CIR* com sua derivação analítica para o preço e estrutura a termo da taxa de juros, aliado à sua habilidade de criar curvas *flat*, positivamente e negativamente inclinadas com e sem corcova e distribuição normal para curva de juros de curto prazo, completam características desejáveis e torna-o interessante opção para uso nestas simulações. A simulação em *steady-state*, com taxas

de juros em nível de equilíbrio, sem a busca por descrever com boa aderência aos dados de mercado curto prazo, justifica o uso deste modelo.

No modelo *CIR*, são estimadas as estruturas a termo de taxas de juros prefixadas, indexadas à inflação e à taxa de câmbio. A busca dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\mu$  e  $\sigma$  de cada curva utilizou dados de mercado e foi feita por meio de estimação por máxima verossimilhança. Para a curva prefixada, utilizou-se a série histórica diária da *SELIC* entre 2013 e 2018. Para a curva indexada à inflação, foram utilizadas taxas diárias para o mesmo período para o vértice de 252 dias úteis da *ETTJ* divulgada pela *ANBIMA*.

Para o custo de dívida indexada a câmbio, o modelo foi calibrado com o cupom cambial para o prazo de 1 ano, que é negociado na *B3* (Brasil Bolsa Balcão) e cuja base de dados foi obtida através da *Bloomberg*.

O modelo *CKLS* pode ser descrito como uma generalização do modelo *CIR* no qual o expoente na taxa de juros associada ao termo de volatilidade é uma variável estimável (Chan et al., 1992). Enquanto no *CIR* este expoente é  $1/2$  que busca garantir que a taxa de juros gerada seja sempre positiva neste modelo esta rigidez é eliminada. Com o uso de expoente igual a 1 este modelo foi usado para gerar cenários de taxa de câmbio real. A calibração usou a série de câmbio real entre 2013 e 2018 divulgada pelo Banco Central do Brasil.

Os instrumentos selecionados para o estudo buscam reproduzir as opções reais de endividamento disponíveis ao Tesouro Nacional. Estão presentes no estoque de dívida pública títulos (i) *LTN's*, prefixados sem cupom com prazo de emissão até 4 anos, (ii) *NTN-F's*, prefixados com cupom semestral com prazo de emissão entre 5 anos e 10 anos, (iii) *NTN-B's*, indexados a inflação com cupom semestral com prazo de emissão entre 4 anos e 40 anos, (iv) *LFT's*, indexados à taxa *SELIC* com prazo de emissão de 5 anos e (v) *Global Bonds*, títulos prefixados em dólares emitidos no mercado internacional.

O fluxo de pagamentos de um título ao longo do período de análise é o resultado da sequência de emissões mensais. Enquanto o estoque observado da dívida é composto por fluxos distribuídos em base semestral dependentes das características de datas de pagamento de cupom e de principal que buscam se adaptar a fungibilidade, criação de vencimentos com liquidez, demanda de mercado e simplificação nos fluxos, neste trabalho o estoque é criado fluxos constantes.

Esta substituição de fluxos semestrais por fluxos mensais se adaptam melhor ao estudo atual pois preserva o prazo médio do estoque do instrumento e sua *duration* e introduz a vantagem de capturar os resultados dos pagamentos de impostos e as alterações no custo de emissão a cada passo.

Cada título é representado por um conjunto de fluxos de caixa mensais, na forma de *zero-coupon*. Cada parcela é definida com valor futuro igual a 1. Deriva-se que o preço do título é o somatório dos valores presentes destas parcelas utilizando-se a taxa de juros zero correspondente para o prazo. Exemplificando um título prefixado de 10 anos é a soma dos valores presentes de 120 parcelas mensais de valor futuro igual a 1.

Essa estrutura traz vantagens por representar duas características importantes de gestão: (i) introduz pagamentos periódicos para cada título, mimetizando títulos com cupom, mesmo utilizando títulos *bullet* e (ii) apresenta a regra de rolagem, explicitando que títulos de longo prazo têm menor rolagem a cada período do que os títulos de curto prazo.

A rolagem é o procedimento no qual há emissão da parcela mais longa do título, aquela que vence em 120 meses no caso do título de 10 anos, para pagar o valor vencido. Como os valores entre a parcela emitida e a parcela vencida diferem, é introduzida a variável quantidade de unidades da parcela.

Utilizando estas características apresentadas as carteiras serão compostas de títulos prefixados de 2 anos (*P1*), 3 anos (*P2*), 5 anos (*P3*) e 10 anos (*P4*), indexados à inflação de 5 anos (*I1*) e 10 anos (*I2*), indexados ao câmbio de 2 anos (*C1*) e 10 anos (*C2*) e indexado a *SELIC* de 5 anos

(LFT).

O cálculo proposto que busca avaliar o custo esperado para 10 anos é executado com passos mensais. A cada passo as taxas de juros, os preços e os indexadores são recalculados representando o passar de 1 mês. Assim o cálculo de custos sob efeitos do imposto precisa ser avaliado para todos os 120 passos. Como esse método depende de avaliar cada passo de cada simulação, o número de carteiras escolhidas precisou ser limitado. Tomando como hipótese que as carteiras poderiam ter combinações dos 13 elementos listados e que cada título pudesse ter participação entre nula e 100%, com espaçamento de 10% (0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 100%), o universo de possibilidades tomaria tempo excessivo de cálculo.

Considerando os 2000 cenários projetados para os fatores de risco, optou-se por limitar o número de carteiras analisadas visando estabelecer um processo computacionalmente viável. É importante salientar que, atualmente, o procedimento conduzido pelo Tesouro Nacional implica um número reduzido de carteiras analisadas com posterior otimização da fronteira com o uso de custo esperado e covariância entre as carteiras.

A limitação das carteiras avaliadas passa em um primeiro processo ligado a restrições de mercado enfrentadas pelo gestor da dívida pública. A demanda por cada ativo está ligada, não exclusivamente, à base de investidores, aos cenários fiscais de crescimento e de inflação prospectivos e à aversão a risco. A escolha do gestor também tende a ser influenciada questões ligadas ao fluxo de caixa projetado e aos custos e riscos esperados.

A avaliação de carteiras selecionadas também é justificada pela minimização do custo do instrumento. Dado que o estoque ideal de cada título não seja determinado por critérios objetivos, pois são resultado de demanda não-controlada por prazo e por tipo de investidor, expectativas dos gestores sobre custo, projeções de fluxo de caixa do governo, busca por construção de curva de juros com *benchmarks* líquidos, desvios em torno desse volume tendem a gerar custos adicionais. Esse custo adicional advém da falta de liquidez quando o volume é pequeno e pelo excesso de oferta quando ultrapassa o volume ótimo D. S. D. Bolder (2011).

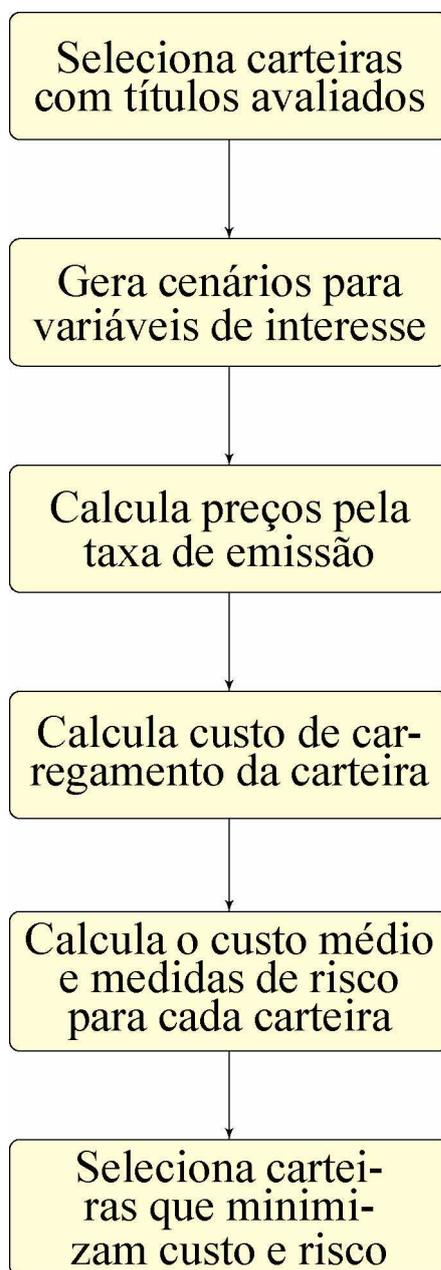
As alternativas para tratar a adequação das carteiras finais a restrições de demanda e, conseqüentemente, a busca volumes ideais, são simular todas as carteiras e excluir ao final aquelas com composição inadequadas sob a ótica dos gestores, como Portugal (IGPC, 2011); introduzir no modelo custos explícitos para desvios do volume ideal, como Canadá (D. S. D. Bolder, 2011); ou simular apenas as carteiras possíveis, como feito no Brasil (Silva & Medeiros, 2009).

Neste trabalho adotou-se que o universo de carteiras de interesse seria constituído apenas de carteiras mais prováveis. A escolha discricionária eliminou todas as possibilidades de 1 título representar mais que 30% do estoque da dívida, exceto a *LFT*, cujo limite foi de 50%. Os títulos prefixados, indexados à câmbio e à inflação estão representados com pelo menos dois instrumentos com prazos diferentes o que permite que conjuntamente a carteira possa conter 60% de risco da mesma *ETTJ*. Como há apenas um título indexado à taxa de juros de curto prazo a este foi permitido atingir maior participação.

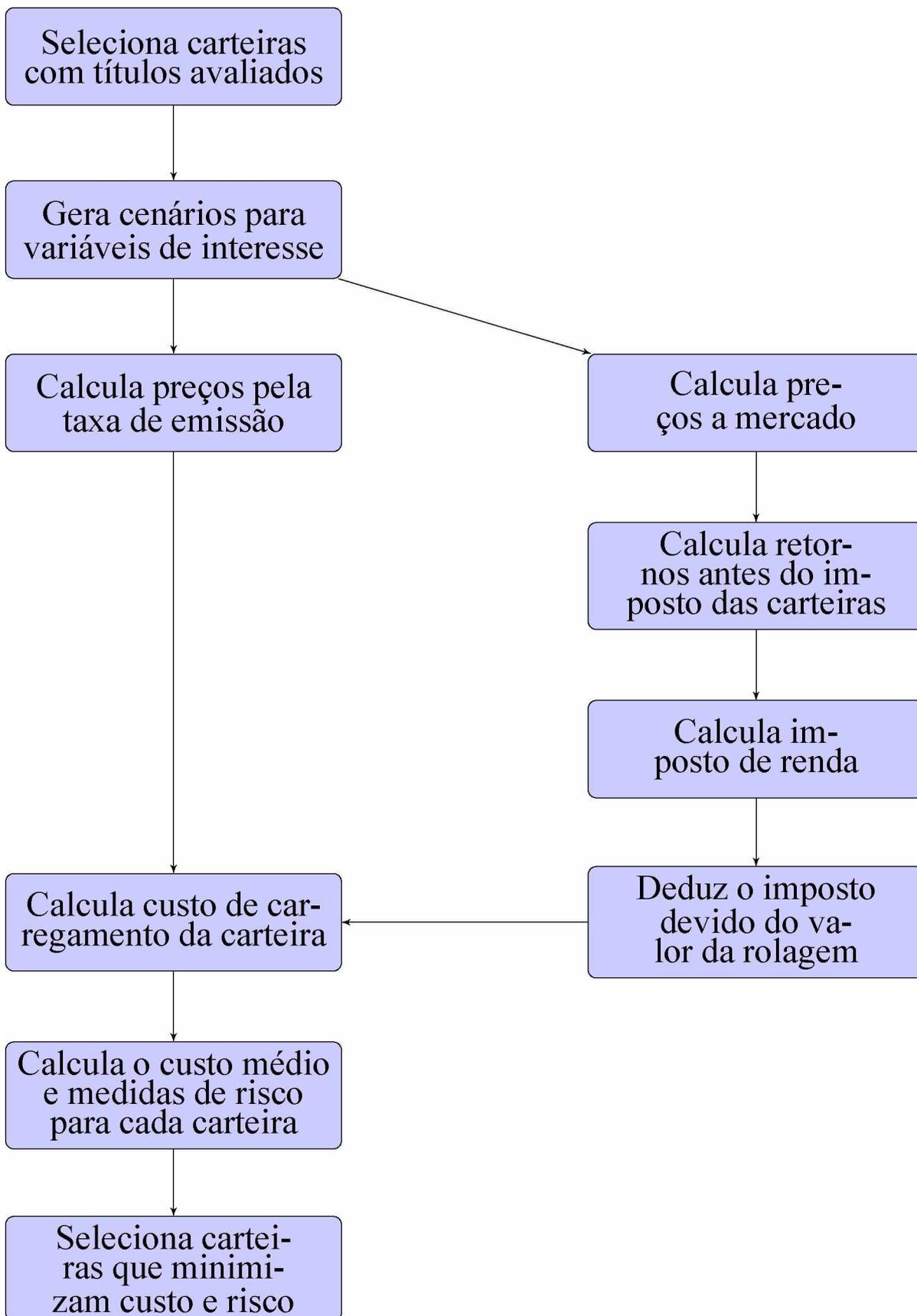
Com essa limitação, o número de carteiras atingiu a marca de 20.507 carteiras para serem avaliadas. Essa restrição, entretanto, não compromete o objetivo do trabalho, que é comparar custos e riscos de carteiras selecionadas com e sem a aplicação da tributação.

A simulação assume que a dívida pública é gerida mantendo a composição de cada carteira testada estável e os títulos públicos emitidos são os ativos de um fundo de investimento cujos cotistas são pessoas físicas. Essa característica determina que a avaliação da carteira é feita como uma unidade para fins de tributação.

A simulação é performada de 3 formas: (i) com imposto de renda nulo, ou seja, como se não houvesse tributação sobre os retornos (conforme fluxograma), (ii) segundo a regra tributária em vigor com alíquota única e pagamentos de antecipação de imposto semestral (come-cotas) definida pela Lei nº 11.033 (BRASIL, 2004a), e (iii) com imposto definido para os *ETF-Exchange Traded Funds* pelo risco de mercado assumido, como definido pela Lei nº 13.043 (BRASIL,



De forma mais detalhada, o procedimento é executado com 2000 simulações com passos mensais para um período de 10 anos, totalizando 120 passos para as 20.507 carteiras e para os 3 modelos tributários.



O prazo de análise usado buscou equilibrar a confiabilidade dos resultados e tempo de processamento. Como o modelo é baseado em geração de cenários com o uso de modelos que assumem que a economia está em equilíbrio o aumento do prazo eleva a probabilidade de erro de projeções. Adicionalmente com a definição de uso de títulos de até 10 anos é interessante que o horizonte de análise se estenda pelo prazo do título mais longo para capturar alterações

no seu custo. Assumindo que há maior incerteza em prazos mais longos e portanto a projeção de cenários de longo prazo tende a maiores erros de projeção buscou-se escolher o menor prazo que contenha os títulos mais longos. Desta forma o horizonte de 10 anos atinge estes objetivos. Este prazo é compatível com o utilizado por outros gestores de dívida. O Tesouro Nacional brasileiro ainda que não anuncie qual o horizonte de estudo da carteira ótima mostra a busca desta referência sob o prazo de 10 anos (Secretaria do Tesouro Nacional, 2017).

Na primeira etapa, geram-se 2000 cenários para os valores e trajetórias das variáveis de interesse baseados nos processos estocásticos de cada fator de risco.

Na segunda etapa, cada carteira é avaliada sob os valores obtidos nos cenários para cada simulação. Nesse processo, a carteira selecionada é criada com as proporções estabelecidas de cada título que é avaliado pelo fluxo nominal trazido a valor presente pelas taxas extraídas das curvas de juros. A partir do segundo período, o valor dos ativos dessa carteira é carregado pelo valor de emissão e sofre os efeitos do indexador e do imposto de renda.

Simultaneamente, os ativos são avaliados a valor de mercado para obter o lucro ou prejuízo consolidado da carteira e, sobre este, aplicar a regra tributária adotada. Esse processo, ao assumir que os títulos estão em uma carteira, levam ao benefício tributário da diversificação para os cotistas. Tal hipótese, ainda que seja irreal, pois sabe-se que os ativos estão distribuídos em veículos diversos, é uma boa opção por ser mais conservadora, gerando menor arrecadação tributária, do que a hipótese alternativa, na qual todos os títulos são tributados individualmente sem os impactos da diversificação sobre o retorno mensal e o imposto devido.

A cada passo do exercício vence a parcela de menor prazo do título e é emitida a parcela mais longa. O valor financeiro da emissão é resultado da subtração do valor vencido do imposto devido neste momento. Nesse processo, a taxa média do título é alterada marginalmente com impacto sobre o custo de carregamento. Esse procedimento repete-se pelos 120 passos e para todas as simulações.

