

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA UnB DARCY RIBEIRO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DE PLACA  
FLEXÍVEL ACOPLADA À CAVIDADE ACÚSTICA POR  
VIBROMETRO LASER**

**Pedro Henrique Ramos De Lima**

**ORIENTADOR: Dr. MARCUS VINICIUS GIRÃO DE MORAIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO: ENM-DM 269/2017**

**BRASÍLIA/DF: SETEMBRO/2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA UnB DARCY RIBEIRO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DE PLACA FLEXÍVEL**  
**ACOPLADA À CAVIDADE ACÚSTICA POR VIBROMETRO LASER**

**PEDRO HENRIQUE RAMOS DE LIMA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE**  
**DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO**  
**PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO**  
**GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Marcus Vinícius Girão de Moraes, Dr. Univ. (ENM-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Adriano Todorovic Fabro, PhD (ENM-UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Suzana Moreira Avila, PhD (FGA-UnB)**  
**(Examinadora Externa)**

**Brasília/DF, 22 de Setembro de 2017**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LIMA, PEDRO HENRIQUE RAMOS DE

Análise Modal Experimental de Placa Flexível Acoplada à Cavidade Acústica por Vibrometro Laser. [Distrito Federal] 2017.

xv, 98p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2017).

Dissertação de mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- |                  |                                 |
|------------------|---------------------------------|
| 1. Análise Modal | 2. Método Numérico-Experimental |
| 3. Vibroacústica | 4. Interação Fluido-Estrutura   |

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA, P. H. R. (2017). Análise Modal Experimental de Placa Flexível Acoplada à Cavidade Acústica por Vibrometro Laser. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM-DM 269/2017, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 113p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Pedro Henrique Ramos de Lima

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise Modal Experimental de Placa Flexível Acoplada à Cavidade Acústica por Vibrometro Laser.

GRAU/ANO: Mestre/2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para produzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Pedro Henrique Ramos de Lima  
 Rua 138 Qd. 18 Lt. 45, Jd. Tropical  
 74946450 Aparecida de Goiânia – GO  
 cefas\_hrl@hotmail.com

## DEDICATÓRIA

*Ao Espírito Santo de Deus meu melhor amigo,  
aos meus pais, Pedrinho e Silvia, irmãos,  
Wesley e Habnner, amigos e familiares  
com todo o amor e carinho do meu coração.*

*Pedro Henrique Ramos de Lima*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus que me proporcionou a realização de mais esse ideal e por sempre me dar a oportunidade de alcançar, desfrutar e vivenciar experiências que só Ele pode me dar. Aos meus familiares pelo apoio, pela dedicação, incentivo, motivação e suporte, pois escutaram minhas queixas e sempre acreditaram em mim, de modo que sem eles tudo poderia ser mais difícil. À Universidade de Brasília e ao departamento de pós-graduação de Engenharia Mecânica que me possibilitou e me deu toda a capacitação e ensino para o meu crescimento e desenvolvimento acadêmico e profissional. Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Marcus Vinícius Girão de Moraes, bem como ao GDS, que acreditando em meu trabalho sempre me deram a solene oportunidade de participar de seus estudos e pesquisas, me incentivando a alcançar e subir novos degraus na escada da vida. Aos demais professores e amigos que me deram suporte e me iluminaram em muitas dúvidas ao longo de todo o trabalho. E agradeço aos amigos que de forma recíproca me ajudaram e sempre contribuíram tornando meu trabalho mais agradável e descontraído.

*PEDRO HENRIQUE RAMOS DE LIMA*

## RESUMO

O estudo da vibroacústica, uma área de interação fluido-estrutura, é extremamente importante em diversos ramos da engenharia, como civil, mecânica, aeronáutica, naval, nuclear e bioengenharia. Uma fonte de ruído em cavidades ocorre pela interação entre a estrutura flexível e a cavidade fluida ocasionando ondas acústica e vibratórias estruturais acopladas. Para investigar esses fenômenos utilizou-se modelo experimental simplificado que consiste em uma cavidade rígida de madeira acoplada à uma placa flexível de alumínio estudada por técnicas experimental, analítica e numérica. Contudo, a identificação experimental da dinâmica da placa flexível acoplada a cavidade acústica não tinha sido realizada. O presente trabalho realiza a identificação modal de uma placa flexível de alumínio, acoplada a uma cavidade acústica rígida com o intuito de entender o comportamento do sistema acoplado, validar e comparar os resultados obtidos pelos métodos numéricos e experimentais. Uma fonte sonora calibrada é utilizada para excitar o sistema acoplado placa mais cavidade acústica. E um vibrometro laser para efetuar a medição dinâmica da placa. Por fim, este trabalho compara e valida os resultados experimentais com relação aos resultados anteriores numéricos, analíticos e experimentais para cavidades vibroacústicas além de considerar resultados da literatura.

## **ABSTRACT**

The study of vibroacoustics (a area of fluid-structure interaction) has importance in many branches of engineering, such as civil, mechanical, aeronautical, naval, bioengineering and nuclear. A source of cavity noise occurs through the interaction between the flexible structure and the fluid cavity causing acoustic waves and coupled structural vibrations. To investigate these phenomena was used a simplified experimental model consisting of a rigid wooden cavity coupled to a flexible aluminum plate studied by experimental, analytical and numerical techniques. However, the experimental identification of the dynamics of the flexible plate coupled to acoustic cavity had not been performed. The present work presents the modal identification of a flexible aluminum plate coupled to a rigid acoustic cavity in order to understand the behavior of the coupled system, validate and compare the results obtained by numerical and experimental methods. A calibrated sound source is used to excite the system coupled plate plus acoustic cavity. A laser vibrometer is used to perform the dynamic measurement of the plate. Finally, this work compares and validates the experimental results in relation to previous numerical, analytical and experimental results for vibroacoustic cavities in addition to considering results from the literature.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1	MOTIVAÇÃO .....	2
1.2	OBJETIVOS .....	5
1.2.1	OBJETIVO GERAL.....	5
1.3	METODOLOGIA.....	5
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	6
<b>2</b>	<b>PROBLEMA VIBROACÚSTICO PLACA + CAVIDADE</b> .....	<b>8</b>
2.1	BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	8
2.1.1	CONTRIBUIÇÃO DO LABORATÓRIO.....	13
2.2	SOLUÇÃO ANALÍTICA DO SISTEMA PLACA + CAVIDADE.....	15
2.2.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES DO COMPORTAMENTO VIBROACÚSTICO ..	15
2.2.2	FORÇAS ACÚSTICAS SOBRE PAINÉIS FLEXÍVEIS .....	19
2.3	MODELAGEM NUMÉRICA VIBROACÚSTICA.....	21
<b>3</b>	<b>TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL</b> .....	<b>25</b>
3.1	MÉTODO PEAK PICKING (PP) .....	26
3.2	MÉTODO PRF .....	27
3.3	AVALIAÇÃO DE DADOS MODAIS .....	33
<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>34</b>
4.1	CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA PLACA + CAVIDADE.....	34
4.2	DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL .....	36
4.3	PROCEDIMENTO DO ALGORÍTMO.....	42
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>45</b>
5.1	MOBILIDADE DA PLACA ACOPLADA À CAVIDADE RÍGIDA .....	45
5.2	COMPARAÇÃO COM A LITERATURA .....	50
5.3	AVALIAÇÃO DO MAC DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	56
5.4	ESTUDO DE SIMETRIA DA PLACA .....	57
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b> .....	<b>67</b>
6.1	CONCLUSÕES GERAIS.....	67
6.2	CONCLUSÕES ESPECÍFICAS .....	68
6.3	SUGESTÕES FUTURAS .....	69