A primeira modelagem do imposto de renda assume que os recursos se mantêm em fundo de investimento de longo prazo, de forma que a alíquota é constante em 15% e o fato gerador é o come-cotas semestrais. Assim, o resultado é acumulado e, a cada 6 passos, é tributado se o resultado for positivo.

O segundo modelo de imposto criado para os fundos negociados em bolsa de valores (*ETF's*) também assume que toda a dívida está dentro de um único fundo, permitindo as compensações de resultados entre os títulos. Desta forma, as alíquotas são definidas pelo risco do fundo, sendo 25% para fundos com prazo médio de até 180 dias, 20% para aqueles com prazo entre 180 dias e 720 dias e 15% nos casos de prazo médio acima de 720 dias.

Diferentemente da regra geral, nessa categoria os fundos são isentos de come-cotas, tornando a alienação das cotas o único fato gerador. Para que haja cobrança de imposto foi definido que 25% do estoque é negociado a cada mês, determinando o fato gerador e a cobrança de imposto. A não introdução de uma hipótese de negociação levaria a resultado igual ao cálculo isento pois todo o ganho a valor presente seria acumulado e não tributado. A falta de histórico de fundos sujeitos a esta regra impõe a necessidade de atribuição arbitrária de negociação.

Sob esta hipótese de negociação o custo líquido das carteiras sob as duas formas de tributação se mostram próximos permitindo avaliar os impactos na seleção do custo relativo entre os títulos derivados do diferencial de alíquotas introduzido pela regra específica. Caso o percentual de negociação seja menor indica maior diferimento tributário aproximando os resultados do modelo isento. No caso de atribuir maior percentual de negociação a arrecadação se aproxima de situação de come-cotas mensal.

Ainda que a busca de fronteira eficiente seja baseada em minimização do par métrica-variância medidas de risco adicionais são calculadas. Derivados do conceito de *VAR (Value at Risk)* as medidas *CAR absoluto (Cost at risk absoluto)*, *CAR relativo (Cost at risk relativo)* e *CCaR relativo (Conditional Cost at risk relativo)* são apresentadas.

O *CAR absoluto* é o custo obtido como o valor máximo a 99% de confiança, o que nesta simulação significa o valor que divide os valores no extremo 1% mais caros. O *CAR relativo* a 99% de confiança é um indicador que é a subtração do valor esperado do *CAR absoluto*.

A terceira medida é o *CCaR (Conditional Cost at risk)* que apresenta qual a perda esperada caso ocorra o evento de cauda, 1% dos cenários.

## 6.2 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE

Para este trabalho são estimados com o modelo *CIR* a *ETTJ* prefixada, a *ETTJ* indexada a inflação doméstica e a *ETTJ* indexada a taxa de câmbio. Para cada curva de juros as taxas de curto prazo e os preços são descritos:

$$dJ_t = \alpha(J^* - J_t)dt + \sigma_1\sqrt{J_t}dz_t^1 \quad (6.1)$$

onde  $J_t$  é a taxa *SELIC* no instante  $t$ ,  $J^*$  é a média de longo prazo da taxa *SELIC*,  $\alpha$  corresponde à velocidade de reversão à média da taxa de juros,  $\sigma_1$  representa a volatilidade da taxa de juros e  $dz_t^1$  reflete o incremento decorrente de processo de Wiener.

Considerando o modelo *CIR*, os preços dos ativos prefixados podem ser calculados calculando o valor presente:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)J_t} \quad (6.2)$$

sendo

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + \alpha)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \quad (6.3)$$

$$A(t, T) = \frac{2\gamma e^{(\alpha+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma + \alpha)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \left(\frac{2\alpha J_1^*}{\sigma_1^2}\right) \quad (6.4)$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2} \quad (6.5)$$

Para a taxa real de câmbio, propõe-se o uso do modelo *CKLS* proposto por Chan et al. (1992), com expoente de volatilidade igual a um, cujo processo é apresentado a seguir:

$$dC_t = \beta(C^* - C_t)dt + \sigma_2 C_t dz_t^2 \quad (6.6)$$

onde  $C_t$  é a taxa de câmbio real no instante  $t$ ,  $C^*$  constitui a média de longo prazo da taxa de câmbio real,  $\beta$  é a velocidade de reversão a média da taxa de câmbio real,  $\sigma_2$  é a volatilidade da taxa de câmbio real e  $dz_t^2$  representa um processo de Wiener.

De acordo com Cabral e Lopes (2005), o câmbio real pode ser modelado por um processo de difusão com reversão à media, pois é aceitável que, fundamentada na hipótese de *steady-state*, a taxa real oscile em torno do seu equilíbrio. Em contrapartida, essa hipótese não é aceitável para a taxa de câmbio nominal. A escolha do expoente igual à unidade no modelo *CKLS* implica que a variação do câmbio real não dependa do seu nível.

Para que  $C^*/dC_t$  seja o inverso do desvio da taxa de câmbio de equilíbrio, a equação de câmbio real pode ser reescrita por:

$$\frac{dC_t}{C_t} = \beta \left( \frac{C^*}{C_t} - 1 \right) dt + \sigma_2 dz_t^2 \quad (6.7)$$

Para a modelagem da difusão do índice de preços domésticos, supõe-se um movimento browniano geométrico dado por:

$$dI_t = \mu I_t dt + \sigma_3 I_t dz_t^3 \quad (6.8)$$

onde  $I_t$  é o índice de preços no instante  $t$ ,  $\mu$  é taxa média de crescimento do índice de preços,  $\sigma_3$  é a volatilidade do índice de preços e  $dz_t^3$  reflete um processo de Wiener. Assim,  $\frac{dI_t}{I_t} = \mu dt + \sigma_3 dz_t^3$ .

Propõe-se um processo determinístico para o índice de preços externos:

$$dI_t^e = \mu^e I_t^e dt \quad (6.9)$$

onde  $I_t^e$  representa o índice de preços externo no instante  $t$ ,  $\mu^e$  é a taxa de crescimento do índice de preços externos.

Considerando a taxa de câmbio nominal dada por  $N_t = \frac{I_t}{I_t^e} C_t$  e aplicando o lema de Itô, pode-se descrever o processo por:

$$dN_t = N_t \left[ \frac{dI_t}{I_t} + \frac{dC_t}{C_t} + \frac{dI_t^e}{I_t^e} + 2\rho_{I_t C_t} \sigma_{I_t} \sigma_{C_t} dt \right] \quad (6.10)$$

sendo  $\rho_{I_t C_t}$  o coeficiente de correlação entre a taxa de câmbio real e a taxa de inflação doméstica.

Como resultado dos processos de difusão da taxa de câmbio real e dos índices de inflação interno e externo, obtém-se o processo para taxa de câmbio nominal:

$$\frac{dN_t}{N_t} = \left[ \beta \left( \frac{I_t C^*}{I_t^e N_t} - 1 \right) + \mu - \mu^e + 2\rho_{I_t C_t} \sigma_{I_t} \sigma_{C_t} dt \right] dt + \sigma_{I_t} dz_t^2 + \sigma_{C_t} dz_t^3 \quad (6.11)$$

Com as curvas de juros e os indexadores definidos define-se o carregamento de cada um dos títulos.

Para os títulos indexados à taxa *SELIC* (LFT) assume-se que todos foram emitidos ao par:

$$R_t^{LFT} = J_t \quad (6.12)$$

Custo de carregamento dos títulos prefixados é a média ponderada dos custos de emissão que estão no estoque:

$$R_t^{Pr} = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s}^{Pr} r_{t-s}^{Pr} \quad (6.13)$$

$\omega_{t-s}$  : percentual em  $t$  de dívida emitida em  $t - s$

$r_{t-s}$  : custo de emissão do prefixado em  $t - s$

O custo de carregamento para os indexados a câmbio é composto de variação da taxa de câmbio nominal e a taxa ponderada pelo estoque dos títulos. A taxa média ponderada é dada por:

$$R_t^{FX} = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s}^{FX} r_{t-s}^{FX} \quad (6.14)$$

Assim o custo de carregamento dos títulos indexados a câmbio é:

$$R_t^{FX} = \left(1 + \frac{dN_t}{N_t}\right) (1 + R_t^{FX}) - 1 \quad (6.15)$$

Títulos indexados a inflação de forma análoga o cupom de inflação é a média ponderada:

$$R_t^I = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s}^I r_{t-s}^I \quad (6.16)$$

O carregamento da carteira de indexados à inflação é:

$$R_t^I = \left(1 + \frac{dI_t}{I_t}\right) (1 + R_t^I) - 1 \quad (6.17)$$

Adicionalmente aos cálculos dos custos pela curva utilizados anteriormente, os ativos serão avaliados a valor presente em cada período para o cálculo do imposto de renda devido. As etapas para este cálculo são (i) calcular o preço de cada título ao descontar o fluxo pela taxa de cada parcela, (ii) aplicar o indexador quando necessário, (iii) calcular o retorno no período, (iv) aplicar a regra tributária segundo o modelo aplicado, (v) deduzir o imposto devido da rolagem do período.

O valor a mercado dos títulos será calculado trazendo a valor presente os fluxos. Este processo é necessário para calcular o imposto de renda devido no momento do resgate.

$$VP_b = \frac{VF}{(1+y)^{(T-t)}} \quad (6.18)$$

$VP_b$  = valor presente do título

Com o preço a mercado serão efetuados resgates de parcela de todos os títulos do estoque. A quantidade do título é ajustada pelo imposto de renda pago seguindo:

$$Qt_t = Qt_{t-1} - \frac{(VM_t - VM_{t-1}) * A_t}{VM_{t-1}} \quad (6.19)$$

$VM_t$  : valor de mercado em t

$VM_{t-1}$  : valor de mercado em t - 1

$Qt_t$  : quantidade em t

$Qt_{t-1}$  : quantidade em t-1

$A_t$  : alíquota em t

O custo de carregamento da dívida total é:

$$R_t^D = \lambda_{LFT} Qt_{LFT} R^{LFT} + \lambda_{Pr} Qt_{Pr} R^{Pr} + \lambda_{FX} Qt_{FX} R^{FX} + \lambda_I Qt_I R^I +$$

### 6.3 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Os modelos de escolhas de instrumentos de títulos de endividamento derivados dos equilíbrios macroeconômicos e que buscam minimização da volatilidade das alíquotas tributárias mostram soluções extremas como a escolha de apenas títulos de longo prazo ou combinação deste com o título de curtíssimo prazo. Correlação entre valor presente do título e realizações de variáveis macroeconômicas, gerando *hedge* contra choques, são explicações para escolhas de títulos prefixados, indexados a inflação ou indexados a taxa de câmbio.

Assumindo que há razões que justifiquem a existência de cada tipo de título apresentado,

os modelos de escolha de carteiras de endividamento baseados na teoria de seleção de ativos de investimentos com uso de média-variância buscam apresentar os *trade-offs* entre custo e risco das combinações dos instrumentos. Nesta categoria de modelos é possível integrar as características do mercado analisado e das formas de avaliação de custo para refinar as escolhas que minimizem o custo esperado para cada nível de risco.

Uma diferença importante entre modelos macro e os modelos de finanças é a forma de avaliar o custo. Enquanto os primeiros tendem a supor custo a valor presente e emissão e recompra a cada período este modelo replica o método utilizado nas estatísticas oficiais brasileiras. Nesta o custo da dívida pública é calculado na forma de custo de carregamento do estoque, assim como outros países que seguem a métrica sugerida pelo *FMI* (IMF, 2014). Nesta métrica cada emissão de títulos é registrada no estoque e impacta o custo total pela taxa de juros do momento da emissão até o seu vencimento.

Esta característica torna os instrumentos de longo prazo úteis para a redução da incerteza sobre o custo esperado da dívida pois apenas as novas emissões introduzem variação no custo dos títulos de longo prazo, medido pelo estoque das emissões. Os títulos de curto prazo sofrem de maior incerteza sobre o custo pois vencem em menor prazo e por isto o benefício de ser avaliado por custo de carregamento se esgota rápido. Segundo esta métrica de avaliação de custos utilizada os indexadores impactam o custo a cada período de avaliação. Isto leva a volatilidade dos indexadores ao custo dos títulos indexados.

Ainda que estas conclusões sobre maior incerteza dos títulos de curto prazo que os de longo prazo e de indexados sobre os nominais, quando se avalia os custos em termos nominais, estejam alinhadas com os modelos teóricos propostos, o modelo de finanças mostra que a diversificação entre os instrumentos pode gerar carteiras de menor risco. O efeito da covariância dos custos dos instrumentos indica que há escolhas que minimizam riscos da carteira mantendo o custo constante.

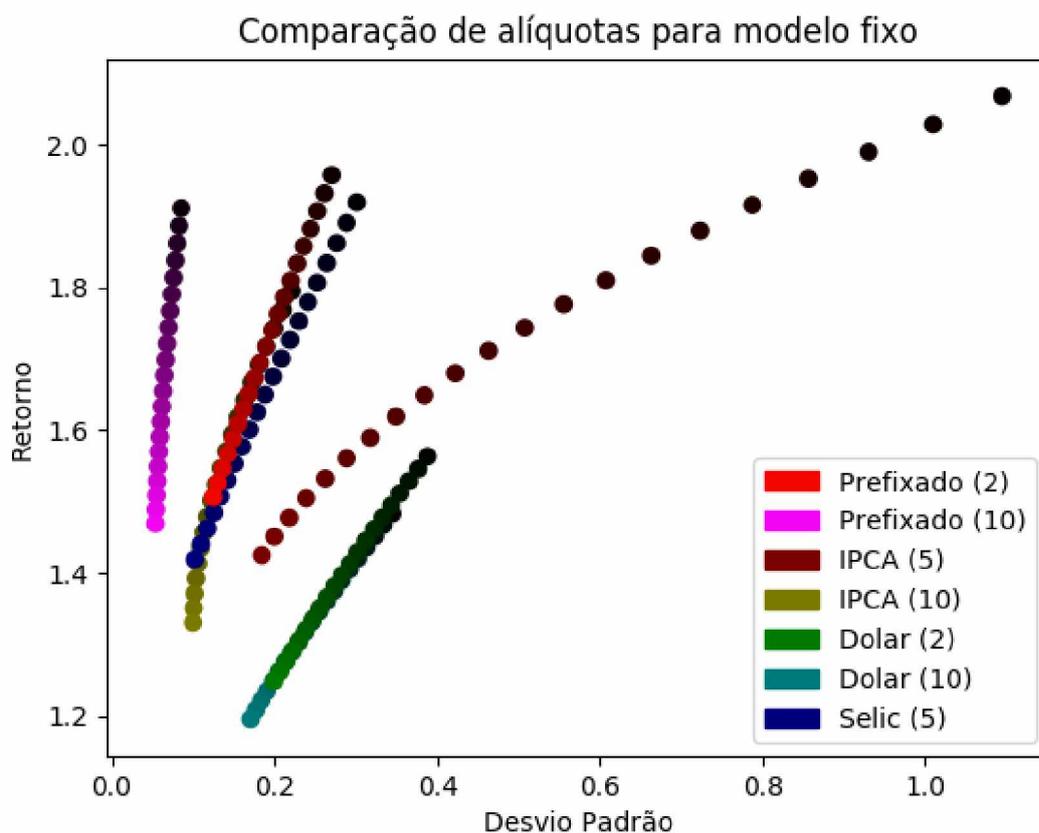
Este trabalho ao avaliar o impacto do imposto sobre os ganhos dos agentes sobre a renda fixa como variável relevante na seleção das carteiras de endividamento do gestor de dívida pública conecta custo da dívida e arrecadação fiscal. As características do arcabouço tributário brasileiro como apresentadas anteriormente introduzem nova fonte de incerteza quanto ao custo líquido de impostos por cobrarem o imposto pela variação do valor de mercado e pela cobrança de impostos de lucros não realizados (come-cotas).

Sob o conjunto de características de fluxos de pagamentos, hipóteses de rolagem e forma de avaliação do estoque parte dos resultados são alterados com a introdução do imposto. Sob as premissas e metodologia apresentadas neste estudo o custo líquido de imposto dos títulos de longo prazo ao serem avaliados a cada período pela capitalização pela taxa de emissão e deduzidos da arrecadação resultante dos ganhos a valor de mercado passam a impactar as escolhas em relação aos modelos anteriores.

A magnitude do impacto do imposto de renda é função da alíquota de imposto aplicada, das características de cada instrumento e da volatilidade dos preços dos títulos. A simulação de aplicação de alíquotas entre 0% e 40% mostram os impactos no custo líquido e na volatilidade.

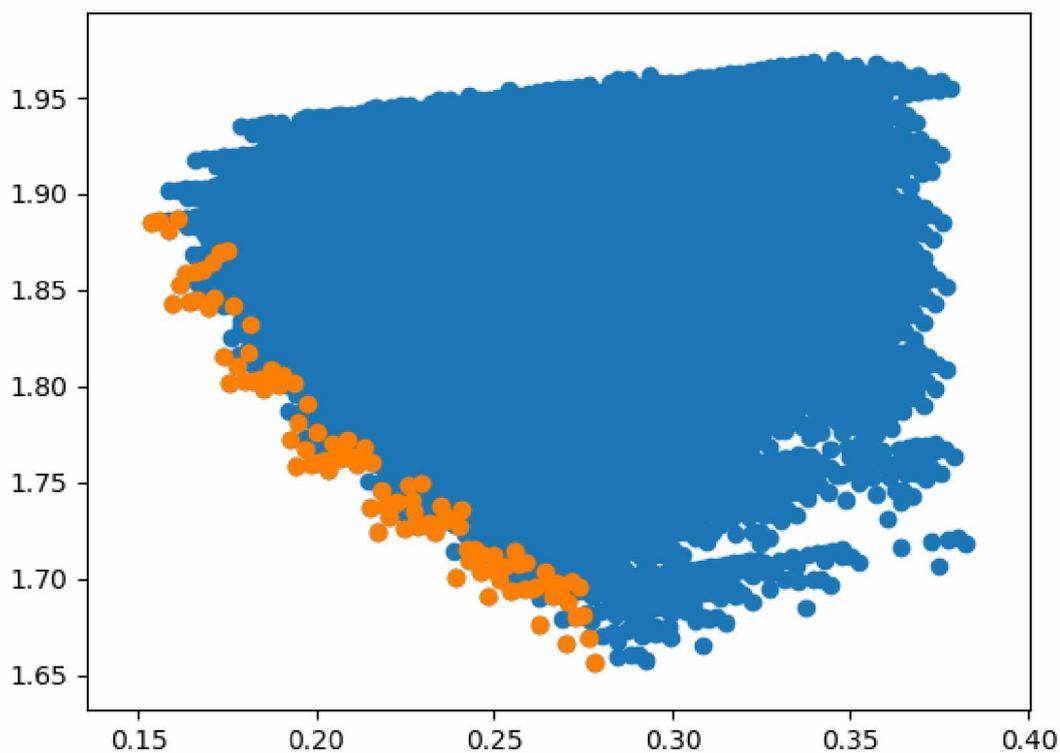
O aumento do imposto de renda atua reduzindo o risco dos títulos. Este efeito é proporcional ao risco. Desta forma os instrumentos de maior risco são os mais afetados. Este comportamento está ligado à maior tributação sobre os investimentos quando há maiores lucros.

Figura 6.1: Impactos do imposto sobre o desvio-padrão



Com o método apresentado cada carteira foi avaliada para as 2000 simulações para cada mês ao longo de 10 anos gerando uma nuvem de pontos no qual cada ponto da figura é uma carteira apresentada por um par custo-risco. Os pontos em destaque são resultado da seleção das carteiras de menor custo para cada intervalo de risco.

Figura 6.2: Carteiras com menor custo sem impostos



Seguindo a metodologia de custos brutos de impostos, como é feita atualmente pelo Tesouro Nacional, a fronteira eficiente tem carteiras com custo entre 1,656 e 1,885 e desvio-padrão entre 0,153 e 0,278.

O custo esperado e o desvio-padrão das carteiras sujeitas a tributação são reduzidos. O intervalo de custo sob o imposto fixo fica entre 1,517 e 1,703 e entre 1,535 e 1,734 sob tributação de *ETF*. O risco passa a ser e 0,113 e 0,226 para fixo e 0,124 e 0,233 no *ETF*.

**Figura 6.3:** Carteiras com menor custo com imposto fixo

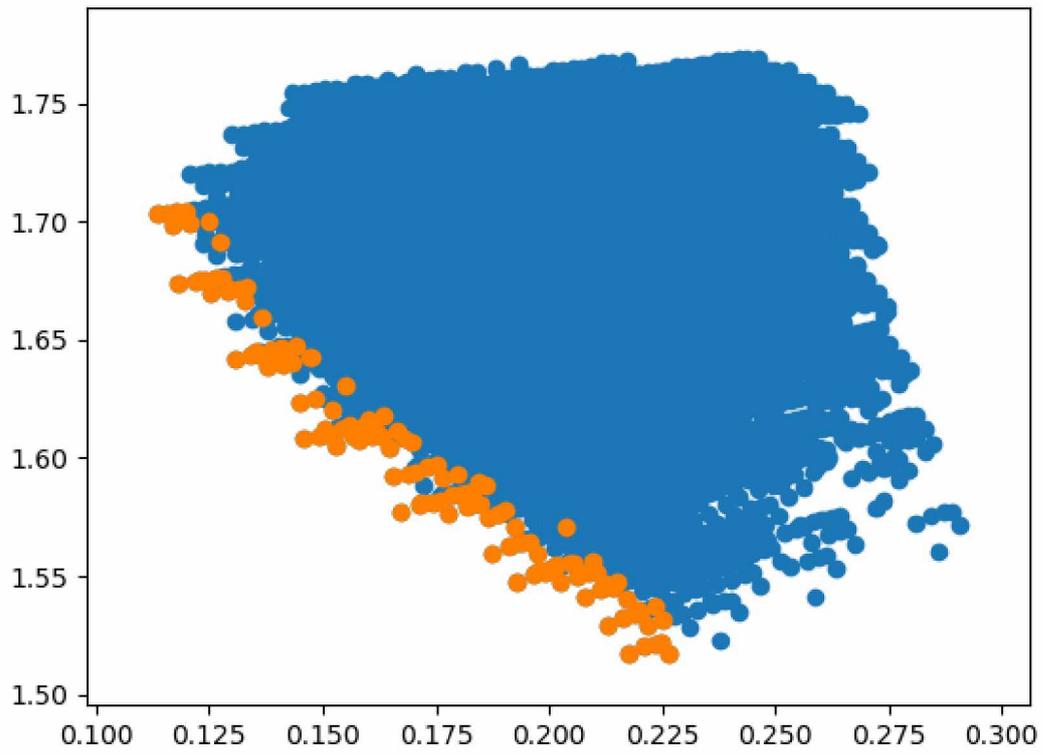


Figura 6.4: Carteiras com menor custo com imposto de ETF

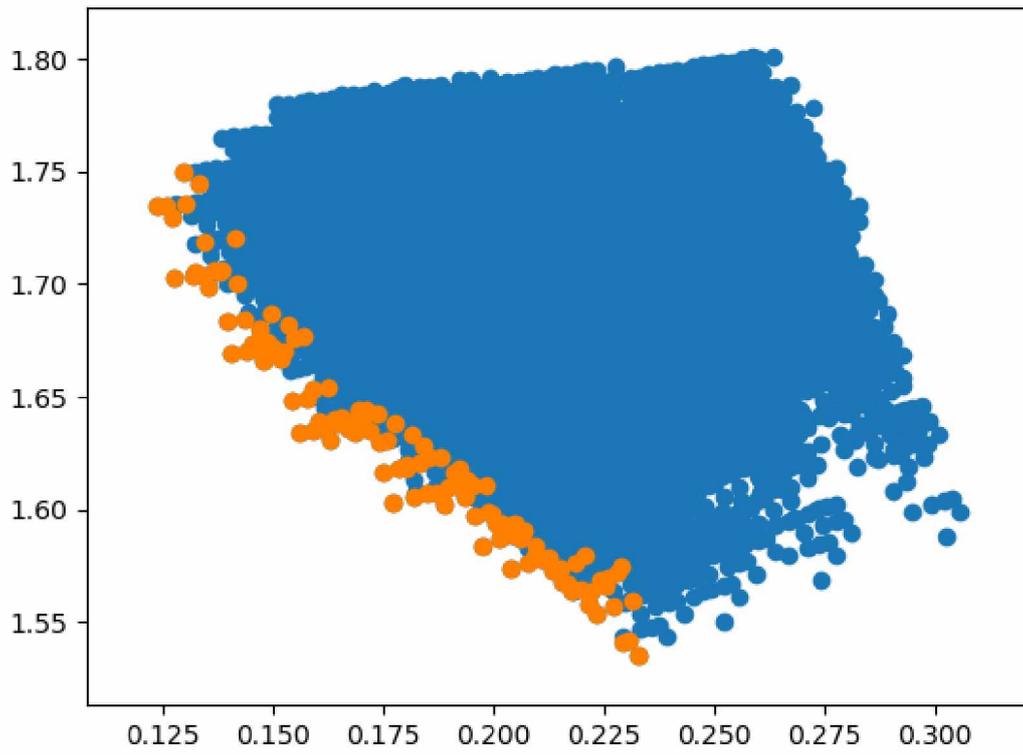


Figura 6.5: Composição das carteiras com menor custo isento

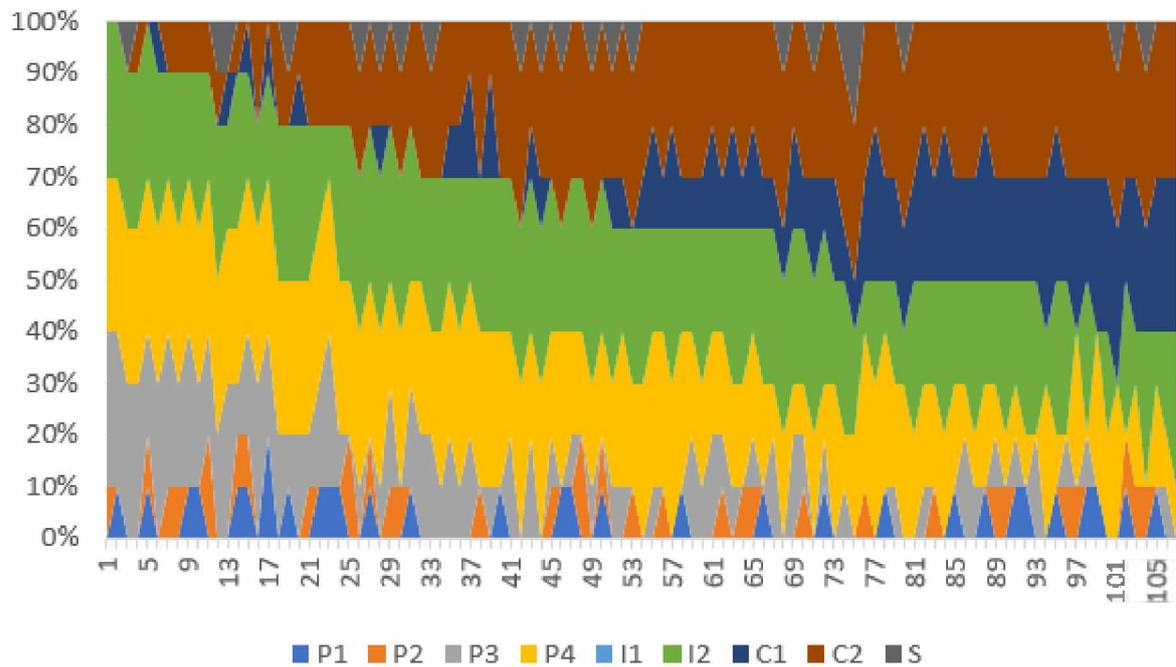


Figura 6.6: Composição das carteiras com menor custo com imposto fixo

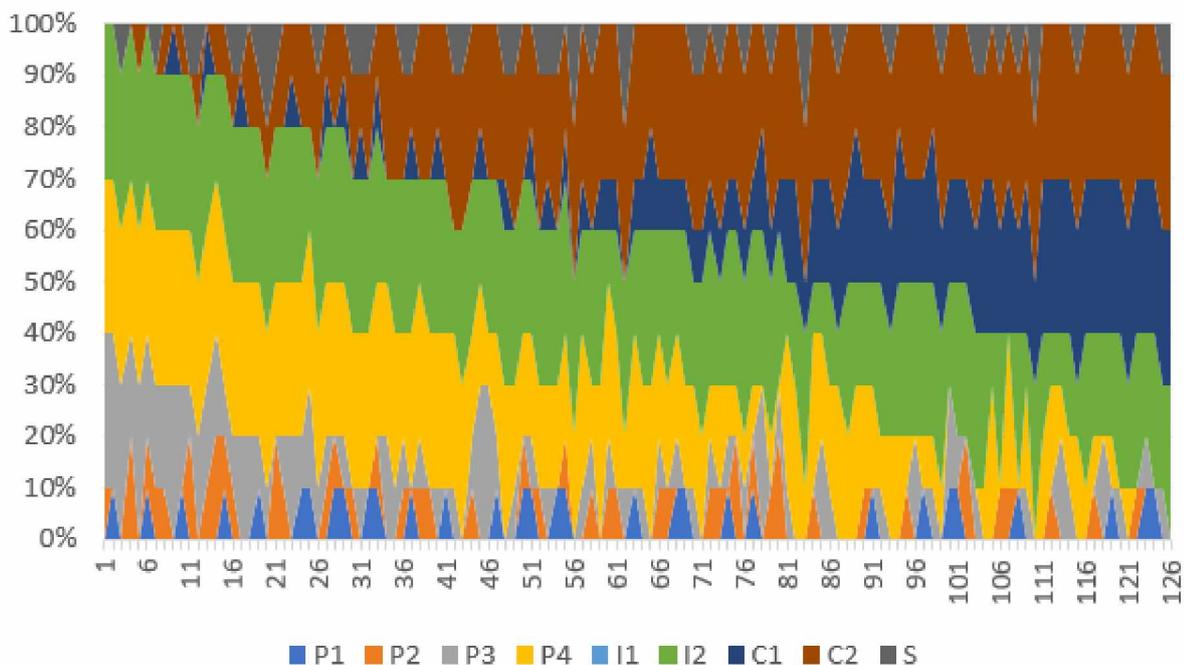
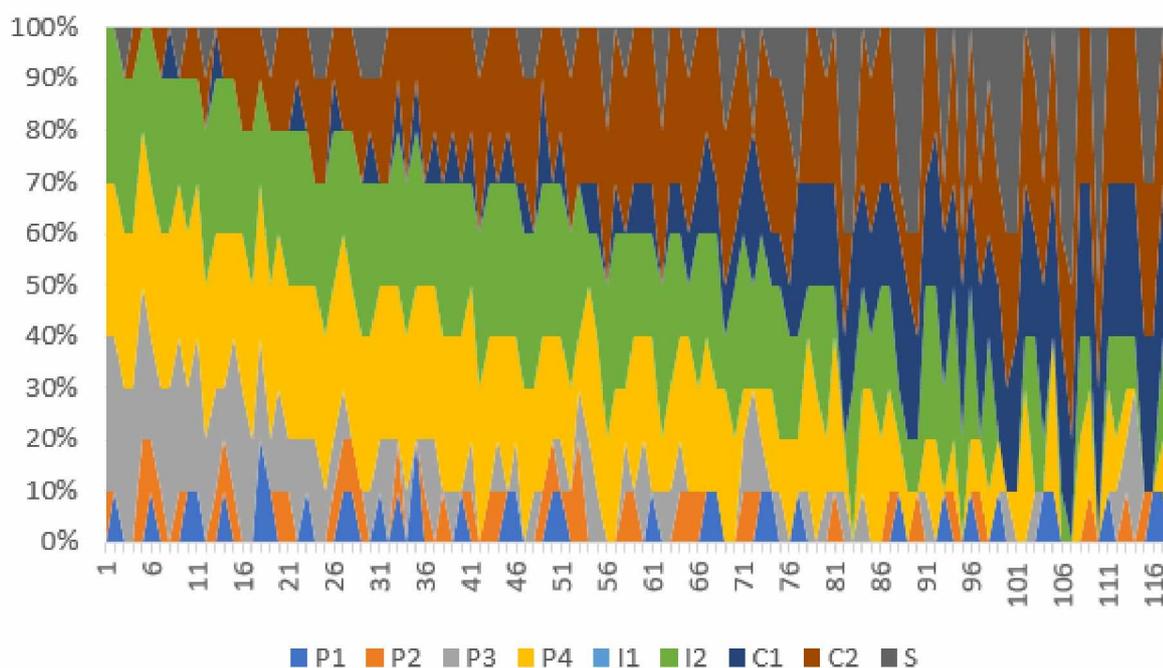


Figura 6.7: Composição das carteiras com menor custo com imposto de ETF



Para avaliar mais detalhadamente o impacto na composição das carteiras sob o modelo em uso e o modelo proposto foram retiradas 10 carteiras de amostra equidistantes em risco de cada fronteira. Para estas são apresentados os gráficos das trocas dos ativos ao comparar imposto fixo e isento e imposto na forma *ETF* e isento. Pode-se observar que as carteiras de menor risco tem elevada concentração de títulos prefixados seguidos de indexados à inflação na proporção de 70% e 30% respectivamente.