<b>APÊNDICES.....</b>	<b>76</b>
<b>A. PROCEDIMENTO NUMÉRICO.....</b>	<b>77</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>85</b>
<b>B. ESQUEMÁTICO DO SISTEMA .....</b>	<b>86</b>
<b>C. CÓDIGO MATLAB.....</b>	<b>87</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1:</b> Vista esquemática do interior de uma aeronave (a), de um submarino (b), de um automóvel (c) e uma simulação acústica de um automóvel (d).....	3
<b>Figura 2.1:</b> Cavidade acústica com parede flexível.....	17
<b>Figura 2.2:</b> Esquemático de uma interação fluido-estrutura em um modelo de elementos finitos.....	23
<b>Figura 3.1:</b> Diagrama de blocos de uma FRF. ....	25
<b>Figura 3.2:</b> Ajuste de curva da FRF medida em uma viga vibrando (SCHWARZ e RICHARDSON, 1999). ....	26
<b>Figura 3.3:</b> PP usando método da meia potência (SCHWARZ e RICHARDSON, 1999). ....	27
<b>Figura 3.4:</b> Fluxograma do Método PRF. ....	32
<b>Figura 4.1:</b> Esquemático de montagem do sistema (Apêndice 2). ....	35
<b>Figura 4.2:</b> Pontos de mapeamento experimental em malha 16x10 na placa de alumínio. ....	35
<b>Figura 4.3:</b> Cavidade apoiada e inclinada. ....	36
<b>Figura 4.4:</b> Montagem experimental e equipamentos utilizados.....	37
<b>Figura 4.5:</b> Esquemático do sistema de medição. ....	38
<b>Figura 4.6:</b> Range de frequência visualizado pelo osciloscópio. ....	39
<b>Figura 4.7:</b> Variação de tensão pico a pico visualizado pelo osciloscópio. ....	39
<b>Figura 4.8:</b> Posição do microfone em relação ao ângulo de incidência da onda sonora. ....	40
<b>Figura 4.9:</b> Vibrometro Laser (LVD). ....	41
<b>Figura 4.10:</b> Esquemático de funcionamento do algoritmo. ....	42
<b>Figura 5.1:</b> Coerência das medições no ponto P67 usando excitação acústica, na configuração cavidade + placa. ....	45
<b>Figura 5.2:</b> Estimadores da FRF em análise comparativa, medido no ponto P67 da placa excitada acusticamente.....	46
<b>Figura 5.3:</b> FRFs (velocidade por pressão) sobrepostas dos 18 pontos da placa excitados acusticamente em análise experimental. ....	47
<b>Figura 5.4:</b> FRFs (velocidade por pressão) sobrepostas dos 18 pontos da placa excitados acusticamente em análise numérica. ....	48
<b>Figura 5.5:</b> FRF (velocidade por pressão) do ponto P67 da placa excitado acusticamente em análise comparativa.....	48

<b>Figura 5.6:</b> Erro relativo da comparação das frequências naturais entre os métodos PP e PRF.....	49
<b>Figura 5.7:</b> AUTOMAC PRF experimental. ....	51
<b>Figura 5.8:</b> Raízes da equação 5.1, referindo a frequência transversal.....	56
<b>Figura 5.9:</b> Validação MAC com AUTOMAC dos dados experimentais. ....	57
<b>Figura 5.10:</b> Esquemático de projeção da análise de simetria da placa.....	58
<b>Figura 5.11:</b> Comparação experimental e numérica das FRFs e das formas modais dos cinco primeiros modos. Ambas FRFs são a razão entre velocidade e pressão.....	65
<b>Figura A.1:</b> Análise comparativa numérico-experimental sem amortecimento.....	79
<b>Figura A.2:</b> Amortecimento estrutural de 0.001% utilizado na análise comparativa numérico-experimental. ....	80
<b>Figura A.3:</b> Amortecimento estrutural de 0.01% utilizado na análise comparativa numérico-experimental. ....	81
<b>Figura A.4:</b> Comparação da densidade de malha da estrutura. ....	82
<b>Figura A.5:</b> Convergência de malha em relação a frequência a cada modo. ....	83
<b>Figura A.6:</b> Malha determinada após uma série de análises. ....	83
<b>Figura A.7:</b> Condições de contorno (azul – translação e laranja – rotação), ponto de pressão (amarelo) e interface cavidade placa (verde).....	85

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 5.1:</b> Comparação das frequências naturais experimentais e numérica, para a placa acoplada à cavidade, pelas técnicas PP e PRF.....	50
<b>Tabela 5.2:</b> Comparação dos erros relativos entre as frequências naturais experimentais-numéricas-analíticas para cavidade acústica acoplada, tendo como base os dados experimentais deste trabalho. ....	51
<b>Tabela 5.3:</b> Comparação das soluções numérico deste trabalho e experimental do Melo (2013) para cavidade acústica acoplada. ....	52
<b>Tabela 5.4:</b> Comparação das soluções numérico e experimental de placa deste trabalho para cavidade acústica acoplada. ....	54
<b>Tabela 5.5:</b> Análise de convergência e simetria dos modos da placa. ....	58
<b>Tabela 5.6:</b> Modos estruturais do sistema placa-cavidade. ....	63
<b>Tabela A.1:</b> Dados da cavidade acústica. ....	78
<b>Tabela A.2:</b> Dados do fluido à temperatura de 20°C ao nível do mar. ....	78
<b>Tabela A.3:</b> Dados da parede flexível esbelta. ....	78

## LISTA DE ABREVIACÕES

<i>AC</i>	Corrente Alternada
<i>B&amp;K</i>	Bruel & Kjaer
<i>BEA</i>	Análise por Elementos de Contorno
<i>FEA</i>	Análise por Elementos Finitos
<i>FFT</i>	Transformada Rápida de Fourier
<i>FRF</i>	Função Resposta em Frequência
<i>FSI</i>	Interação Fluido-Estrutura
<i>GDL</i>	Graus de Liberdade
<i>GDS</i>	Grupo de Dinâmica dos Sistemas
<i>IL</i>	Perda por Inserção
<i>MAC</i>	<i>Modal Assurance Criterion</i>
<i>MDF</i>	<i>Medium Density Fiberboard</i>
<i>MDOF/MGDL</i>	Múltiplos Graus de Liberdade
<i>MEC</i>	Método dos Elementos Contorno
<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>WBM</i>	Método Baseado em Ondas
<i>NVH</i>	Ruído, Vibração e Aspereza
<i>ODS</i>	<i>Operating Deflection Shape</i>
<i>PP</i>	<i>Peak Picking</i>
<i>PRF</i>	Polinômio de Razões Fracionais
<i>PVC</i>	Policloreto de Vinila
<i>SDOF/SGDL</i>	Simple Graus de Liberdade
<i>TL</i>	Perda por Transmissão
<i>UE</i>	União Europeia
<i>UnB</i>	Universidade de Brasília
<i>VE</i>	Veículos Elétricos
<i>3D</i>	Três Dimensões

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Lista de Símbolos Latinos

<i>a</i>	Profundidade da cavidade	[m]
<i>c</i>	Velocidade do som	[m/s]
<i>C</i>	Amortecimento	
<i>coe</i>	Coerência	
<i>d</i>	Diâmetro	[m]
<i>D</i>	Densidade Modal	
<i>e</i>	Número de repetições	
<i>E</i>	Módulo de Elasticidade	[GPa]
<i>Exp</i>	Experimental	
<i>F</i>	Frequência	[Hz]
<i>F</i>	Forçamento	[N]
<i>G</i>	Círculos modais	
<i>h</i>	Espessura	[m]
<i>H</i>	FRF	
<i>H1/H2</i>	Estimadores	
<i>I</i>	Função de forma linear	
<i>k</i>	Número de ondas	
<i>K</i>	Rigidez	
<i>L</i>	Dimensões	[m]
<i>M</i>	Massa	[kg]
<i>N</i>	Número da ordem	
<i>n</i>	Numérico	
<i>p</i>	Pressão	[Pa]
<i>P</i>	Perímetro	[m]
<i>Q</i>	Coordenada de deslocamento	
<i>r</i>	Velocidade acústica	
<i>R</i>	Acoplamento	
<i>ROT</i>	Rotação	
<i>S</i>	Área	[m]
<i>t</i>	Tempo	[s]
<i>U</i>	Deslocamento/Translação	[m]
<i>V</i>	Volume	[m <sup>3</sup> ]
<i>X</i>	Resposta de Saída	
<i>w</i>	Vibração transversal	
<i>Z</i>	Impedância	[ohm]