As carteiras de risco moderado passam a apresentar títulos cambiais e/ou indexados à *SELIC* com respectiva redução nos títulos prefixados. Este movimento é mais pronunciado nas

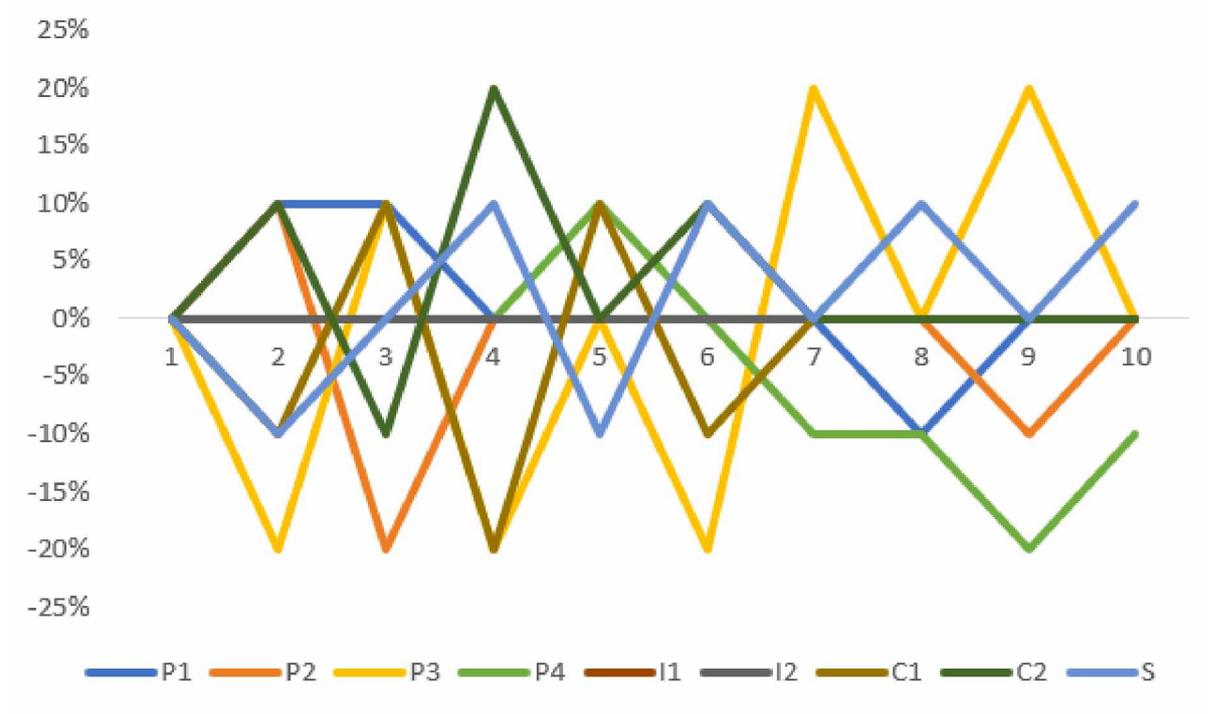
seleções sujeitas ao imposto de renda.

Esta migração continua entre as carteiras de maior risco e menor custo. A redução do risco dos ativos mais voláteis gera a superioridade destes em relação aos prefixados que são mais caros.

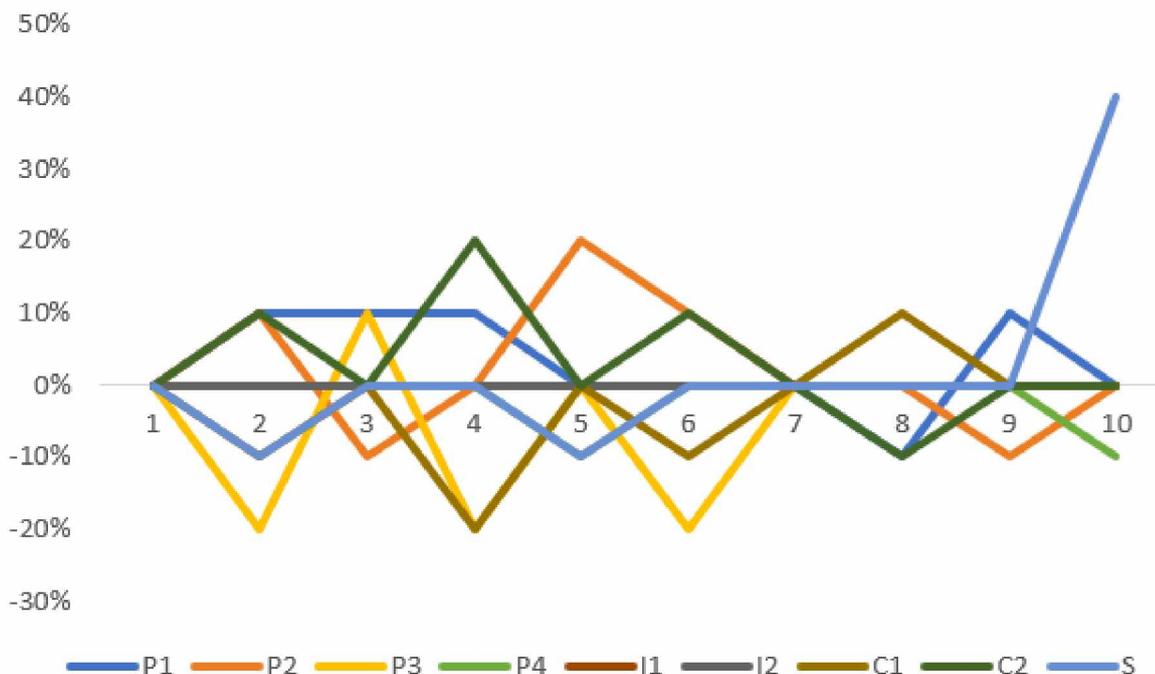
Ambos os modelos de tributação geram conclusões semelhantes indicando maior presença de títulos de maior incerteza na fronteira eficiente, ainda que esta migração seja destacada nas carteiras mais arriscadas.

A diferença das carteiras selecionadas entre os modelos de tributação indica que a frequência de tributação mensal definida pelo giro de 25% a cada passo do cálculo levou a melhor relação custo-risco às *LFT's* nas carteiras de maior desvio-padrão. As carteiras avaliadas pelo modelo fixo com come-cotas semestrais selecionou mais títulos cambiais.

**Figura 6.8:** Trocas nas carteiras ótimas com imposto fixo



**Figura 6.9:** Trocas nas carteiras ótimas com imposto ETF



Destas 10 apresentadas nos gráficos, as 4 nas tabelas detalham as participações e as medidas de risco. O custo líquido impacta o custo esperado das opções e também as medidas de risco. Nota-se como as medidas de risco mostram valores menores sob imposto mas também a fronteira seleciona maior amplitude de risco.

**Tabela 6.1:** Carteiras isentas

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	$\sigma$	C-a	C-R	CCar
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,8854	0,1535	2,3249	0,4395	2,2930
0%	0%	20%	30%	0%	20%	20%	10%	0%	1,7906	0,1976	2,3295	0,5389	2,3504
0%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7010	0,2393	2,3471	0,6461	2,4412
0%	0%	0%	10%	0%	30%	30%	30%	0%	1,6565	0,2782	2,4047	0,7482	2,5403

**Tabela 6.2:** Carteiras imposto fixo

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	$\sigma$	C-a	C-R	CCar
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7032	0,1135	2,0297	0,3265	2,2322
0%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6049	0,1528	2,0260	0,4211	2,3035
0%	0%	20%	20%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5778	0,1904	2,0780	0,5002	2,3603
0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	10%	1,5172	0,2265	2,1114	0,5942	2,4696

**Tabela 6.3:** Carteiras imposto ETF

<b>P 1</b>	<b>P 2</b>	<b>P 3</b>	<b>P 4</b>	<b>I 1</b>	<b>I 2</b>	<b>C 1</b>	<b>C 2</b>	<b>LFT</b>	<b>R</b>	$\sigma$	<b>C-a</b>	<b>C-R</b>	<b>CCar</b>
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7344	0,1236	2,0970	0,3626	2,2564
10%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6359	0,1613	2,0909	0,4550	2,3186
0%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5839	0,1973	2,1144	0,5305	2,3794
0%	0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	40%	1,5353	0,2328	2,1615	0,6262	2,4741

Outra diferença a ser destacada entre as carteiras selecionadas pelos modelos de tributação é o prazo médio. Sob o imposto fixo e sob isenção tributária as carteiras ótimas apresentam média de prazo médio em 3,88 anos e 3,95 anos respectivamente. Em ambas o prazo médio é mais alto nas carteiras de menor risco e menores para carteiras de maior risco. Em ambos os casos o prazo médio se mantém sempre acima de 3 anos.

A seleção de carteiras sob tributação de *ETF* mostra que a regra tributária foi relevante. Lembrando que a alíquota aplicada é em função do prazo médio da carteira sendo 15% se este for superior a 2 anos e 20% se for entre 180 dias e 2 anos. Como o custo líquido para o emissor é menor quando o imposto é mais alto a seleção de carteiras com menor prazo médio indica que o efeito tributário é relevante na seleção. Este prazo médio menor é resultado do aumento de participação de *LFT* que segundo a regra tributária tem prazo médio igual a 1 dia.

**Tabela 6.4:** Prazo médio das carteiras da fronteira

<b>Tipo</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Médio</b>	<b>Máximo</b>	<b>Inferior a 2</b>	<b>Superior a 2</b>
Isento	3,30	3,95	4,75	0,0%	100,0%
Fixo	3,05	3,88	4,75	0,0%	100,0%
ETF	1,31	3,04	4,75	44,3%	55,7%

Nesta etapa são comparados 2 métodos para seleção das carteiras eficientes. No primeiro é através de cálculo de todas as carteiras e selecionadas as de menor custo como descrito anteriormente. No segundo é utilizado o método implementado pelo gestor de dívida brasileiro.

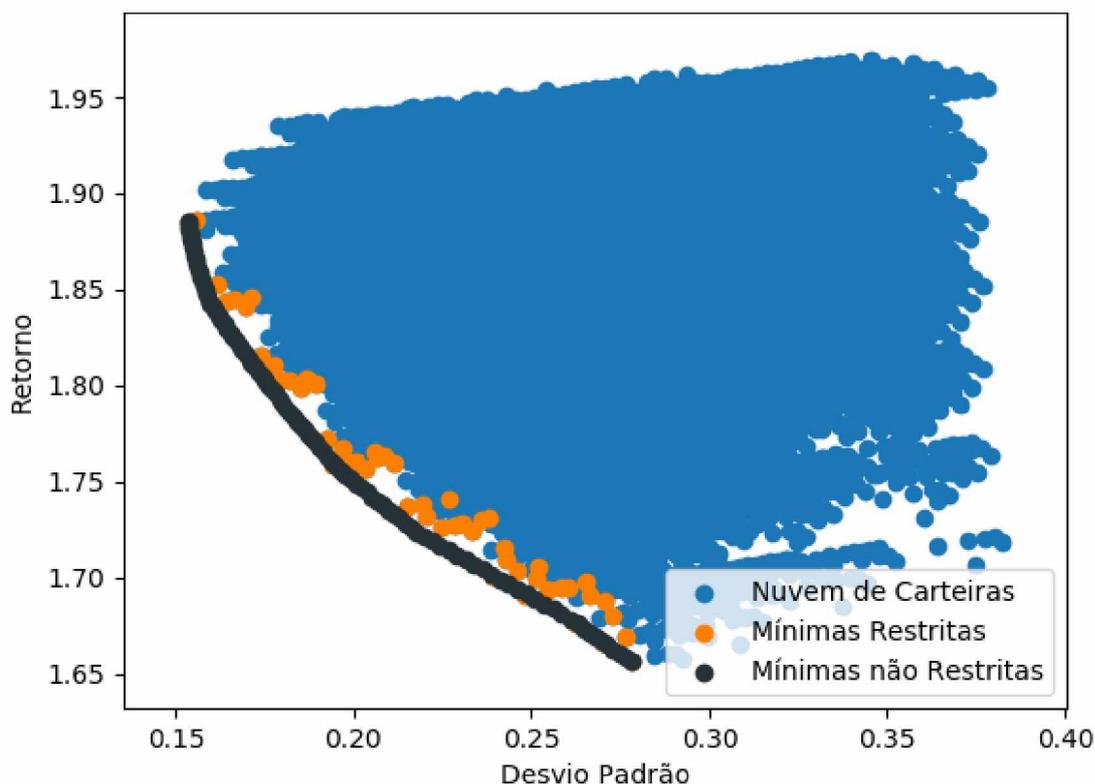
Para esta comparação ambos os métodos utilizaram os mesmo cenários que determinaram iguais custos médios e desvios-padrão para cada título. Este processo foi realizado para seleção de carteiras sem impostos e com os 2 modelos tributários. A seleção das carteiras ótimas pelo modelo do Tesouro Nacional utiliza-se do artifício de determinar que o custo é a subtração do índice inicial,  $I$ , do número índice do custo final gerando custo negativo. Adicionalmente deriva com a simulação de carteiras compostas por iguais proporções (50%/50%) as covariâncias entre os instrumentos. Com estes dados e com o uso de função de otimização interna do *MATLAB* constrói as 100 carteiras mais eficientes.

Para garantir a comparabilidade a seleção de carteiras foi sujeita às mesmas restrições de proporção máxima por título (30% para todos os títulos exceto o indexado à *SELIC* cujo limite é 50%). A otimização gera carteiras com participação de cada título com granulação centesimal.

Estas carteiras geradas pelo processo no *MATLAB* foram submetidas ao cálculo de custos pelo algoritmo desta dissertação. Como apresentado nos gráficos os processos levam a carteiras eficientes sob imposto fixo e isentos, ou seja as carteiras geradas por otimização são as de menor custo para cada nível de risco quando avaliadas junto com todas as demais carteiras da nuvem.

As carteiras geradas pelo processo de otimização sob as regras do *ETF* não se comportaram como esperado e indicaram carteiras não eficientes.