## Lista de Símbolos Gregos

$\Delta$	Passo	
$\nabla$	Operador de gradiente, divergente e rotacional	
$\partial$	Derivada parcial	
$\alpha$	Coefficientes de Fourier	
$\gamma$	Constante de suporte da placa	
$\delta$	Rigidez à flexão	[m]
$\theta$	Ângulo	[°]
$\zeta$	Amortecimento proporcional	
$\rho$	Densidade	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\pi$	Constante matemática	
$\nu$	Coefficiente de Poisson	
$\varphi$	Fase	
$\psi$	Função de forma modal	
$\omega$	Frequência angular	[Hz]
$\omega_n$	Frequência natural	[Hz]
$\phi$	Potencial de velocidade	

## Subescritos

$s$	Estrutura
$f$	Fluido
$u, v$	Índices modais estruturais
$visc$	Viscosidade
$l, m, n$	Índices modais acústicos
$c$	Corte
$i, j$	Coordenadas dos eixos
$g, o$	Número do nó
$x, y, z$	Eixos tridimensionais
$A, B$	Constantes

## Sobrescritos

$\bullet$	Variação temporal
$\%$	Porcentagem

## 1 INTRODUÇÃO

Ondas sonoras nos cercam, dando ao som uma característica onipresente em nossas vidas. Estas se caracterizam por flutuações de pressão em um meio compressível. Quando tratamos desse assunto é de suma importância falar sobre o ruído (sons indesejáveis). O aumento do ruído, dificulta a constante procura do ser humano por conforto, saúde e redução de poluição, é ocasionado pela redução sistemática de massa para um aumento da eficiência de combustível em automóveis e aeronaves, tanto para diminuir o consumo quanto para reduzir a emissão de poluentes. Buscando aumentar o nível de conforto em veículos e máquinas industriais estuda-se quais são as possibilidades para redução dos níveis de ruído.

Pode-se dar vários exemplos reais desses fenômenos: (a) submarinos – em que o ruído gerado pelo motor e pela maquinaria interna são propagados pelo meio quase infinito do oceano; (b) carros transitando em vias próximas de centros urbanos e comerciais – em que o ruído gerado pelo motor e pela aerodinâmica do veículo devem ser minimizados para que o som propagado até o local habitado seja inferior a níveis pré-estabelecidos; (c) habitáculos veiculares – em que o ruído gerado por vibrações em forma de pressão acústica estrutural, produzidas pela cavidade motora (sistema *powertrain* - motor e embreagem) em conjunto com a cavidade veicular (domínio sustentado pelo chassi), alcançam estruturas flexíveis, como parede “corta-fogo” (*fire-wall*) ou assoalho, e são irradiados para o interior do habitáculo podendo novamente excitar partes estruturais, inibindo o conforto sonoro dos passageiros (FERREIRA, 2012).

Destacando os habitáculos veiculares, sabe-se que parte do ruído gerado é absorvido por diversos materiais isolantes sonoros poroelásticos (espumas ou feltros), plásticos, vidro, mantas asfálticas no assoalho, etc. Porém, isso não é o suficiente e em muitos casos podem até prejudicar a inteligibilidade da fala do passageiro. Logo, deve-se desenvolver o controle na faixa de frequência média ([300 – 3000] [Hz]). Essa faixa é responsável por 90% da inteligibilidade da fala (MELO, 2012). Sendo este um fator de design muito importante. Do ponto de vista acústico deve-se concentrar os esforços para que o ruído seja minimizado (FERREIRA, 2014).

Desse modo é importante entender os fenômenos acústicos em espaços confinados, como: cabines de aviões, automóveis, helicópteros, trens, casas de máquinas, teatros, salas de concertos e outros.

Então uma forma para podermos prever os resultados destes fenômenos acústicos em situações reais, se dá estudando protótipos de cavidades acústicas acopladas à placa flexível. Estes fenômenos acústicos em cavidades interagem com a estrutura, caracterizando, portanto o fenômeno de acoplamento fluido-estrutura vibroacústico.

Logo, havendo uma cavidade com contorno flexível, o acoplamento entre a vibração da estrutura e as partículas fluidas, na interface sólido-fluido, é estabelecido. Tanto a pressão acústica interna afeta o movimento da estrutura, quanto o movimento da estrutura altera o campo de pressão acústica (HUACANCA, 2015).

A medida que a rigidez dessas estruturas é reduzida, particularmente com a introdução de novos materiais mais leves como materiais compósitos, este acoplamento fluido-estrutura é acentuado (DHANDOLE e MODAK, 2007). Além disso a redução da rigidez promove o aumento dos níveis de vibração e o aumento do ruído nas redondezas do veículo. Este comportamento está estritamente interligado com o comprimento de ondas acústicas e às dimensões acústicas principais da cavidade. Outra particularidade é que a transmissibilidade de placas finas é maior que a de placas espessas, aumentando também o nível de ruído no habitáculo automotivo por exemplo.

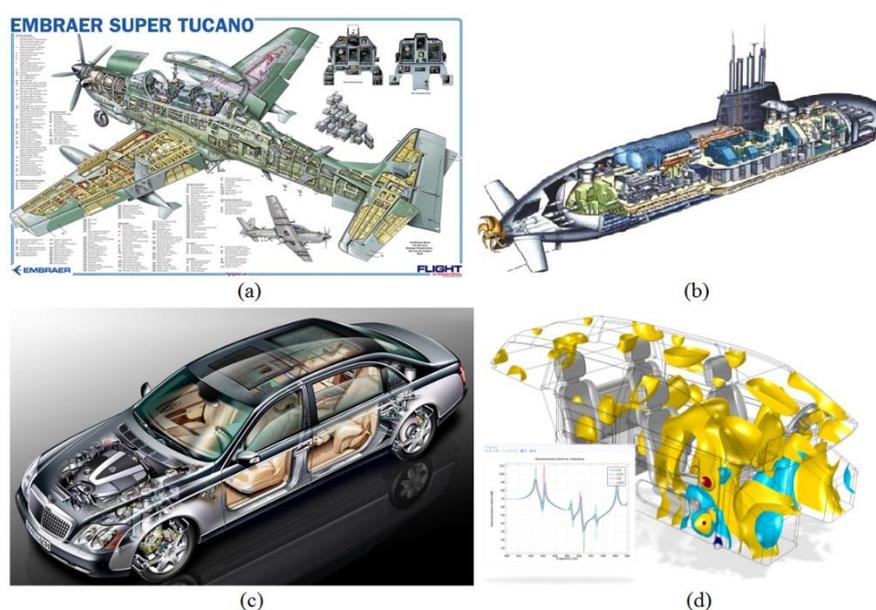
Então, aplicando-se estruturas leves, para melhorar a eficiência e performance dos veículos, cuidados devem ser tomados com respeito as características vibroacústicas e com a capacidade de redução de ruído. Devido à perda de massa, frequentemente a rigidez dinâmica é degradada causando uma insatisfatória performance vibroacústica que no fim pode arruinar todas as características e propriedades desejadas para o projeto final do produto ou veículo. Frequentemente materiais com amortecimento adicional são adicionados no final da fase de solução de problemas, resultando em uma redução substancial do ganho de peso esperado. Deste modo é crucial o conhecimento das propriedades vibroacústicas dos materiais, antes destes serem ligeiramente aplicados ao sistema em análise (VIVOLO, PLUYMERS, *et al.*, 2010).