**Figura 6.10:** Carteiras selecionadas e otimizadas sem imposto



**Figura 6.11:** Carteiras selecionadas e otimizadas imposto fixo

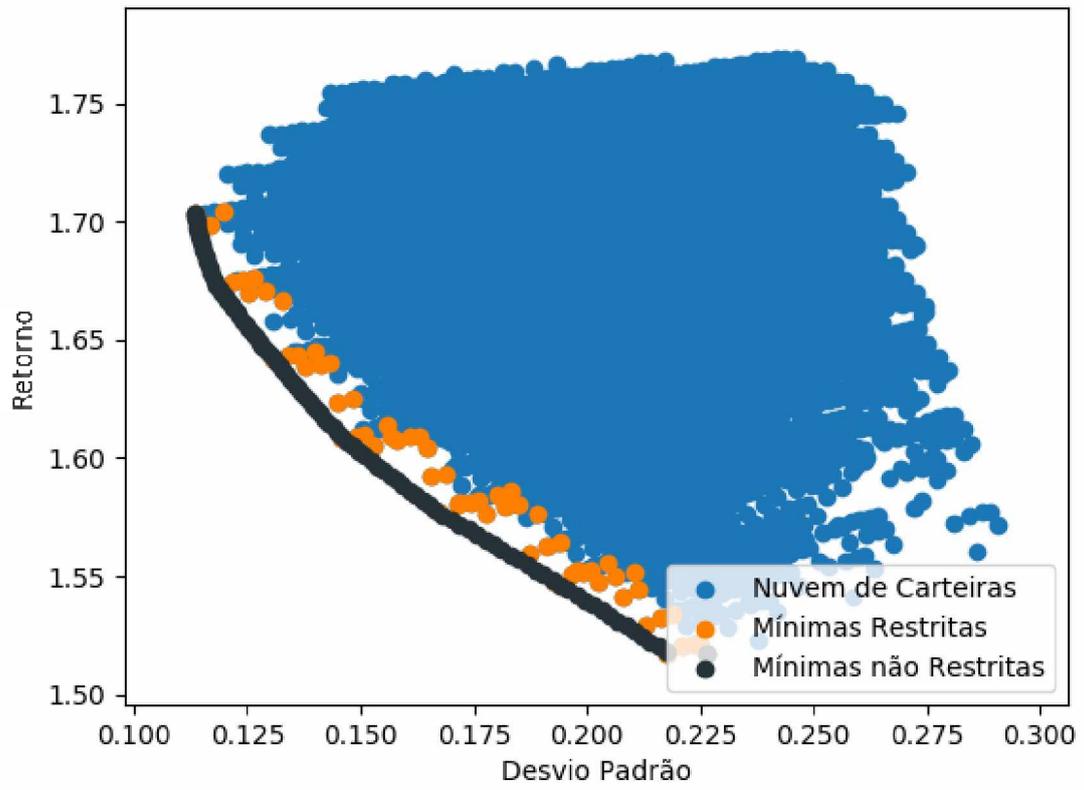
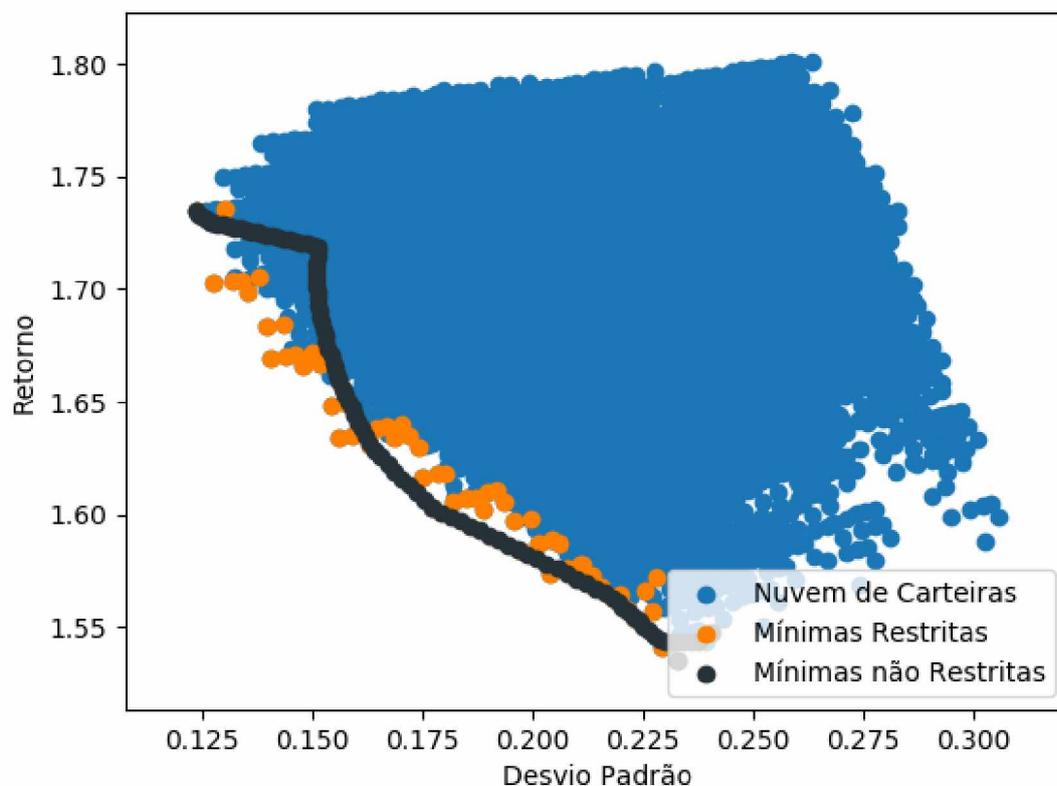


Figura 6.12: Carteiras selecionadas e otimizadas ETF



Foram calculadas outras medidas de risco para avaliar estas carteiras selecionadas por média-variância. Assim como medido pelo desvio-padrão o *CaR* absoluto e *CaR* relativo mostram medidas de risco maiores sem imposto que sob tributação.

Ao trazer estas medidas de risco para o risco de caixa pode alterar o nível de aversão ao risco do gestor de dívida. Como apresentado pelo Balanço Geral da União, o Tesouro Nacional mantém saldo de R\$ 687 bilhões no caixa da dívida pública. Este estoque de ativos pode ser usado para absorver custos extraordinários de captação e minimizar efeitos no custo da dívida (Secretaria do Tesouro Nacional, 2018).

Sob este caixa, estoque da *DPMFi* de R\$ 3,728 bilhões em 2018 e valores estimado pelo *CaR* absoluto máximo da simulação para cada modelo a média de cobertura sobe de 5,49% sem impostos para 6,02% e 5,9% sob tributação fixa e com *ETF*.

Este modelo proposto indica haver substituições nos ativos que minimizam custo para cada nível de risco. Sob imposto fixo estas substituições, com aumento de dívida cambiais, tendem a manter o prazo médio semelhante à seleção isenta. Sob o imposto tipo *ETF* as trocas de prefixados por *LFT* levam as carteiras ótimas a serem tributadas a alíquota de 20% por terem prazo médio inferior a 2 anos.

Este resultado parece sustentar o equilíbrio observado no mercado no qual o estoque tem elevada participação de *LFT* pois os investidores tem forte preferência por investir em ativos livres de risco de taxas de juros. Sob este arcabouço a alteração de alíquota justifica que o gestor de dívida se financie com estes instrumentos indexados a taxa de juros de curto prazo.

A comparação das carteiras eficientes entre os dois modelos com impostos indicam maior adequação do modelo *ETF* à alocação da dívida brasileira. Sob a mesma restrição de alocação que permite até 30% de cada título apenas nessa regra tributária a participação de *LFT* aparece com volume relevante nas carteiras da fronteira.

Assumindo as conclusões que afirmam que os preços em mercado dos títulos públicos são equilíbrios que representam imposto nulo conforme ANG et al. (2010), a preferência do investidor brasileiro por ativos sem risco de taxas de juros como publicado em Secretaria do Tesouro Nacional (Vários anos) e esta presença de *LFT* na fronteira eficiente pode-se indicar que a alteração da regra geral de tributação para impostos em função de risco de taxa de juros seria uma política tributária com efeitos positivos sobre a gestão da dívida pública.

Adicionalmente apresenta que os riscos avaliados com retornos líquidos de impostos são menores do que aqueles anteriormente estimados. Com os novos parâmetros de risco encontrados o gestor escolhe as carteiras de menor custo sujeito a níveis adequados de risco.

Para avaliar a robustez dos resultados simulações com variações de parâmetros ou hipóteses foram executados. Alterações nos prazos dos títulos mais curtos, eliminação dos números correlacionados por Cholesky, parcela do retorno gerado pelos fundos tributados na forma de *ETF* foram simulados. Os resultados sob cada uma destas alterações corroboraram a direção descrita anteriormente com aumento da participação dos títulos de maior risco ao longo da fronteira.

Sob geração das curvas de juros com volatilidade forçadamente maior que a estimada os títulos indexados à taxa de juros de curto prazo não são selecionados em nenhuma carteira indicando que os impostos não são significativos para justificar seu uso. Ainda assim houve migração marginal de títulos prefixados para indexados a taxa de câmbio e indexados à inflação. Para maior robustez em testes sob volatilidades excessivas por longo prazo novas parametrizações, flexibilização dos limites de participação de cada título ou introdução de outros modelos de taxas de juros seriam necessários. Adicionalmente neste cenário adverso as restrições de demanda imporiam nova cesta de instrumentos disponível ao gestor de dívida que sob impossibilidade de uso de títulos de longo prazo teriam que usar os instrumentos com demanda, ainda que assumindo riscos elevados.

Os resultados encontrados por este trabalho indicam que incluir os impostos sobre renda fixa ampliam e refinam as informações para tomada de decisão sobre qual a carteira adequada para gestão de dívida pública. Além disto avalia formas de tributação e sugere que a forma de tributação de fundos negociados em bolsa (*ETF*) é mais adequada à estrutura de demanda dos investidores brasileiros. Estas conclusões podem introduzir uma conexão aos estudos de sustentabilidade de dívida e seleção de carteiras de dívida pública.



## CAPÍTULO 7

## CONCLUSÃO

A decisão da forma de financiamento dos deficits e do estoque de dívida pública tem impactos sobre o fluxo de caixa do Estado no futuro com impactos sobre os cidadãos. Com todo o conjunto de informações disponível em cada momento o gestor de dívida pública deve escolher com qual proporção de cada instrumento financiar a dívida pública.

Ao longo das últimas décadas vários autores propuseram modelos para avaliar quais os instrumentos de melhor resultado em termos de satisfação dos pagadores de impostos. Para isto avaliaram as características necessárias ao título que minimizaria a volatilidade das alíquotas tributárias. Discutiu-se títulos contingentes a realização de variáveis macroeconômicas, títulos que apresentavam comportamento de preços que mimetizavam os contingentes e títulos que reduzem o risco orçamentário. Estes modelos indicam majoritariamente títulos de longo prazo com os melhores resultados. Apresentam, contudo, pressupostos simplificadores que os distanciam das restrições enfrentadas na gestão de dívida.

Os modelos subsequentes introduzem o custo esperado como variável relevante na decisão sobre a seleção de instrumentos mesmo reconhecendo que a busca por menor custo aumenta a incerteza e volatilidade. Entretanto o peso dado ao custo esperado na tomada de decisão justifica assumir maior risco.

Escritórios de gestão de dívida buscaram caminhos que completassem estas conclusões sobre gestão de dívida e desenvolveram métodos para explicitar os *trade-offs* entre custos e riscos das escolhas. Derivaram do conceito de otimização de carteiras de investimento de média-variância de Markowitz (1952) modelos para minimização de custos. Estes se equilibram sobre geração de cenários prospectivos que representem padrões históricos dos comportamentos das variáveis de risco para avaliar inúmeras combinações dos instrumentos de endividamento.

As métricas utilizadas foram o custo esperado e risco medido por desvio-padrão do custo, *CaR* e *CCaR*. Sob esta forma de avaliação a exploração das covariâncias entre os custos dos instrumentos permitiram encontrar combinações com menor custo esperado mantendo o risco constante, como apresentado no gráfico com a nuvem de pontos no espaço custo-risco.

Neste trabalho utilizou-se deste arcabouço de seleção de carteiras por simulação introduzindo o imposto de renda sobre os ganhos dos investidores com a renda fixa como receita do Estado. Desta forma a definição da carteira de dívida influencia o custo e a arrecadação tributária e permite obter o custo líquido do endividamento.

A carteira é avaliada por custo de carregamento do estoque, seguindo recomendações do *FMI*. Sob essa característica, os títulos de longo prazo têm menor risco pois são carregados

pela mesma taxa de juros durante toda a vida do título e a razão de troca de títulos derivado da rolagem é baixa. Os títulos de curto prazo têm maior velocidade de substituição e por isto maior incerteza quanto ao custo. Os impactos dos indexadores, a cada passo de avaliação, também introduzem incerteza sobre o custo e desta forma são mais arriscados que títulos de prazo semelhante prefixados.

O procedimento de análise foi executado gerando 2.000 cenários para as *ETTJ's* prefixada, indexada a inflação, indexada à taxa de câmbio, além de taxa de inflação doméstica e externa e taxa de câmbio. Cada cenário se estende pelo prazo de 10 anos com passos mensais.

A busca das carteiras ótimas foi feita dentre do conjunto de 20.507 carteiras compostas com combinações de 4 títulos prefixados ( $P_1, P_2, P_3, P_4$ ), 2 indexados à inflação ( $I_1, I_2$ ), 2 indexados à taxa de câmbio ( $C_1, C_2$ ) e 1 indexado à taxa *SELIC* (*LFT*). Para esse título indexado a taxa de curto prazo foi permitido assumir participação de 0%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%. Para todos os demais como foram representados por no mínimo 2 instrumentos associados a cada *ETTJ* o limite foi de 30%.

Destes dados calculou-se os custos e riscos esperados para cada combinação testada sem o efeito do imposto, assim como executado atualmente pelo Tesouro Nacional. As mesmas carteiras foram avaliadas novamente seguindo a regra tributária em vigor na qual as alíquotas são fixas para todos os instrumentos. Repetiu-se o procedimento com a legislação aplicada aos fundos *ETF*.

O número de carteiras avaliadas foi restrito para buscar resultados representativos das opções de endividamento com tempo de resposta de cálculo adequado. Sob o procedimento descrito cada avaliação calculada com utilização computacional máxima e segmentação em diversos computadores conseguiu-se que cada resultado fosse obtido em 36 horas.

Este trabalho buscou avaliar se as carteiras ótimas selecionadas pelo critério de menor custo para cada intervalo de risco seriam iguais sob avaliação do custo líquido proposto e custo bruto como executado atualmente. Os achados indicam que há alterações nas carteiras com a proposição descrita especialmente no segmento da fronteira de menor custo esperado.

Sob o modelo de imposto fixo há redução de títulos prefixados de longo prazo com aumento de indexados à taxa de câmbio. A participação de indexados à inflação tende a se manter constante sob os cenários avaliados.

Sob o modelo de tributação de *ETF* a redução de prefixados encontrada no segmento de menor custo é compensada por maior participação de títulos indexados à taxa de câmbio e à taxa *SELIC*. As carteiras com maior participação de *LFT* são especialmente interessantes pois têm prazo médio inferior a 2 anos e conseqüentemente alíquota maior que aquelas selecionadas com prazo superior a este limite. Com este resultado o segmento da fronteira de menor risco é dominado por títulos prefixados e indexados à inflação enquanto que na parcela seguinte de menor custo esperado há carteiras de menor prazo médio e participação crescente de *LFT*.

A avaliação a custo bruto, ou seja sem imposto, levou a participação muito pequena de *LFT*. Com o uso de imposto fixo a presença desse título cresce mas ainda insuficiente para representar a atual composição de títulos da dívida pública brasileira. O modelo com tributação de *ETF* ao selecionar maior participação desse título no segmento de menor custo descreve melhor os *trade-offs* enfrentados pelo gestor de dívida.

Com as hipóteses de que os preços em mercado dos títulos públicos representam alíquota de imposto 0% e que as preferências dos investidores brasileiros por indexação à taxa de juros de curto prazo, estas conclusões indicam que há espaço para a regra tributária influenciar a busca por carteiras mais eficientes de gestão de dívida pública.

Adicionalmente os resultados encontrados indicam que os riscos avaliados pelo custo bruto são superestimados. Com os riscos derivados dos custos líquidos e sob a presença de caixa disponível para suavizar os custos extraordinários, como é a realidade brasileira, o gestor da dívida pública pode escolher carteiras de menor custo esperado.

A avaliação da dívida sob a ótica de ativos e passivos (*Asset and Liability Management*) do Estado podem se beneficiar desta forma de análise com o custo do endividamento líquido de imposto e ativos carregados pelo custo bruto. Ao contrário da forma sem impostos na qual o caixa teria retorno igual à dívida, com a proposição apresentada o caixa receberia remuneração bruta e a dívida teria custo de carregamento líquido de impostos gerando ganhos por manter os ativos financeiros.

Este modelo pode ser evoluído para melhor avaliar as conclusões sobre dívida pública sob diversas óticas. Um caminho é relaxar a hipótese de mercado em equilíbrio, no qual as variáveis oscilam com a propriedade de reversão à média. Desta forma pode-se introduzir dinâmicas direcionais em casos de aumento permanente de inflação ou aumento da percepção de risco da dívida soberana. Outro seria introduzir prêmios de risco em função de elevada concentração do título na carteira.