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A vibroacústica acopla a vibração da estrutura com as partículas fluidas na interface, formando uma configuração sólido-fluido em sistema de contorno flexível. Este acoplamento gera interação entre a vibração da estrutura e o campo de pressão acústica interno. Segundo Fahy (2007) o fluido pouco denso e compressível agindo na interação

fluido-estrutura, é conhecido como acoplamento vibroacústico. A vibroacústica busca desenvolver ferramentas e técnicas que permitem dar e desenvolver novas soluções numérica, analítica e experimental a esses problemas da engenharia.

A complexidade de uma análise vibroacústica real em cavidades veiculares, Fig. 1.1, requer um dispêndio muito grande de tecnologia, simulações, instalações e etc. Muito das vezes, no âmbito da pesquisa, são inviáveis. Devido a isso estuda-se sistemas de cavidades acústicas confinadas por contornos metálicos flexíveis, como o acoplamento placa com cavidade, para entender as premissas e os fenômenos que circundam habitáculos veiculares.



**Figura 1.1:** Vista esquemática do interior de uma aeronave (a), de um submarino (b), de um automóvel (c) e uma simulação acústica de um automóvel (d).

No intuito de melhorar a qualidade de vida, pesquisadores, por meio da vibroacústica, buscam a solução de cavidades com o intuito de determinar os níveis de ruído destas. Assim, sistemas tais como cabines veiculares, motores de combustão, alto-falantes, caixas de engrenagens, etc, podem ser modelados com maior versatilidade. Além disso, suas características vibroacústicas podem ser determinadas e otimizadas ainda na fase de projeto, de forma a prever o resultado em situações reais.

O estudo experimental e a validação numérica de modelos vibroacústicos é de suma importância para a indústria. A qualidade sonora e vibracional é uma característica capital para proporcionar percursos calmos e confortáveis aos consumidores da indústria

automobilística, por exemplo (FOULADI, NOR e ARIFFIN, 2009; NOR, FOULADI e ARIFFIN, 2006).

Nesse contexto é que se desenvolve estudos e aplicações relacionados à interação fluido-estrutura. Sendo essencial salientar que o acoplamento vibroacústico envolvido no processo é responsável pelo aumento dos níveis de ruído, que por sua vez reduzem o conforto acústico desejado para o projeto. Deste modo é importantíssimo o estudo e conhecimento das características e propriedades vibroacústicas de cada componente do sistema e do seu acoplamento.

No âmbito dos estudos de vibroacústica desenvolvidos pelo Grupo de Dinâmica de Sistemas (GDS) da Universidade de Brasília (UnB), este trabalho insere-se dentro de um contexto de pesquisa. Tourinho (2011) apresenta os primeiros estudos vibroacústicos em um sistema placa flexível acoplada a cavidade acústica. Este sistema vibroacústico simples foi construído em parceria com a USP, UFSC e ITA-Aachen (*Institut für Technische Akustik, RWTH-Aachen*) (FONSECA, MASIERO, *et al.*, 2010) para contribuir no desenvolvimento de métodos de atualização identificando fontes de incerteza em medições e simulações. Este estudo suscitou diversas questões sobre o comportamento vibroacústico do sistema placa + cavidade.

Melo (2013) realizou análise modal experimental da cavidade acústica acoplada a placa flexível usando fonte calibrada para excitação acústica. Esta técnica (ROSSETTO, 2001) efetua a função de transferência entre a excitação acústica (fonte calibrada) e um ponto de medição no interior da cavidade. As medições experimentais são efetuadas por microfone B&K. Ferreira et al (2013) desenvolve a modelagem numérica elementos finitos da cavidade acústica acoplada a placa flexível pelo *ANSYS* e compara seus resultados com os ensaios experimentais (MELO FH, 2013). Os parâmetros modais de frequência natural e forma modal acústica dos resultados experimentais e da solução numérica apresentam razoável correlação entre si. Contudo, a ausência de resultados experimentais do comportamento dinâmico da placa flexível (forma modal) motivou estudos complementares.

Huacanca (2015) implementou a solução analítico-aproximada de vibrações livres de uma placa flexível acoplada a cavidade acústica (PRETLOVE, 1965, 1966) utilizando a técnica de resíduos ponderados (*Ritz-Galerkin*). Os parâmetros modais de frequência natural e de forma modal da placa flexível são obtidos para o sistema acoplado placa + cavidade. Os resultados de frequência natural pela técnica analítico-aproximada são comparados aos

resultados experimentais e numéricos anteriores obtidos com razoável precisão. Já a avaliação comparativa entre as formas modais da placa flexível limitou-se a comparação com a solução numérica por *ANSYS*. Contudo, a ausência de formas modais estruturais obtidas por técnicas experimentais do sistema acoplado placa + cavidade impedem uma validação completa da solução analítico-aproximada implementada (HUACANCA, 2015) devido a ausência de resultados.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Realizar uma análise modal experimental de uma placa flexível de alumínio, acoplada a uma cavidade acústica retangular rígida usando fonte calibrada para excitação e vibrometro laser para aquisição da resposta vibracional da placa flexível, com o intuito de entender o comportamento do acoplamento placa + cavidade. Validar e comparar os resultados obtidos pelos métodos numéricos e experimentais, bem como com os resultados obtidos da literatura.

## **1.3 METODOLOGIA**

Este trabalho desenvolve o estudo do comportamento vibroacústico da placa flexível acoplada a cavidade acústica utilizando o vibrometro laser para a aquisição da resposta dinâmica de velocidade da placa flexível.

A escolha do instrumento de medição é determinante para a realização deste estudo experimental. Os acelerômetros disponíveis no laboratório acrescentavam massa adicional a placa flexível e poderiam ser fontes de erros na medição. A disponibilidade de um Vibrometro Laser Doppler (LDV) que possibilitava a medição de velocidade da placa flexível sem contato direto influenciou a escolha deste transdutor para a realização do presente trabalho.

Dentre as atividades desenvolvidas, pode-se relacionar as seguintes etapas metodológicas gerais efetuadas e descritas ao longo da presente dissertação de mestrado.

- Utiliza-se a técnica de fonte acústica calibrada (ROSSETTO, 2001) para excitar o sistema acoplado placa + cavidade. Mede-se a velocidade de vibração de um ponto na placa flexível através do transdutor LDV. Estima-se as FRFs correspondentes

entre o sinal da fonte acústica (pressão sonora) e da resposta da estrutura (velocidade de um ponto na placa flexível);

- Utiliza-se técnicas de identificação uni-modal e multimodal SISO (*Single Input Single Output*) para estimar as frequências naturais e as formas modais da placa flexível acoplada a cavidade acústica rígida;
- Análises são realizadas para avaliar a qualidade dos resultados experimentais.
- Por fim, esses resultados numérico-experimentais são validados comparando-os entre si e com os resultados obtidos da literatura.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O corpo do trabalho foi subdividido em seis capítulos e três apêndices.

No primeiro capítulo é constituído de uma breve introdução acerca da problemática vibroacústica e a interação fluido-estrutura. Em primeiro instante, evidencia-se o que designou o estudo para essa análise experimental, bem como suas contribuições para o GDS – UnB. E por fim, apresenta-se os objetivos do trabalho, sua metodologia e organização.