A introdução do imposto sobre os ganhos de capital pode ser uma conexão entre os estudos sobre carteiras ótimas de gestão de dívida e estudos sobre sustentabilidade de dívida. As análises de sustentabilidade e dinâmica de resultados fiscais sob ciclos econômicos, que usam resultado primário como variável, podem se beneficiar ao utilizar a arrecadação sobre o retorno financeiro da dívida pública. Para isto entretanto é preciso ampliar a eficiência computacional do algoritmo para obter resultados com maior refinamento e em menor prazo.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aizenman, J., & Marion, N. (2011). Using inflation to erode the us public debt. *Journal of Macroeconomics*, 33(4), 524-541.  
(Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.)
- Alves, L. (2009). Composição Ótima da dívida pública brasileira: uma estratégia de longo prazo. *XIV Prêmio do Tesouro Nacional*.  
(Citado 1 vez na página 24.)
- ANG, A., BHANSALI, V., & XING, Y. (2010). Taxes on tax-exempt bonds. *The Journal of Finance*, 65(2), 565-601. doi: 10.1111/j.1540-6261.2009.01545.x  
(Citado 3 vezes nas páginas xv, 28, e 53.)
- Angeletos, G.-M. (2002). Fiscal Policy with Noncontingent Debt and the Optimal Maturity Structure. *The Quarterly Journal of Economics*, 117(3), 1105-1131. doi: 10.1162/003355302760193977  
(Citado 4 vezes nas páginas xiv, 1, 3, e 4.)
- Auerbach, A., Burman, L., & Siegel, J. (1998). *Capital gains taxation and tax avoidance: New evidence from panel data* (Tech. Rep.). National Bureau of Economic Research. doi: 10.3386/w6399  
(Citado 1 vez na página 27.)
- Balibek, E., & Alper Memis, H. (2012). Turkish treasury simulation model for debt strategy analysis. *World Bank Policy Research Working Paper No. 6091*.  
(Citado 5 vezes nas páginas xiv, 1, 14, 15, e 22.)
- Barro, R. (1979). On the determination of the public debt. *Journal of Political Economy*, 87(5), 940-971.  
(Citado 4 vezes nas páginas xiv, 1, 3, e 7.)
- Barro, R. (2003). Optimal management of indexed and nominal debt. *Annals of Economics and Finance*, 4(1), 1-15.  
(Citado 6 vezes nas páginas xiv, 4, 7, 8, 9, e 25.)
- Barro, R. J. (1999). Notes on optimal debt management. *Journal of Applied Economics*, v2(2), 282-290.  
(Citado 1 vez na página 7.)
- Becker, B., & Ivashina, V. (2017). Financial Repression in the European Sovereign Debt Crisis. *Review of Finance*, 22(1), 83-115. doi: 10.1093/rof/rfx041  
(Citado 1 vez na página 6.)
- Bergstroöm, P., & Holmlund, A. (2000). *A simulation model framework for government debt* (Tech. Rep.). Risksgälds Kontoret: The Swedish National Debt Office. Retrieved from [https://www.riksgalden.se/globalassets/dokument\\_eng/press/guidelines/2001/a-simulation-model-framework-for-government-debt-analysis.pdf](https://www.riksgalden.se/globalassets/dokument_eng/press/guidelines/2001/a-simulation-model-framework-for-government-debt-analysis.pdf)  
(Citado 5 vezes nas páginas xiv, 1, 10, 11, e 31.)
- Bohn, H. (1988). [Why do we have nominal government debt?](#) *Journal of Monetary Economics*, 21(1), 127-140.  
(Citado 1 vez na página 8.)
- Bohn, H. (1990). Tax smoothing with financial instruments. *American Economic Review*, 80(5), 1217-1230.  
(Citado 3 vezes nas páginas 7, 8, e 10.)
- Bohn, H. (2011). The economic consequences of rising u.s. government debt: Privileges at risk. *FinanzArchiv: Public Finance Analysis*, 67(3), 282-302.  
(Citado 3 vezes nas páginas 4, 6, e 10.)
- Bolder, D. (2008). *The canadian debt-strategy model* (Tech. Rep.). Bank of Canada Review.  
(Citado 4 vezes nas páginas xiv, 1, 13, e 14.)

- Bolder, D. J. (2003). *A stochastic simulation framework for the government of Canada's debt strategy* (Tech. Rep.). Bank of Canada. Retrieved from [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1082792](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1082792) doi: 10.2139/ssrn.1082792  
(Citado 4 vezes nas páginas xiv, I, II, e 31.)
- Bolder, D. S. D. (2011). *The Canadian debt-strategy model: An overview of the principal elements* (Tech. Rep.). Bank of Canada Review.  
(Citado 2 vezes nas páginas 14 e 34.)
- Bouakez, H., Oikonomou, R., & Priftis, R. (2018). Optimal debt management in a liquidity trap. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 93, 5–21. doi: 10.1016/j.jedc.2018.01.033  
(Citado 3 vezes nas páginas xiv, I, e 3.)
- BRASIL. (2004a). Lei n. 11.033, de 21 de dez de 2004. *Altera a tributação do mercado financeiro e de capitais*.  
(Citado 4 vezes nas páginas xv, I, 28, e 34.)
- BRASIL. (2004b). Lei n. 11.053, de 29 de dez de 2004. *Dispõe sobre a tributação dos planos de benefícios de*.  
(Citado 2 vezes nas páginas 19 e 29.)
- BRASIL. (2006). Lei n. 11.312, de 27 de jun de 2006. *Reduz a zero as alíquotas do imposto de renda e da Contribuição*.  
(Citado 1 vez na página 29.)
- BRASIL. (2014). Lei n. 13.043, de 13 de nov de 2014. *Dispõe sobre os fundos de índice de renda fixa, sobre a responsabilidade tributária*.  
(Citado 5 vezes nas páginas xv, I, 28, 29, e 34.)
- BRASIL. (2015). Lei n. 13.149, de 21 de jul de 2015. *Altera as Leis nos 11.482, de 31 de maio de 2007, para dispor sobre os valores da tabela mensal do Imposto sobre a Renda da Pessoa Física*.  
(Citado 1 vez na página 29.)
- Cabral, R., & Lopes, M. (2005). Benchmark para a dívida pública: Duas abordagens alternativas. *9º Prêmio Tesouro Nacional*.  
(Citado 3 vezes nas páginas 21, 23, e 38.)
- Calvo, G. A., & Guidotti, P. E. (1990). Indexation and maturity of government bonds: an exploratory model. In R. Dornbusch & M. Draghi (Eds.), *Public debt management* (pp. 52–82). Cambridge University Press. doi: 10.1017/cbo9780511628528.006  
(Citado 3 vezes nas páginas 8, 9, e 10.)
- Camous, A., & Gimber, A. R. (2018). Public debt and fiscal policy traps. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 93, 239–259. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2018.02.009> doi: 10.1016/j.jedc.2018.02.009  
(Citado 4 vezes nas páginas xiv, 3, 5, e 6.)
- Chan, K. C., Karolyi, G. A., Longstaff, F. A., & Sanders, A. B. (1992). An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate. *The Journal of Finance*, 47(3), 1209–1227. doi: 10.1111/j.1540-6261.1992.tb04011.x  
(Citado 4 vezes nas páginas 15, 23, 33, e 38.)
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., & Ross, S. A. (1985). *A Theory of the Term Structure of Interest Rates*. *Econometrica*, 53(2), 385.  
(Citado 3 vezes nas páginas II, 23, e 32.)
- Crafts, N. (2015). Reducing High Public Debt Ratios: Lessons from UK Experience. *Fiscal Studies*, 37(2), 201–223. doi: 10.1111/j.1475-5890.2015.12064  
(Citado 1 vez na página 5.)
- Danmarks Nationalbank. (2003). *Danish government borrowing and debt* (Tech. Rep.). Danmarks Nationalbank.  
(Citado 2 vezes nas páginas 13 e 32.)
- Danmarks Nationalbank. (2005). *Danish government borrowing and debt* (Tech. Rep.). Danmarks Nationalbank.  
(Citado 2 vezes nas páginas 13 e 31.)
- Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130(2), 337–364. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.03.005> doi: 10.1016/j.jeconom.2005.03.005  
(Citado 4 vezes nas páginas II, 12, 14, e 15.)
- Domingos, E., & Lopes, M. (2004). Composição Ótima para a dívida pública: Uma análise macro-estrutural. In *Encontro nacional de economia – anpec*.  
(Citado 1 vez na página 23.)
- Drudi, F., & Giordano, R. (2000). Default risk and optimal debt management. *Journal of Banking & Finance*, 24(6), 861–891.  
(Citado 1 vez na página 10.)
- Elton, E. J., & Green, T. C. (1998). Tax and liquidity effects in pricing government bonds. *The Journal of Finance*, 53(5), 1533–1562. doi: 10.1111/0022-1082.00064

- (Citado 2 vezes nas páginas xv e 28.)  
 Faraglia, E., Marcet, A., Oikonomou, R., & Scott, A. (2018). Government Debt Management: The Long and the Short of It. *The Review of Economic Studies*. doi: 10.1093/restud/rdy061
- (Citado 4 vezes nas páginas xiv, I, 3, e 4.)  
 Faraglia, E., Marcet, A., & Scott, A. (2010). In search of a theory of debt management. *Journal of Monetary Economics*, 57(7), 821–836. doi: 10.1016/j.jmoneco.2010.08.005
- (Citado 2 vezes nas páginas xiv e 3.)  
 Feenberg, D., & Poterba, J. (1991). Which households own municipal bonds? evidence from tax returns. *National Tax Association*, 44(4), 93–103.
- (Citado 2 vezes nas páginas xv e 27.)  
 Fournier, J.-M., & Fall, F. (2017). Limits to government debt sustainability in OECD countries. *Economic Modelling*, 66, 30–41. doi: 10.1016/j.econmod.2017.05.013
- (Citado 6 vezes nas páginas xiii, xv, 3, 4, 6, e 25.)  
 Ghosh, A. R., Kim, J. I., Mendoza, E. G., Ostry, J. D., & Qureshi, M. S. (2013). Fiscal fatigue, fiscal space and debt sustainability in advanced economies. *The Economic Journal*, 123(566), F4–F30. doi: 10.1111/eoj.12010
- (Citado 6 vezes nas páginas xiii, xv, 3, 4, 6, e 25.)  
 Goldfajn, I. (2000). **Public debt indexation and denomination: the case of Brazil**. *International Journal of Finance & Economics*, 5(1), 43–56.
- (Citado 2 vezes nas páginas 8 e 10.)  
 GREEN, R. C., & ØDEGAARD, B. A. (1997). Are there tax effects in the relative pricing of u.s. government bonds? *The Journal of Finance*, 52(2), 609–633. doi: 10.1111/j.1540-6261.1997.tb04815.x
- (Citado 2 vezes nas páginas xv e 28.)  
 Greenwood, R., Hanson, S. G., & Stein, J. C. (2015). **A Comparative-Advantage Approach to Government Debt Maturity**. *The Journal of Finance*, 70(4), 1683–1722.
- (Citado 1 vez na página 10.)  
 Greenwood, R., & Vayanos, D. (2014). **Bond Supply and Excess Bond Returns**. *Review of Financial Studies*, 27(3), 663–713.
- (Citado 2 vezes nas páginas 18 e 32.)  
 Harding, M. (2013). *Taxation of dividend, interest, and capital gain income*. OECD Taxation Working Papers. Organisation for Economic Co-Operation and Development (OECD). doi: 10.1787/5k3wh96w246k-en
- (Citado 1 vez na página 25.)  
 Heath, D., Jarrow, R., & Morton, A. (1990). Bond pricing and the term structure of interest rates: A discrete time approximation. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25(4), 419. Retrieved from <https://doi.org/10.2307/2331009> doi: 10.2307/2331009
- (Citado 1 vez na página 32.)  
 Herndon, T., Ash, M., & Pollin, R. (2013). Does high public debt consistently stifle economic growth? a critique of reinhart and rogooff. *Cambridge Journal of Economics*, 38(2), 257–279. doi: 10.1093/cje/bet075
- (Citado 3 vezes nas páginas xiv, 3, e 5.)  
 IGPC. (2007). *Gestão de tesouraria e da dívida pública* (Tech. Rep.). Agência de Gestão da Tesouraria e da Dívida Pública de Portugal.
- (Citado 4 vezes nas páginas xiv, I, II, e 32.)  
 IGPC. (2011). *Gestão de tesouraria e da dívida pública* (Tech. Rep.). Agência de Gestão da Tesouraria e da Dívida Pública.
- (Citado 2 vezes nas páginas II e 34.)  
 IMF. (2014). *Guidelines for public debt management* (Tech. Rep.). Washington, D.C.: International Monetary Fund (IMF).
- (Citado 3 vezes nas páginas 18, 21, e 41.)  
 Jordan, J. V. (1984). Tax effects in term structure estimation. *The Journal of Finance*, 39(2), 393–406. doi: 10.1111/j.1540-6261.1984.tb02316.x
- (Citado 1 vez na página 28.)  
 Litzenberger, R. H., & Rolfo, J. (1984). **An International Study of Tax Effects on Government Bonds**. *The Journal of Finance*, 39(1), 1–22.
- (Citado 1 vez na página 28.)  
 Markowitz, H. (1952). PORTFOLIO SELECTION\*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. Retrieved from <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x
- (Citado 4 vezes nas páginas xiv, xv, I, e 55.)  
 McCulloch, J. H. (1975). **The Tax-Adjusted Yield Curve**. *The Journal of Finance*, 30(3), 811–830.
- (Citado 1 vez na página 28.)  
 Missale, A. (1997). **Managing the Public Debt: The Optimal Taxation Approach**. *Journal of Economic Surveys*, 11(3), 235–265.

- (Citado 5 vezes nas páginas xiv, i, 4, 7, e 8.)  
 Missale, A., & Blanchard, O. J. (1994). The debt burden and debt maturity. *American Economic Review*, 84(1), 309-319.
- (Citado 1 vez na página 9.)  
 Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious Modeling of Yield Curves. *The Journal of Business*, 60(4), 473.
- (Citado 5 vezes nas páginas 11, 12, 14, 24, e 32.)  
 Nosbusch, Y. (2008). Interest costs and the optimal maturity structure of government debt. *The Economic Journal*, 118(527), 477-498. doi: 10.1111/j.1468-0297.2007.02130.x
- (Citado 9 vezes nas páginas xiv, xv, i, 3, 4, 7, 9, 10, e 25.)  
 Oikonomou, R., Marcet, A., & Faraglia, E. (2016). Long term government bonds (2016 Meeting Papers No. 565). Society for Economic Dynamics. Retrieved from <https://EconPapers.repec.org/RePEc:red:sed016:565>
- (Citado 3 vezes nas páginas xiv, i, e 3.)  
 Poterba, J. (1986). Explaining the yield spread between taxable and tax-exempt bonds : The role of expected tax policy. *Studies in State and Local Public Finance*.
- (Citado 2 vezes nas páginas xv e 27.)  
 Poterba, J. (1989). Tax reform and the market for tax-exempt debt. *Regional Science and Urban Economics*, 19(3), 537-562.
- (Citado 1 vez na página 27.)  
 Poterba, J. M., & Weisbenner, S. J. (2001). Capital gains tax rules, tax-loss trading, and turn-of-the-year returns. *The Journal of Finance*, 56(1), 353-368. doi: 10.1111/0022-1082.00328
- (Citado 1 vez na página 27.)  
 Reinhart, C. M. (2012). The return of financial repression. *Banque de France Financial Stability Review*(16), 37-48. Retrieved from <https://ideas.repec.org/a/bfr/fisrev/20111604.html>
- (Citado 4 vezes nas páginas xiii, 3, 5, e 6.)  
 Reinhart, C. M., Reinhart, V. R., & Rogoff, K. S. (2012). Public Debt Overhangs: Advanced-Economy Episodes Since 1800. *Journal of Economic Perspectives*, 26(3), 69-86. doi: 10.1257/jep.26.3.69
- (Citado 5 vezes nas páginas xiii, xiv, 3, 4, e 5.)  
 Reinhart, C. M., & Sbrancia, M. B. (2015). The liquidation of government debt. *Economic Policy*, 30(82), 291-333. Retrieved from <https://ideas.repec.org/a/oup/ecpoli/v30y2015i82p291-333.html>
- (Citado 4 vezes nas páginas xiv, 3, 5, e 6.)  
 Risbjerg, L., & Holmlund, A. (2005). Analytical Framework for Debt and Risk Management. In *Advances in risk management of government debt* (pp. 39-58). OECD Publishing.
- (Citado 1 vez na página 22.)  
 Risksgälden Swedish National Debt Office. (2006). *Central government borrowing forecast and analysis* (Tech. Rep.). Risksgälden Swedish National Debt Office.
- (Citado 3 vezes nas páginas xiv, i, e 12.)  
 Risksgälden Swedish National Debt Office. (2008). *Central government debt management proposed guidelines 2009 - 2011* (Tech. Rep.). Risksgälden Swedish National Debt Office.
- (Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.)  
 Robichek, A. A., & Niebuhr, W. D. (1970). Tax-Induced Bias in Reported Treasury Yields. *The Journal of Finance*, 25(5), 1081-1090.
- (Citado 1 vez na página 28.)  
 Secretaria do Tesouro Nacional. (2017). *Plano anual de financiamento* (Tech. Rep.). Secretaria do Tesouro Nacional. Retrieved from <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/plano-anual-de-financiamento>
- (Citado 1 vez na página 37.)  
 Secretaria do Tesouro Nacional. (2018). *Balanço geral da união: Demonstrações contábeis consolidadas da união* (Tech. Rep.). Secretaria do Tesouro Nacional. Retrieved from <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/-/balanco-geral-da-uniao>
- (Citado 1 vez na página 52.)  
 Secretaria do Tesouro Nacional. (Vários anos). *Dívida pública federal: Relatório anual* (Tech. Rep.). Secretaria do Tesouro Nacional.
- (Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 19, 21, e 53.)  
 Silva, A., & Medeiros, O. (2009). *Dívida pública: a experiência brasileira*. Secretaria do Tesouro Nacional/Banco Mundial.
- (Citado 7 vezes nas páginas xiv, i, 11, 17, 18, 31, e 34.)  
 Stiglitz, J. (1983). Some aspects of the taxation of capital gains. *Journal of Public Economics*, 21(1), 257-294.
- (Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.)  
 Uhlenbeck, G. E., & Ornstein, L. S. (1930). On the theory of the brownian motion. *Physical Review*, 36(5), 823-841.