O segundo capítulo é composto de uma breve revisão bibliográfica, tendo visto a grande diversidade de trabalhos relacionados, tanto no âmbito internacional quanto no âmbito nacional, apresentando alguns dos estudos realizados no laboratório de vibrações do GDS – UnB. Seguido por formulações específicas da vibroacústica para a solução analítica e numérica que fundamentam as bases matemáticas necessárias para o entendimento do trabalho.

No terceiro capítulo são apresentados de forma detalhada as técnicas de identificação modal para obtenção dos resultados experimentais, bem como uma técnica para evidenciar a correlação das formas modais obtidas.

No quarto capítulo, descreve-se os procedimentos experimentais desenvolvidos, como: a montagem da bancada experimental, os equipamentos utilizados e como é realizado o experimento. De modo que a partir da aquisição experimental do sistema, um algoritmo aplica às amostras obtidas, as técnicas de identificação modal podendo assim extrair as frequências naturais e as formas modais da placa acoplada à cavidade acústica.

No quinto capítulo, encontram-se as aplicações usadas para a validação das implementações numérica-experimental relacionadas aos resultados encontrados por meio

da literatura base (FERREIRA, 2013, MELO, 2013, HUACANCA, 2015). Apresenta-se no sexto e último capítulo as conclusões do trabalho e sugestões para a continuidade da pesquisa.

Por fim, nos apêndices, apresenta-se o procedimento numérico usado, o esquemático e dimensionamento do acoplamento placa + cavidade e o código MatLab do algoritmo utilizados nesse trabalho.

## 2 PROBLEMA VIBROACÚSTICO PLACA + CAVIDADE

Apresenta-se uma breve revisão bibliográfica, relacionada ao estudo vibroacústico do acoplamento placa + cavidade, discorrendo sobre o suas abordagens e objetivos alcançados em seus estudos. Ao fim são apresentados, os trabalhos desenvolvidos no laboratório do GDS – UnB, do qual este trabalho faz parte.

Em seguida, de acordo com Huacanca (2015), uma breve análise analítica do sistema placa + cavidade é apresentada, destacando as equações governantes do comportamento vibroacústico e as forças acústicas atuantes sobre painéis flexíveis. E baseado em Tourinho (2010) e Howard *et al.* (2015) é apresentado uma sucinta modelagem numérica vibroacústica.

### 2.1 BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitas são as contribuições científicas na investigação e estudo no campo de análise modal puramente acústica e vibroacústica. Nesta seção é abordado uma breve revisão referente às cavidades acústicas rígidas e o acoplamento de placas flexíveis à estas.

Dowell e Voss (1963), prevendo as formas modais e as frequências naturais de placas, buscam entender o comportamento das placas em relação a sua estabilidade aeroelástica e excitação por ruído. Portanto, em uma análise totalmente analítica ao invés de analisarem as placas vibrando “em vácuo”, eles aplicam estas sobre uma caixa retangular. Nesta mesma época, Lyon (1963) discute a redução de ruído produzida por uma pequena caixa retangular rígida (cavidade) com uma parede flexível (painel). A partir disso ele analisa esta redução do ruído nas baixas, médias e altas frequências, para assim ver os efeitos da vibração estrutural no interior da cavidade, excitado por ruídos externos. Analiticamente, ele calcula as frequências naturais do painel e da cavidade, separadamente. Então ele conclui que nas baixas frequências os painéis flexíveis muito provavelmente movem em fase, nas médias frequências os pares simétricos e opostos dos painéis se movem juntos e nas altas frequências os movimentos do painel serão essencialmente não correlacionados.

Pretlove (1965) encontra analiticamente uma solução fechada para a velocidade acústica potencial dentro de uma cavidade retangular com uma parede flexível. Logo é possível encontrar a rigidez acústica da cavidade de apoio sobre as vibrações do painel. Baseando-se em dois tipos de sistemas cavidade-painel, determina-se os valores da frequência natural e das formas de vibrar do painel. No primeiro tipo a dinâmica da placa

não é influenciada pelas ações da cavidade, considerando-se que a rigidez acústica é menos considerável que a rigidez da placa. No segundo tipo é o contrário do primeiro, considerando-se que a rigidez acústica é de mesma ordem ou maior do que a rigidez do painel, como o ressonador de Helmholtz. Levando em conta que alguns efeitos dominantes agem sobre o painel, devido contato com a cavidade, como: tensão e transmissão de ruído. Ele ainda estudou a cavidade acústica fechada, visualizando os efeitos do acoplamento nas frequências e nos modos de vibração do painel. Portanto, apresentando o conceito de modo dominante (em relação à placa e à cavidade), a interação fluido-estrutura é discutida em termos da rigidez da placa ou do meio acústico, bem como da soma finita das contribuições dos modos de vibrar da placa e dos modos acústicos da cavidade, desacoplados.

Pretlove (1966) estuda o caso de vibrações forçadas sobre o mesmo tipo de sistema, analisando a redução do ruído externo em caixas vibroacústicas através de duas formulações. A primeira trata o problema da modificação do deslocamento e das tensões da parede para o caso em que o sistema é excitado externamente por pressões acústicas aleatórias. E a segunda resolve numericamente para um sistema que já tinha sido sujeito de análise de Lyon (1963), referente a redução de ruído, sem a combinação dos efeitos. Por fim, compara-se as duas soluções.

Após surgiram muitos outros baseados nos trabalhos de Dowell e Voss, Lyon e Pretlove. Guy e Bhattacharya (1973) faz um relato teórico-experimental sobre a influência de uma cavidade finita apoiando um painel finito, evidenciando a transmissão sonora e as vibrações do painel. São identificados, através das expressões finais, usando a velocidade potencial acústica e os modos do painel e da cavidade, os fenômenos da perda de transmissão negativa (THOMPSON, GARDONIO e ROHLFING, 2009), ressonância da cavidade, ressonância do painel, impedância acústica e coincidência da velocidade do som com a velocidade de vibração. E usam uma técnica gráfica usada uma única vez em um estudo unidimensional deste tipo, para prever as frequências de interesse no caso tridimensional.

Dowell (1980) desenvolve então um modelo plano diretor para previsão do ruído no interior de um veículo. Neste estudo, reúnem-se todas as bibliografias que considera necessária e faz um levantamento geral dos conceitos, estudos, métodos e técnicas já usadas e as que ainda precisavam ser desenvolvidos para prever e possivelmente mitigar o ruído no interior de um veículo.

Qaisi (1988) apresenta um método numérico para calcular as frequências naturais e os modos de vibrar de uma placa acoplada a uma cavidade retangular. Através das funções de viga para placas totalmente engastadas e funções admissíveis constituídas por modos normais, *in vacuo*, para placas simplesmente apoiadas, determina-se representativamente o movimento da placa e analiticamente o movimento acústico. Então através da equação de movimento de placas e pelas formulações numéricas das matrizes de massa e rigidez de cada subsistema, encontra-se a solução para as vibrações livres de um sistema acoplado.

Clark e Frampton (1997) analisam a transmissão sonora através de uma placa aeroelástica apoiada sobre uma cavidade acústica reverberante. Utilizando o método numérico de Galerkin, a placa e a cavidade são modeladas e usando o método de decomposição dos valores singulares, as forças aerodinâmicas sobre a placa são aproximadas. Obtém-se que as variações no fluxo de velocidade externa podem afetar significativamente a transmissão sonora e discute-se a importância do acoplamento placa-cavidade nos cálculos da transmissão sonora.

Ahn, Choi e Lee (2005) desenvolvem um novo método analítico que apresenta o acoplamento estrutural-acústico de duas cavidades conectadas por sua estrutura de contorno e pequenos furos. Os pequenos furos são modelados nesta análise como um sistema equivalente massa-mola-amortecedor. Uma formulação teórica para esse sistema é feita e o método de expansão modal é usado para obter os autovalores e suas formas modais. O estudo é validado comparando os resultados previstos analiticamente com os experimentais.