Retrieved from <https://doi.org/10.1103/physrev.36.823> doi: 10.1103/physrev.36.823

(Citado 1 vez na página 12.)



## Carteiras da fronteira eficiente

Tabela 7.1: Participação dos títulos nas carteiras isentas

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	σ	C-a	C-R	CCar
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,8854	0,1535	2,3249	0,4395	2,2930
10%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,8858	0,1560	2,3354	0,4497	2,2980
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	10%	1,8818	0,1586	2,3401	0,4583	2,3032
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,8436	0,1595	2,2998	0,4562	2,2960
10%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,8868	0,1608	2,3548	0,4680	2,3079
0%	0%	30%	30%	0%	30%	10%	0%	0%	1,8528	0,1617	2,3190	0,4662	2,2975
0%	10%	30%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,8592	0,1632	2,3233	0,4640	2,2962
0%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,8445	0,1642	2,3170	0,4724	2,3059
10%	0%	30%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,8597	0,1658	2,3336	0,4739	2,3017
10%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,8450	0,1666	2,3272	0,4822	2,3112
0%	20%	20%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,8603	0,1681	2,3431	0,4828	2,3066
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,8411	0,1694	2,3331	0,4920	2,3170
0%	0%	30%	30%	0%	20%	10%	0%	10%	1,8651	0,1706	2,3589	0,4939	2,3096
10%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,8460	0,1713	2,3449	0,4989	2,3212
10%	10%	20%	30%	0%	20%	10%	0%	0%	1,8700	0,1726	2,3747	0,5047	2,3141
0%	0%	30%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,8160	0,1738	2,2990	0,4830	2,3110
20%	0%	20%	30%	0%	20%	10%	0%	0%	1,8704	0,1752	2,3869	0,5165	2,3196
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8017	0,1754	2,3016	0,4999	2,3211
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,8426	0,1766	2,3565	0,5139	2,3329
0%	0%	20%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,8107	0,1778	2,3153	0,5046	2,3223
0%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8027	0,1798	2,3151	0,5125	2,3315
10%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,8174	0,1808	2,3235	0,5061	2,3272
10%	0%	30%	30%	0%	10%	0%	20%	0%	1,8320	0,1813	2,3383	0,5063	2,3188
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8031	0,1822	2,3224	0,5193	2,3370
0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8037	0,1843	2,3287	0,5250	2,3419
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,7994	0,1849	2,3277	0,5283	2,3431
10%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8041	0,1866	2,3359	0,5318	2,3475
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	10%	1,8084	0,1872	2,3506	0,5421	2,3439
0%	10%	20%	20%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8056	0,1883	2,3430	0,5374	2,3512
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,8004	0,1894	2,3412	0,5408	2,3536
10%	0%	20%	20%	0%	30%	0%	20%	0%	1,8060	0,1907	2,3502	0,5442	2,3568
0%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	30%	0%	1,7727	0,1924	2,2873	0,5145	2,3465
0%	0%	20%	20%	0%	30%	0%	20%	10%	1,8023	0,1934	2,3556	0,5533	2,3630
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7589	0,1944	2,2881	0,5293	2,3565
0%	0%	20%	30%	0%	20%	10%	20%	0%	1,7816	0,1948	2,3051	0,5235	2,3482
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	20%	0%	1,7677	0,1968	2,3071	0,5393	2,3589
0%	0%	20%	30%	0%	20%	20%	10%	0%	1,7906	0,1976	2,3295	0,5389	2,3504
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7599	0,1984	2,3100	0,5501	2,3659
0%	0%	10%	30%	0%	30%	20%	10%	0%	1,7767	0,1998	2,3157	0,5390	2,3621
10%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7603	0,2007	2,3136	0,5533	2,3713
0%	0%	20%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7617	0,2020	2,3216	0,5599	2,3742
0%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	10%	1,7567	0,2033	2,3167	0,5600	2,3776
0%	0%	20%	20%	0%	30%	10%	20%	0%	1,7706	0,2045	2,3346	0,5641	2,3765
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	20%	10%	1,7656	0,2057	2,3269	0,5614	2,3800
0%	10%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7627	0,2062	2,3329	0,5702	2,3844
10%	0%	0%	30%	0%	20%	0%	30%	10%	1,7721	0,2084	2,3515	0,5794	2,3841
10%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7632	0,2085	2,3389	0,5757	2,3899
0%	20%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7638	0,2105	2,3453	0,5815	2,3946

continua na próxima página

Tabela 7.1 – continuação

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	$\sigma$	C-a	C-R	CCar
0%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,7596	0,2111	2,3483	0,5887	2,3963
10%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,7642	0,2128	2,3567	0,5925	2,4002
0%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	20%	10%	1,7684	0,2136	2,3615	0,5931	2,3983
0%	0%	10%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,7374	0,2152	2,3174	0,5800	2,3918
0%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,7606	0,2154	2,3669	0,6063	2,4066
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7239	0,2174	2,3149	0,5910	2,4032
0%	0%	10%	30%	0%	20%	20%	20%	0%	1,7462	0,2182	2,3259	0,5797	2,3937
0%	10%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,7384	0,2192	2,3296	0,5912	2,4013
0%	0%	0%	30%	0%	30%	20%	20%	0%	1,7327	0,2204	2,3211	0,5884	2,4053
10%	0%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,7389	0,2214	2,3348	0,5959	2,4068
0%	0%	20%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,7402	0,2226	2,3412	0,6010	2,4094
0%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7267	0,2244	2,3286	0,6019	2,4202
0%	0%	20%	20%	0%	20%	20%	20%	0%	1,7490	0,2256	2,3535	0,6045	2,4111
0%	10%	10%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,7413	0,2267	2,3581	0,6168	2,4196
0%	0%	10%	20%	0%	30%	20%	20%	0%	1,7355	0,2275	2,3357	0,6002	2,4225
0%	10%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7277	0,2284	2,3456	0,6179	2,4293
0%	10%	10%	20%	0%	20%	20%	20%	0%	1,7501	0,2296	2,3711	0,6210	2,4213
10%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7282	0,2305	2,3539	0,6257	2,4345
0%	0%	20%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7295	0,2317	2,3548	0,6253	2,4376
0%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	10%	1,7247	0,2330	2,3572	0,6325	2,4410
0%	0%	20%	10%	0%	30%	20%	20%	0%	1,7383	0,2348	2,3774	0,6391	2,4399
0%	10%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7306	0,2357	2,3680	0,6374	2,4474
0%	0%	0%	20%	0%	30%	20%	20%	10%	1,7335	0,2360	2,3749	0,6415	2,4430
10%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,7311	0,2379	2,3805	0,6495	2,4531
0%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7010	0,2393	2,3471	0,6461	2,4412
0%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	10%	1,7276	0,2404	2,3944	0,6668	2,4597
0%	0%	0%	20%	0%	20%	10%	30%	20%	1,7363	0,2405	2,4145	0,6781	2,4547
0%	10%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,7154	0,2422	2,3646	0,6492	2,4411
0%	0%	0%	30%	0%	20%	30%	20%	0%	1,7097	0,2428	2,3596	0,6499	2,4436
10%	0%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,7159	0,2443	2,3708	0,6549	2,4462
0%	0%	10%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7038	0,2461	2,3783	0,6745	2,4583
0%	0%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	10%	1,7125	0,2467	2,3728	0,6603	2,4528
0%	0%	0%	20%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6907	0,2480	2,3519	0,6612	2,4699
0%	0%	10%	20%	0%	20%	30%	20%	0%	1,7125	0,2495	2,3889	0,6764	2,4604
0%	10%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7049	0,2499	2,3908	0,6859	2,4680
0%	0%	0%	20%	0%	30%	30%	20%	0%	1,6993	0,2515	2,3786	0,6792	2,4723
10%	0%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7054	0,2520	2,3962	0,6909	2,4733
0%	0%	20%	10%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7067	0,2531	2,4046	0,6979	2,4761
0%	0%	10%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6935	0,2547	2,3770	0,6835	2,4875
10%	0%	0%	20%	0%	20%	30%	20%	0%	1,7141	0,2554	2,4059	0,6919	2,4753
0%	10%	10%	10%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7078	0,2570	2,4129	0,7052	2,4860
0%	10%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6946	0,2585	2,4024	0,7079	2,4970
10%	0%	10%	10%	0%	20%	20%	30%	0%	1,7083	0,2591	2,4208	0,7125	2,4916
10%	0%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6950	0,2606	2,4099	0,7148	2,5024
0%	0%	20%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6964	0,2617	2,4096	0,7132	2,5053
0%	0%	0%	30%	0%	10%	30%	30%	0%	1,6767	0,2627	2,3758	0,6991	2,4879
10%	0%	0%	10%	0%	30%	30%	20%	0%	1,7037	0,2641	2,4243	0,7205	2,5045
0%	10%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6975	0,2655	2,4232	0,7257	2,5153
0%	10%	0%	30%	0%	0%	30%	30%	0%	1,6910	0,2664	2,3925	0,7015	2,4920
10%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6980	0,2677	2,4362	0,7382	2,5208

continua na próxima página

**Tabela 7.1 – continuação**

<b>P 1</b>	<b>P 2</b>	<b>P 3</b>	<b>P 4</b>	<b>I 1</b>	<b>I 2</b>	<b>C 1</b>	<b>C 2</b>	<b>LFT</b>	<b>R</b>	$\sigma$	<b>C-a</b>	<b>C-R</b>	<b>CCar</b>
10%	0%	0%	30%	0%	0%	30%	30%	0%	1,6915	0,2685	2,3978	0,7062	2,4968
0%	0%	0%	20%	0%	20%	30%	30%	0%	1,6665	0,2701	2,4023	0,7358	2,5126
0%	0%	0%	30%	0%	0%	30%	30%	10%	1,6882	0,2708	2,4021	0,7139	2,5031
10%	10%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,6991	0,2716	2,4436	0,7445	2,5316
0%	10%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,6806	0,2729	2,4176	0,7370	2,5139
0%	10%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	10%	1,6957	0,2740	2,4520	0,7562	2,5385
10%	0%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,6811	0,2749	2,4229	0,7418	2,5192
0%	0%	10%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,6693	0,2765	2,4223	0,7529	2,5296
0%	0%	0%	10%	0%	30%	30%	30%	0%	1,6565	0,2782	2,4047	0,7482	2,5403

**Tabela 7.2:** Participação dos títulos nas carteiras com imposto fixo

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	$\sigma$	C-a	C-R	CCar
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7032	0,1135	2,0297	0,3265	2,2322
10%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7035	0,1157	2,0370	0,3336	2,2374
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	10%	1,6987	0,1167	2,0333	0,3346	2,2390
0%	20%	20%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7039	0,1175	2,0441	0,3402	2,2412
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,6738	0,1180	2,0219	0,3481	2,2366
10%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7042	0,1198	2,0514	0,3472	2,2464
0%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	0%	10%	1,6994	0,1207	2,0475	0,3481	2,2480
0%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,6747	0,1219	2,0292	0,3545	2,2456
0%	0%	30%	30%	0%	30%	10%	0%	0%	1,6751	0,1226	2,0265	0,3514	2,2460
10%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,6751	0,1240	2,0317	0,3566	2,2509
0%	20%	10%	30%	0%	30%	0%	0%	10%	1,7001	0,1248	2,0617	0,3616	2,2569
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,6701	0,1253	2,0337	0,3637	2,2537
0%	10%	20%	30%	0%	30%	10%	0%	0%	1,6759	0,1263	2,0355	0,3596	2,2553
0%	20%	20%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,6916	0,1275	2,0582	0,3666	2,2493
10%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,6760	0,1279	2,0443	0,3683	2,2600
0%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,6710	0,1292	2,0444	0,3734	2,2627
0%	0%	20%	30%	0%	30%	10%	0%	10%	1,6714	0,1296	2,0411	0,3696	2,2627
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6423	0,1307	2,0168	0,3746	2,2577
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,6714	0,1314	2,0528	0,3814	2,2681
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	20%	1,6665	0,1328	2,0527	0,3862	2,2713
0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,6719	0,1330	2,0600	0,3881	2,2718
0%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6433	0,1342	2,0276	0,3843	2,2662
0%	0%	20%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6452	0,1352	2,0207	0,3755	2,2672
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6438	0,1362	2,0339	0,3901	2,2713
10%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,6596	0,1366	2,0516	0,3921	2,2639
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6387	0,1377	2,0365	0,3977	2,2749
0%	10%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6462	0,1387	2,0303	0,3841	2,2759
10%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6449	0,1398	2,0480	0,4031	2,2799
10%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6466	0,1407	2,0402	0,3936	2,2811
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6397	0,1413	2,0462	0,4064	2,2836
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	10%	1,6416	0,1421	2,0392	0,3976	2,2842
10%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6402	0,1434	2,0533	0,4131	2,2887
10%	10%	0%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6476	0,1443	2,0507	0,4031	2,2899
0%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	30%	0%	1,6236	0,1451	2,0101	0,3866	2,2740
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6083	0,1460	2,0059	0,3976	2,2861
0%	10%	10%	20%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6424	0,1469	2,0711	0,4287	2,2966
10%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	10%	10%	1,6429	0,1476	2,0553	0,4124	2,2983
0%	10%	10%	30%	0%	20%	0%	30%	0%	1,6248	0,1485	2,0254	0,4006	2,2822
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6094	0,1492	2,0194	0,4100	2,2941
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6125	0,1504	2,0261	0,4137	2,2937
10%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6100	0,1511	2,0301	0,4201	2,2989
0%	0%	10%	30%	0%	20%	0%	30%	10%	1,6200	0,1520	2,0290	0,4090	2,2914
0%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6049	0,1528	2,0260	0,4211	2,3035
0%	10%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6122	0,1542	2,0437	0,4315	2,3056
0%	0%	30%	20%	0%	20%	10%	20%	0%	1,6308	0,1549	2,0447	0,4139	2,2954
0%	0%	30%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6139	0,1559	2,0514	0,4375	2,3089
10%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6128	0,1561	2,0473	0,4346	2,3107
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	20%	10%	1,6090	0,1569	2,0389	0,4299	2,3116
0%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6077	0,1578	2,0467	0,4390	2,3153

continua na próxima página

Tabela 7.2 – continuação

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	σ	C-a	C-R	CCar
10%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6139	0,1594	2,0606	0,4467	2,3191
10%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6168	0,1602	2,0538	0,4371	2,3187
0%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6088	0,1611	2,0612	0,4524	2,3238
0%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	20%	10%	1,6116	0,1618	2,0528	0,4412	2,3231
10%	0%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6093	0,1630	2,0663	0,4569	2,3290
10%	10%	0%	20%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6179	0,1635	2,0662	0,4483	2,3273
0%	0%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	20%	1,6043	0,1648	2,0624	0,4580	2,3341
0%	0%	10%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,5923	0,1657	2,0285	0,4362	2,3136
0%	10%	10%	10%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6116	0,1662	2,0822	0,4706	2,3356
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5773	0,1671	2,0258	0,4485	2,3262
0%	10%	10%	30%	0%	10%	10%	30%	0%	1,6086	0,1683	2,0417	0,4332	2,3135
0%	10%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,5935	0,1688	2,0352	0,4417	2,3215
0%	0%	10%	10%	0%	30%	0%	30%	20%	1,6071	0,1699	2,0877	0,4807	2,3458
10%	0%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,5941	0,1706	2,0433	0,4492	2,3264
0%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5801	0,1713	2,0352	0,4551	2,3367
0%	0%	0%	30%	0%	30%	20%	20%	0%	1,5816	0,1720	2,0432	0,4617	2,3353
0%	10%	10%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,5965	0,1733	2,0609	0,4644	2,3325
0%	10%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5812	0,1742	2,0447	0,4635	2,3444
10%	0%	10%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,5971	0,1751	2,0664	0,4693	2,3377
10%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5818	0,1759	2,0552	0,4734	2,3492
0%	0%	10%	20%	0%	20%	10%	30%	10%	1,5917	0,1767	2,0648	0,4731	2,3422
0%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	10%	1,5767	0,1776	2,0568	0,4800	2,3541
0%	10%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5840	0,1786	2,0665	0,4825	2,3554
0%	10%	0%	20%	0%	20%	10%	30%	10%	1,5929	0,1798	2,0763	0,4834	2,3511
10%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5846	0,1803	2,0756	0,4910	2,3605
0%	20%	0%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5852	0,1816	2,0828	0,4976	2,3638
0%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	10%	1,5795	0,1820	2,0768	0,4973	2,3655
10%	10%	0%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5858	0,1833	2,0918	0,5060	2,3688
0%	0%	30%	0%	0%	30%	20%	20%	0%	1,5897	0,1843	2,0901	0,5003	2,3673
0%	10%	0%	10%	0%	30%	10%	30%	10%	1,5806	0,1851	2,0922	0,5116	2,3740
0%	20%	10%	0%	0%	30%	10%	30%	0%	1,5881	0,1859	2,1023	0,5142	2,3750
0%	0%	10%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5747	0,1864	2,0566	0,4819	2,3509
0%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5600	0,1875	2,0527	0,4927	2,3618
0%	0%	0%	10%	0%	30%	10%	30%	20%	1,5762	0,1886	2,0997	0,5235	2,3847
0%	10%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5760	0,1892	2,0719	0,4959	2,3580
0%	0%	20%	20%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5778	0,1904	2,0780	0,5002	2,3603
0%	0%	10%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5630	0,1914	2,0748	0,5118	2,3712
0%	0%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	10%	1,5711	0,1923	2,0718	0,5007	2,3672
0%	0%	0%	20%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5480	0,1927	2,0513	0,5033	2,3821
0%	0%	0%	30%	0%	20%	30%	20%	0%	1,5648	0,1933	2,0772	0,5125	2,3746
0%	10%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5642	0,1941	2,0824	0,5181	2,3784
10%	0%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5648	0,1958	2,0847	0,5198	2,3830
0%	0%	10%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5508	0,1965	2,0683	0,5175	2,3918
0%	0%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	10%	1,5595	0,1973	2,0819	0,5224	2,3879
0%	0%	0%	20%	0%	30%	30%	20%	0%	1,5524	0,1980	2,0733	0,5210	2,3925
0%	10%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5520	0,1991	2,0882	0,5363	2,3990
0%	0%	20%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5536	0,2002	2,0925	0,5390	2,4016
10%	0%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5525	0,2007	2,0941	0,5416	2,4036
0%	0%	10%	10%	0%	30%	30%	20%	0%	1,5551	0,2015	2,0883	0,5333	2,4017
0%	0%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5475	0,2024	2,0916	0,5441	2,4092

continua na próxima página

**Tabela 7.2 – continuação**

<b>P 1</b>	<b>P 2</b>	<b>P 3</b>	<b>P 4</b>	<b>I 1</b>	<b>I 2</b>	<b>C 1</b>	<b>C 2</b>	<b>LFT</b>	<b>R</b>	$\sigma$	<b>C-a</b>	<b>C-R</b>	<b>CCar</b>
10%	0%	20%	0%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5708	0,2036	2,1154	0,5446	2,4030
10%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5553	0,2045	2,1018	0,5465	2,4141
0%	20%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5559	0,2056	2,1052	0,5493	2,4172
0%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5502	0,2062	2,1042	0,5540	2,4198
0%	0%	0%	10%	0%	30%	30%	20%	10%	1,5516	0,2072	2,1046	0,5530	2,4190
0%	0%	0%	30%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5412	0,2081	2,0792	0,5379	2,4030
0%	10%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5514	0,2090	2,1176	0,5662	2,4280
0%	10%	0%	30%	0%	0%	30%	30%	0%	1,5563	0,2095	2,0901	0,5338	2,4008
10%	0%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5519	0,2106	2,1258	0,5738	2,4331
0%	0%	10%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5443	0,2115	2,0910	0,5467	2,4111
0%	0%	0%	0%	0%	30%	20%	30%	20%	1,5469	0,2125	2,1327	0,5858	2,4391
0%	0%	0%	20%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5297	0,2129	2,0940	0,5643	2,4231
0%	10%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5456	0,2140	2,1011	0,5555	2,4177
0%	0%	20%	10%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5473	0,2149	2,1091	0,5618	2,4191
0%	0%	10%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5326	0,2162	2,1170	0,5844	2,4320
0%	0%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	10%	1,5407	0,2170	2,1084	0,5677	2,4269
0%	0%	0%	10%	0%	30%	30%	30%	0%	1,5178	0,2177	2,0900	0,5723	2,4432
0%	10%	0%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5339	0,2187	2,1287	0,5948	2,4391
0%	0%	20%	0%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5355	0,2195	2,1339	0,5984	2,4407
10%	0%	0%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5345	0,2202	2,1324	0,5979	2,4436
0%	0%	10%	0%	0%	30%	30%	30%	0%	1,5205	0,2209	2,0979	0,5775	2,4522
0%	0%	0%	10%	0%	20%	30%	30%	10%	1,5292	0,2218	2,1311	0,6019	2,4489
0%	10%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	0%	1,5216	0,2233	2,1039	0,5822	2,4591
10%	0%	10%	0%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5374	0,2236	2,1426	0,6052	2,4522
10%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	0%	1,5222	0,2248	2,1146	0,5924	2,4634
0%	0%	10%	0%	0%	20%	30%	30%	10%	1,5320	0,2251	2,1401	0,6081	2,4579
0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	10%	1,5172	0,2265	2,1114	0,5942	2,4696

**Tabela 7.3:** Participação dos títulos nas carteiras com imposto ETF

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	σ	C-a	C-R	CCar
0%	10%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7344	0,1236	2,0970	0,3626	2,2564
10%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7348	0,1260	2,1075	0,3728	2,2617
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	0%	10%	1,7298	0,1271	2,1068	0,3770	2,2633
0%	0%	30%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,7026	0,1278	2,0842	0,3816	2,2580
0%	20%	30%	30%	0%	20%	0%	0%	0%	1,7498	0,1300	2,1351	0,3853	2,2581
10%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	0%	0%	1,7357	0,1303	2,1221	0,3864	2,2713
0%	10%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,7036	0,1318	2,1002	0,3966	2,2677
0%	0%	30%	30%	0%	30%	10%	0%	0%	1,7057	0,1325	2,0942	0,3885	2,2674
0%	10%	30%	30%	0%	20%	0%	0%	10%	1,7449	0,1332	2,1451	0,4002	2,2644
10%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,7041	0,1341	2,1098	0,4057	2,2733
10%	0%	30%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,7185	0,1346	2,1266	0,4081	2,2649
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,6990	0,1355	2,1070	0,4080	2,2758
0%	10%	20%	30%	0%	30%	10%	0%	0%	1,7066	0,1366	2,1111	0,4045	2,2776
10%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	0%	1,7051	0,1382	2,1219	0,4168	2,2835
0%	10%	30%	20%	0%	30%	0%	10%	0%	1,7063	0,1384	2,1262	0,4198	2,2832
0%	0%	30%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,6835	0,1395	2,0923	0,4088	2,2667
0%	0%	20%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6693	0,1404	2,0828	0,4135	2,2765
20%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	10%	0%	1,7202	0,1414	2,1538	0,4336	2,2805
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	10%	10%	1,7005	0,1419	2,1337	0,4331	2,2918
0%	10%	20%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,6847	0,1435	2,1075	0,4228	2,2763
0%	10%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6705	0,1441	2,0941	0,4236	2,2862
0%	0%	20%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6735	0,1451	2,0903	0,4168	2,2861
10%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6710	0,1463	2,1022	0,4312	2,2919
0%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	20%	10%	1,6799	0,1472	2,1161	0,4362	2,2850
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6659	0,1479	2,0998	0,4339	2,2955
0%	10%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6746	0,1489	2,1021	0,4275	2,2962
10%	10%	10%	30%	0%	20%	0%	20%	0%	1,6866	0,1496	2,1369	0,4504	2,2916
10%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	0%	1,6722	0,1501	2,1174	0,4452	2,3019
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	20%	10%	1,6670	0,1517	2,1165	0,4495	2,3055
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	10%	10%	1,6700	0,1525	2,1077	0,4377	2,3052
10%	0%	10%	30%	0%	20%	0%	20%	10%	1,6817	0,1534	2,1416	0,4599	2,3005
0%	0%	20%	30%	0%	20%	0%	30%	0%	1,6481	0,1542	2,0669	0,4188	2,2925
10%	10%	0%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6762	0,1548	2,1244	0,4482	2,3124
0%	0%	10%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6341	0,1559	2,0682	0,4341	2,3044
20%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	10%	0%	1,6767	0,1570	2,1344	0,4578	2,3185
0%	10%	10%	30%	0%	20%	0%	30%	0%	1,6493	0,1578	2,0813	0,4320	2,3018
0%	0%	20%	30%	0%	20%	10%	20%	0%	1,6530	0,1589	2,0891	0,4361	2,3018
0%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6353	0,1593	2,0845	0,4492	2,3132
0%	0%	10%	30%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6390	0,1604	2,0807	0,4416	2,3128
10%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6359	0,1613	2,0909	0,4550	2,3186
0%	10%	10%	30%	0%	20%	10%	20%	0%	1,6543	0,1625	2,1061	0,4518	2,3115
0%	0%	0%	30%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6308	0,1631	2,0889	0,4581	2,3233
0%	10%	0%	30%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6402	0,1638	2,0922	0,4520	2,3220
0%	10%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6384	0,1647	2,1055	0,4671	2,3267
10%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6408	0,1658	2,0987	0,4580	2,3277
10%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6390	0,1667	2,1093	0,4703	2,3323
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	20%	10%	1,6357	0,1674	2,0979	0,4622	2,3319
0%	0%	10%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6338	0,1685	2,1113	0,4775	2,3369
0%	10%	0%	30%	0%	30%	20%	10%	0%	1,6444	0,1693	2,1065	0,4621	2,3343

continua na próxima página

Tabela 7.3 – continuação

P 1	P 2	P 3	P 4	I 1	I 2	C 1	C 2	LFT	R	$\sigma$	C-a	C-R	CCar
10%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6402	0,1702	2,1238	0,4835	2,3419
10%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	20%	0%	1,6438	0,1711	2,1192	0,4754	2,3419
0%	10%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6350	0,1720	2,1232	0,4881	2,3465
0%	20%	10%	10%	0%	30%	0%	30%	0%	1,6428	0,1736	2,1403	0,4975	2,3503
0%	0%	20%	30%	0%	10%	10%	30%	0%	1,6301	0,1740	2,0904	0,4603	2,3221
0%	0%	10%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,6165	0,1752	2,0829	0,4664	2,3317
0%	0%	0%	20%	0%	30%	0%	30%	20%	1,6306	0,1759	2,1253	0,4947	2,3572
0%	0%	0%	30%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6027	0,1773	2,0755	0,4727	2,3445
0%	10%	10%	10%	0%	30%	0%	30%	10%	1,6381	0,1775	2,1440	0,5059	2,3607
0%	10%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,6178	0,1784	2,0937	0,4759	2,3403
0%	0%	20%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,6196	0,1801	2,0994	0,4798	2,3444
10%	0%	0%	30%	0%	20%	10%	30%	0%	1,6184	0,1803	2,0983	0,4798	2,3456
0%	0%	10%	10%	0%	30%	0%	30%	20%	1,6336	0,1814	2,1530	0,5194	2,3714
0%	0%	10%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6058	0,1820	2,0967	0,4909	2,3567
0%	10%	10%	20%	0%	20%	10%	30%	0%	1,6210	0,1833	2,1117	0,4907	2,3533
0%	10%	0%	30%	0%	10%	10%	30%	10%	1,6280	0,1842	2,1138	0,4858	2,3490
0%	10%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6070	0,1851	2,1147	0,5077	2,3658
10%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	20%	0%	1,6235	0,1856	2,1226	0,4992	2,3568
10%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6077	0,1869	2,1208	0,5131	2,3715
0%	0%	0%	30%	0%	10%	10%	30%	20%	1,6232	0,1879	2,1181	0,4949	2,3590
0%	0%	0%	20%	0%	30%	10%	30%	10%	1,6025	0,1887	2,1217	0,5191	2,3765
0%	10%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6102	0,1899	2,1392	0,5290	2,3790
0%	10%	20%	0%	0%	20%	30%	0%	20%	1,6163	0,1909	2,1436	0,5273	2,4022
10%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	0%	1,6108	0,1917	2,1464	0,5356	2,3848
10%	0%	0%	20%	0%	20%	10%	30%	10%	1,6183	0,1921	2,1370	0,5187	2,3788
0%	0%	10%	10%	0%	30%	10%	30%	10%	1,6056	0,1935	2,1497	0,5441	2,3899
0%	0%	0%	20%	0%	20%	10%	30%	20%	1,6129	0,1939	2,1355	0,5225	2,3839
10%	0%	0%	10%	0%	20%	30%	0%	30%	1,6103	0,1951	2,1531	0,5428	2,4144
0%	0%	10%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5973	0,1957	2,1119	0,5146	2,3682
0%	0%	0%	30%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5839	0,1973	2,1144	0,5305	2,3794
0%	0%	10%	10%	0%	30%	20%	20%	10%	1,6104	0,1982	2,1696	0,5592	2,4001
0%	10%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	0%	1,5988	0,1986	2,1165	0,5177	2,3760
0%	0%	10%	10%	0%	0%	20%	20%	40%	1,5984	0,1997	2,1422	0,5438	2,3901
0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	0%	40%	1,5939	0,2005	2,1593	0,5653	2,4434
0%	0%	10%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5871	0,2015	2,1228	0,5357	2,3902
0%	0%	0%	30%	0%	10%	20%	30%	10%	1,5939	0,2020	2,1275	0,5336	2,3857
0%	0%	0%	20%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5734	0,2037	2,1152	0,5418	2,4027
0%	10%	0%	20%	0%	20%	20%	30%	0%	1,5885	0,2045	2,1287	0,5401	2,3983
10%	0%	0%	10%	0%	10%	30%	10%	30%	1,5937	0,2050	2,1545	0,5607	2,4172
0%	0%	0%	10%	0%	10%	30%	10%	40%	1,5875	0,2062	2,1488	0,5614	2,4210
0%	10%	0%	0%	0%	10%	20%	20%	40%	1,5905	0,2071	2,1544	0,5639	2,4257
0%	0%	10%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5765	0,2079	2,1322	0,5557	2,4140
0%	0%	0%	20%	0%	30%	30%	20%	0%	1,5784	0,2091	2,1315	0,5531	2,4135
10%	0%	0%	0%	0%	20%	30%	10%	30%	1,5836	0,2097	2,1697	0,5861	2,4457
0%	10%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5779	0,2108	2,1461	0,5682	2,4223
0%	0%	0%	0%	0%	20%	30%	10%	40%	1,5776	0,2111	2,1709	0,5933	2,4496
10%	0%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	0%	1,5786	0,2125	2,1559	0,5773	2,4277
0%	10%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	1,5730	0,2136	2,1567	0,5837	2,4214
0%	0%	0%	10%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5734	0,2142	2,1551	0,5817	2,4332
10%	0%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	1,5738	0,2152	2,1631	0,5893	2,4257

continua na próxima página

**Tabela 7.3 – continuação**

<b>P 1</b>	<b>P 2</b>	<b>P 3</b>	<b>P 4</b>	<b>I 1</b>	<b>I 2</b>	<b>C 1</b>	<b>C 2</b>	<b>LFT</b>	<b>R</b>	$\sigma$	<b>C-a</b>	<b>C-R</b>	<b>CCar</b>
0%	0%	10%	0%	0%	0%	20%	30%	40%	1,5678	0,2156	2,1460	0,5782	2,4296
0%	0%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	40%	1,5671	0,2169	2,1625	0,5954	2,4316
0%	0%	0%	30%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5637	0,2177	2,1331	0,5695	2,4204
0%	0%	10%	0%	0%	30%	20%	30%	10%	1,5765	0,2185	2,1838	0,6072	2,4459
10%	0%	0%	0%	0%	10%	30%	20%	30%	1,5645	0,2198	2,1625	0,5980	2,4504
10%	0%	0%	30%	0%	0%	30%	30%	0%	1,5792	0,2208	2,1497	0,5704	2,4221
0%	0%	0%	0%	0%	10%	30%	20%	40%	1,5580	0,2216	2,1618	0,6038	2,4563
0%	0%	0%	0%	0%	0%	20%	30%	50%	1,5638	0,2220	2,1641	0,6003	2,4488
0%	0%	0%	20%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5537	0,2234	2,1564	0,6027	2,4422
0%	10%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5686	0,2242	2,1602	0,5916	2,4371
0%	0%	0%	0%	0%	0%	30%	20%	50%	1,5662	0,2255	2,1921	0,6259	2,4562
10%	0%	0%	20%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5694	0,2258	2,1695	0,6001	2,4414
0%	0%	10%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5570	0,2271	2,1695	0,6125	2,4526
0%	10%	10%	10%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5722	0,2280	2,1784	0,6063	2,4464
0%	0%	30%	0%	0%	10%	30%	30%	0%	1,5742	0,2290	2,1858	0,6116	2,4485
0%	10%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	1,5412	0,2294	2,1557	0,6146	2,4622
10%	0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	30%	1,5421	0,2308	2,1622	0,6201	2,4662
10%	0%	0%	10%	0%	20%	30%	30%	0%	1,5592	0,2314	2,1831	0,6239	2,4649
0%	0%	0%	0%	0%	0%	30%	30%	40%	1,5353	0,2328	2,1615	0,6262	2,4741