Cardoso (2010) propõem a modelagem, experimentação e análise de um sistema acoplado vibro-acústico formado por uma cavidade acústica paralelepípedica rígida com uma parede flexível de alumínio, para o qual se determinam, pelas vias numéricas e experimentais, as frequências e as formas naturais do sistema acoplado. O acoplamento dos dois meios é realizado através da condição de flexibilidade na fronteira do meio acústico. Ainda numericamente, é efetuado um estudo da potência sonora radiada pela placa na cavidade acústica para uma excitação dinâmica pontual e unitária onde o resultado é apresentado sob a forma de uma função de resposta em frequência. Para a validação do sistema foram determinadas diferentes respostas via modelo experimental, comparando-o com as respostas obtidas via modelo numérico. Por fim, as teorias empregadas neste estudo são: Teoria de Kirchhoff para placas finitas, para formulação teórica da placa de alumínio; Teoria geral de propagação de ondas através da equação homogênea de Helmholtz, para o

domínio acústico; e o modelo acoplado é realizado através dos modelos dos meios desacoplados, considerando uma expansão do deslocamento transversal da placa nos respectivos modos no vácuo e da pressão, através da expansão dos modos naturais da cavidade rígida. Este último procedimento se revelou muito importante na análise do sistema acoplado, uma vez que permitiu identificar a influência do meio em cada resposta determinada.

Vivolo *et al* (2011) discutem um procedimento para identificar as propriedades vibro-acústico de componentes estruturais com base em uma nova configuração de medição, desenvolvido especificamente para a investigação experimental da redução de ruídos características de estruturas leves. Os autores trazem um estudo comparativo entre perda de transmissão (TL) e perda de inserção (IL), o que demonstra a razão, pelo qual eles usaram o segundo como parâmetro necessário para atingir os resultados esperados. Em seguida, os autores destacam as especificações técnicas e o design do *PMA Soundbox*, como é chamada a cavidade acústica. Após isto, testes são feitos para verificar os requisitos nominais e validar o *PMA Soundbox*. Finalmente estudaram as características acústicas vibrante da tela plana metálica homogênea e de dois painéis de alumínio homogêneas de espessuras diferentes e mesmo tamanho. Os resultados são obtidos por comparação feita em dois testes: excitação por impacto e com alto-falante para excitação; e também são apresentados de duas formas, através de métodos numéricos e experimentais, comparando-os. Além destes serem comparados com os resultados obtidos pela simulação numérica.

Jonhckheere *et al* (2012) apresentam uma combinação de abordagem numérica e experimental para o estudo do comportamento vibroacústica de painéis leves. Em seguida, determina-se a utilização do Método Baseado em Ondas (WBM), pois permite uma simulação eficiente em uma ampla faixa de frequência. Neste estudo, a caixa tem paredes que não são paralelas, configuradas para evitar que ressonâncias acústicas coincidam. Assim, os autores fizeram uma comparação entre as propriedades de perda de transmissão (TL), utilizando duas câmaras: uma câmara de reverberação e anecóica, com as propriedades de perda de inserção (IL), utilizando a cavidade acústica e sua configuração. Para o método numérico, foi necessário usar o método de Galerkin para a determinação de matrizes complexas. Também uma comparação foi realizada utilizando os resultados obtidos pela simulação da IL, em uma placa de alumínio de tamanho A4, com os resultados obtidos pela abordagem numérica. Percebe-se então, uma grande discrepância entre o modelo numérico com o modelo experimental, pois o IL é superestimado na simulação. E, no final, é feita uma

análise do comportamento da transmissão na região frontal, onde se instalou a janela da cavidade, através de um estudo híbrido usando MEF e o WBM. Por fim, este estudo é um método muito eficiente para a caracterização de materiais *in situ* que mostra a habilidade do modelo numérico de detectar irregularidades na configuração experimental, tal como um acoplamento imperfeito, permitindo correções para que o modelo numérico se aproxime do experimental.

D'Ortona *et al* (2014) investigam as propriedades de redução de ruído de uma placa sanduíche de alumínio com núcleo como favos de mel que possui aplicação na indústria aeroespacial. Para tal, foi realizado o estudo para este tipo de placa com tamanhos médios e pequenos, utilizando a cavidade acústica. Então inicia-se o estudo dando uma visão geral do projeto e das especificações técnicas da *PMA Soundbox*. Em seguida são realizados testes para estudar as propriedades vibroacústicas deste painel, e estes são comparados com a simulação numérica. Análise modal e testes sonoros de IL são usados para verificar o modelo estrutural desta placa. Os dados obtidos são usados para validar o modelo do Método dos Elementos Finitos (MEF) da placa sanduíche. Este modelo estrutural numérico é acoplado ao Método dos Elementos de Contorno (MEC) para estudar as características deste tipo de sistema de acoplamento. E os resultados obtidos numericamente são comparados com os obtidos experimentalmente, determinando uma boa correlação entre os resultados. Por fim, é implementado o estudo da TL para prever o padrão sonoro das amostras analisadas e comparar com o desempenho da redução do ruído medida usando a *PMA Soundbox*, para aplicação em trabalhos futuros.

Wang, Zhang e Le (2014) estudam o efeito do acoplamento acústico-estrutural sobre um sistema placa-cavidade com condição de contorno engastada. Utilizando as teorias clássicas de acoplamento modal obtém-se as frequências de ressonância e o decaimento do tempo deste sistema acoplado. Logo, as forças do acoplamento são determinadas pela diferença entre as frequências de ressonância do painel e os modos da cavidade devido a variação da espessura do painel. Entretanto, para uma análise onde varia-se a profundidade da cavidade, os fatores que determinam as forças de acoplamento entre o painel e a cavidade são de fato a profundidade da cavidade ou a diferença entre suas frequências de ressonância.

Jardim (2008) avalia, em cavidades de geometria regular e irregular a técnica de matrizes compactas na solução de problemas de acoplamento vibroacústicos, baseando-se nos métodos dos elementos finitos, discutindo sobre o conjunto de equações simétricas que

modelam o movimento e utilizando conceitos de impedância e mobilidade. Neste modelo é obtido o acoplamento através da avaliação dos modos acústicos e estruturais desacoplados da cavidade e da parede flexível, respectivamente. Os testes experimentais são realizados em uma cavidade de material acusticamente rígido com alguma semelhança à uma cabine de automóvel e o acoplamento vibroacústico é obtido através de uma estrutura flexível de aço apoiada nas faces da cavidade.

Ribeiro (2010) verifica duas soluções de frequências e modos do sistema acoplado. A primeira baseia-se no Método Pseudo-Acoplado que para construção da equação de frequência ao modo associado é necessário a imposição de uma determinada deformação modal. E a segunda é uma análise analítica da equação diferencial envolvida (viga) que resultem em frequências e modos acoplados, permitindo uma análise detalhada dos parâmetros envolvidos, permitindo uma maior compreensão do fenômeno de interação. Por fim, define-se, de forma prática, o conceito de massa adicional a partir da flexibilidade da estrutura e da compressibilidade do fluido.

### **2.1.1 Contribuição do Laboratório**

No intuito de discutir os problemas vibroacústicos, frente a incertezas, ou situações e estudos não experimentados, ou complexidades ainda não solucionadas, é fundamental se inteirar sobre o que já foi feito no âmbito nacional e local (Grupo de Dinâmica de Sistemas – GDS), para justificar a relevância deste trabalho proposto.

Ferreira (2012) em seu trabalho faz comparações entre soluções numéricas e analíticas de cavidades acústicas e vibroacústicas. A análise numérica é realizada utilizando o MEF tanto para casos acústicos quanto para vibroacústicas. E as soluções analíticas são soluções clássicas para cavidades acústicas de acoplamento fluido-estrutura obtidas por Ribeiro (2010). A análise se dá no domínio da frequência e são obtidos resultados numéricos e analíticos para serem comparados com os resultados experimentais obtidos concomitantemente por Melo (2013). Formas modais e gráficos de resposta em frequência foram obtidos para realizar a comparação entre os modelos numéricos e analíticos.

Melo (2013) obtém uma comparação analítica-experimental com o intuito de aplicar seus resultados em cavidades mais complexas, como uma cavidade veicular. Portanto, efetua uma análise modal experimental acústica com fonte calibrada, por meio de métodos de identificação modal já existentes (Dobson e PRF). Isto em uma cavidade rígida, cavidade

acoplada à uma placa flexível e em duas cavidades acopladas por uma placa flexível. Usando dois microfones, um para aquisição dos dados e outro para aquisição da resposta do sistema.

Melo *et al* (2013) realizam o estudo de dois diferentes métodos no domínio da frequência para a identificação modal experimental de uma cavidade acústica em três configurações diferentes: a) cavidade rígida, b) cavidade + placa flexível acoplados e c) cavidade + placa flexível + cavidade acoplados. Por meio de um microfone próximo a fonte e de um microfone localizado dentro da cavidade receptora é possível identificar a função de resposta em frequência da cavidade e/ou do sistema acoplado, usada para obtenção dos resultados esperados. Métodos de Dobson e o Polinomial de Razão Fracional são aplicados para obter parâmetros e formas modais da cavidade acústica. Os dados experimentais obtidos são comparados com os resultados numéricos e com solução analítica. A primeira configuração foi realizada para validar o sistema e para mostrar a influência da janela de vidro nas formas modais. A segunda mostra que a frequência natural tem um valor um pouco mais alto do que o da primeira configuração, por causa da redução de massa e mostra que as formas de ondas não modificaram em relação as da primeira configuração. A última configuração mostra uma complexidade maior possuindo umas formas de ondas similares as outras, porém com diferentes frequências naturais, além de que a interação fluido-estrutura foi perceptível na terceira forma modal.

Ferreira (2014) para prever numericamente e obter o comportamento acústico de cavidades de geometria simples, aplica sobre esse conceito o Método dos Elementos de Contorno Direto. Os resultados obtidos são comparados com soluções analíticas, por meio de soluções fechadas e matriz de referência, e numéricas, por meio de modelos dos Métodos de Elementos Finitos.

Huacanca (2015) apresenta estudo do sistema vibroacústico de cavidades por meio de soluções analíticas. De forma que sua análise modal é desenvolvida utilizando o método de Ritz-Galerkin (resíduos ponderados) e o método separação de variáveis. E por meio da técnica matriz de iteração determina um problema de valores próprios não-lineares. Compara suas soluções analíticas com os resultados numéricos e experimentais obtidos por Ferreira (2014) e Melo (2013) respectivamente, validando e obtendo uma boa aproximação de seus resultados ao apresentado nas literaturas.

Deste modo, no GDS tem-se uma expertise numérica e analítica do campo acústico do problema vibroacústico. Tomando como base e fundamento essa gama de conhecimentos

foi possível neste trabalho os estudos, análises e ensaios experimentais da placa acoplada à uma cavidade acústica.

## 2.2 SOLUÇÃO ANALÍTICA DO SISTEMA PLACA + CAVIDADE

Este capítulo traz conceitos teóricos importantes dentro da vibroacústica para o estudo de uma cavidade acústica com parede flexível acoplada. Portanto, são apresentados a equação da onda acústica que descreve a distribuição da pressão no interior da cavidade, a equação governante das pressões dinâmicas no fluido e as soluções para o problema em questão. Além do mais será tratado conceitos como densidade modal e função de transferência dentro de um universo numérico e analítico.

Deste modo, são analisados o comportamento de uma placa de alumínio livre-livre e em acoplamento com a cavidade retangular rígida, obtendo de forma geral as formas modais e as frequências naturais para cada caso analisado.

### 2.2.1 Equações Governantes do Comportamento Vibroacústico

Os problemas que envolvem interação fluido-estrutura são solucionados a partir das equações que governam a dinâmica estrutural em conjunto com as definições e aplicações da quantidade de movimento, equações de Navier-Stokes e a equação da continuidade (KINSLER, 1999).

Deste modo, é possível obter a Equação da Onda ou Equação de Helmholtz<sup>2</sup>, que determina o comportamento ou a resposta do fluido acústico, a partir da linearização das equações que governam o fluxo do fluido. Assumindo que as perturbações acústicas, como a amplitude de movimento, variações de pressão e densidade do fluido, sejam suficientemente menor do que a da forma linearizada, para que ele permaneça como um meio elástico e linear e assim empregar as equações da elasticidade (DOWELL e VOSS, 1963; BETTS, 1998).

Para tanto é necessário assumir algumas condições importantes:

---

<sup>2</sup> A equação de Helmholtz é uma forma da equação da onda. Em que, a equação da onda declara, para uma função  $p$ :  $\frac{\partial^2 p}{\partial^2 x} = \left(\frac{1}{c^2}\right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$ , em que  $x$  são as coordenadas espaciais e  $c$  é a velocidade de propagação da onda. Se a função  $p$  for harmônica no tempo,  $p(x, t) = p(x)e^{i\omega t}$ , em que  $\omega$  é a frequência de oscilação harmônica, então a equação da onda para essa função  $p$  é reduzida a:  $\frac{\partial^2 p}{\partial^2 x} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 p$ , conhecida como a equação de Helmholtz, em que  $\frac{\omega}{c}$  é conhecido como número de onda.

- Fluido compressível;
- Fluido invíscido (sem dissipação viscosa);
- Fluido em repouso (sem escoamento);
- Fluido homogêneo (uniformidade pelo fluido em relação as médias da pressão e da densidade);
- Fluido isotrópico (possui as mesmas propriedades físicas independentemente da direção que se propaga).

Com isso o campo de fluxo do fluido pode ser descrito por um potencial de velocidade ( $\phi$ ) que satisfaz a equação acústica e relaciona a posição, o tempo e o deslocamento,

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

onde  $c$  é a velocidade do som e  $t$  é o tempo.

É possível relacionar a velocidade potencial à velocidade vibracional do ar e à pressão,  $p$ , da seguinte forma:

$$r_x = \dot{u}_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, r_y = \dot{u}_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, r_z = \dot{u}_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}, p = -\rho_f \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.2)$$

onde,  $\rho_f$  é a densidade do fluido. Para evitar confusão entre as notações estruturais e acústica,  $\dot{u}_x$ ,  $\dot{u}_y$  e  $\dot{u}_z$  ou  $r_x$ ,  $r_y$  e  $r_z$  são velocidade acústica<sup>3</sup>.

O volume de controle pode ser visto na Figura 2.1. A parede flexível se move com movimentos de onda, no sentido  $z$ , com uma distribuição de amplitude  $w_s(x, y, t)$  (vibração transversal da placa) e as outras paredes são consideradas como rígidas. E esse trabalho estuda o movimento e seus efeitos no sistema.

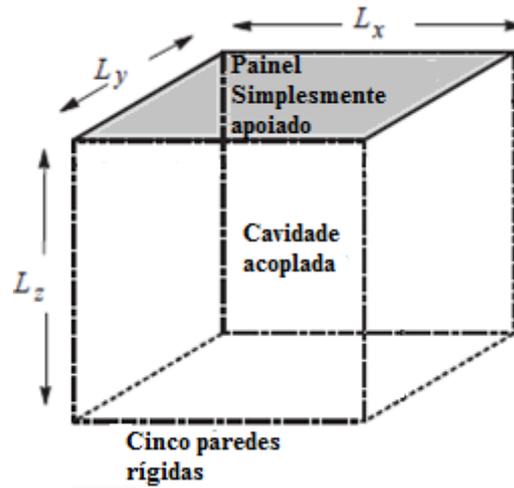
A placa flexível vibra em modos de placa fina simplesmente apoiado, logo

$$w_s(x, y, t) = \sum_{u=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} w_{uv} \sin\left(\frac{u\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{v\pi y}{L_y}\right) e^{i(\omega t - \phi)} \quad (2.3)$$

---

<sup>3</sup> É preciso definir que  $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$  corresponde à um vetor posição da partícula fluida. A velocidade acústica da partícula fluida é dada por  $r = \dot{u} = (r_x, r_y, r_z)$ .

Agora neste caso o atraso de fase  $\varphi$  é visto como o atraso entre o movimento no modo e a força harmônica que está causando o movimento e pode ser denotado com  $F_{uv}e^{i\omega t}$ .



**Figura 2.1:** Cavidade acústica com parede flexível.

Conforme Kinsler *et al* (1999) e Hansen (2012), em relação ao desenvolvimento das equações do acoplamento acústico/estrutural e supondo fraco acoplamento modal é possível afirmar que a resposta do sistema de acoplamento acústico/estrutural pode ser descrita pela resposta do componente estrutural no vácuo, pela resposta do componente acústico de paredes rígidas e pelo acoplamento entre os dois.

A teoria de acoplamento modal é um método muito usado no passado, ela usa a premissa que há um fraco acoplamento modal em sistemas vibroacústicos. Se o meio fluido não é denso, como o ar, e a estrutura não é pequena, o fraco acoplamento pode normalmente ser assumido e esta aproximação proverá um modelo preciso da resposta do sistema.

Segundo Gerges (2000), é possível estudar o comportamento vibroacústico de cavidades retangulares por análise modal (ondas acústicas). A função das formas modais no vácuo para uma placa simplesmente apoiada e a função das formas modais acústicas da cavidade de paredes rígidas são respectivamente:

$$\psi_{u,v}(x, y) = \sin \frac{u\pi x}{L_x} \sin \frac{v\pi y}{L_y} \quad (2.4)$$

e

$$\psi_{l,m,n}(x, y, z) = \cos \frac{l\pi x}{L_x} \cos \frac{m\pi y}{L_y} \cos \frac{n\pi z}{L_z} \quad (2.5)$$

onde  $u$  e  $v$  são os índices modais estruturais,  $l, m$  e  $n$  são os índices modais acústicos e  $L_x, L_y$  e  $L_z$  são as dimensões do sistema.

Partindo da expressão para uma onda plana dentro da cavidade que satisfaz a equação da onda sonora (Eq.2.1), Hansen (2012), Kinsler (1999) e Gerges (2000) chega-se as equações (2.6) e (2.7) que calculam as frequências características de cada modo estrutural e acústico, respectivamente.

$$\omega_{n_{u,v}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{\rho_s h} \left[ \left( \frac{u}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{v}{L_y} \right)^2 \right]} \quad (2.6)$$

e

$$\omega_{n_{l,m,n}} = \frac{c}{2} \sqrt{\left( \frac{l}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{m}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{n}{L_z} \right)^2} \quad (2.7)$$

onde,  $\rho_s$  é a densidade da placa,  $c$  é a velocidade do som no meio,  $h$  é a espessura e  $\delta$  é a rigidez à flexão do painel, dada por:

$$\delta = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.8)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson. Também é possível calcular a massa e rigidez modal em toda área da superfície ( $S$ ) do painel flexível através da seguinte equação:

$$\begin{cases} M_{u,v} = \int_S \rho_s h \psi_{u,v}^2(x) dx = \frac{\rho_s h S}{4}, & \text{para } u = v \\ M_{u,v} = 0, & \text{para } u \neq v \end{cases} \quad (2.9)$$

e

$$\begin{cases} K_{u,v} = \int_S \delta \nabla^4 \psi_{u,v}^2(x) dx = \frac{\delta S}{4} \left[ \left( \frac{u\pi}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{v\pi}{L_y} \right)^2 \right]^2, & \text{para } u = v \\ K_{u,v} = 0, & \text{para } u \neq v \end{cases} \quad (2.10)$$

Uma vez determinado os autovalores e autovetores do sistema estrutural e acústico, o último passo para calcular a resposta do sistema é definir o acoplamento entre eles. Para isso é necessário calcular a matriz de acoplamento, a seguir:

$$R = \frac{\rho_{ar} \omega^2}{\psi_{lm} \sinh(\varphi L_z)} \sum_{u=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} \psi_{u,v} \alpha_{lm}^{uv} \quad (2.11)$$

onde  $\rho_{ar}$  é a densidade do ar,  $\omega = 2\pi f$  e  $f$  é a frequência de análise,  $\psi_{u,v}$  é a contribuição modal da estrutura,  $\alpha_{lm}^{uv}$  coeficientes de Fourier obtidos a partir da interpolação de séries de Fourier dupla do acoplamento e  $\psi_{lm}$  é o coeficiente de contribuição modal acústica (HUACANCA, 2015).

Logo é possível obter a equação da pressão acústica dentro da cavidade, causados pelas contribuições estruturais:

$$\phi = \rho_{ar} \omega^2 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{u=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} \psi_{u,v} \alpha_{lm}^{uv} \frac{\cosh(\psi_{lm} z)}{\varphi_{lm} \sinh(\psi_{lm} L_z)} \cdot \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \quad (2.12)$$

Para maiores detalhes referentes aos cálculos e análises analíticas, procurar o trabalho de Huacanca (2015).

## 2.2.2 Forças Acústicas sobre Painéis Flexíveis

Assume-se que os fluidos externos à cavidade não condicionam forças sobre a parede flexível a não ser àqueles devido a pressões internas e suas reflexões. Em outras palavras, a impedância de radiação do fluido externo é negligenciável em relação a rigidez acústica da cavidade. Considere então, a equação de movimento forçado dos modos de vibração do painel,

$$M_{uv} \ddot{U}_{uv} + C_{uv} \dot{U}_{uv} + K_{uv} U_{uv} = F_{uv} e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

Nesta equação  $M_{uv}$ ,  $C_{uv}$ ,  $K_{uv}$ ,  $F_{uv}$  e  $q_{uv}$  são, respectivamente, a massa generalizada, o coeficiente de amortecimento generalizado, a rigidez generalizada, a força generalizada e a coordenada ( $U_{uv} = \psi_{uv} e^{i(\omega t - \varphi)}$ ) do modo do painel definido por  $u$  e  $v$ . A resposta do painel será dada pela equação (2.3). Se a pressão incidente (incluindo os efeitos de reflexão) são funções harmônicas do tempo, como definido da equação (2.13) então a parte externa da força generalizada é dada pela seguinte equação

$$F_{uv} = - \iint p_{ext} \sin\left(\frac{u\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{v\pi y}{L_y}\right) dx dy \quad (3.14)$$

Há também outra força generalizada devido as pressões no interior da cavidade geradas pelo movimento da placa. Imagine que nos momentos em que o painel está vibrando,

nos modos  $u'$  e  $v'$ , os coeficientes de Fourier deste movimento,  $\alpha$ , como na equação (2.12) são denotados por  $\alpha_{lm}^{u'v'}$ , de modo que

$$\psi_{(u'v')} \sin\left(\frac{u\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{v'\pi y}{L_y}\right) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \psi_{u'v'} \alpha_{lm}^{u'v'} \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \quad (2.15)$$

Então a função potencial,  $\phi$ , correspondente a equação (2.12) e devido ao movimento do painel nos modos  $u'$  e  $v'$  será,

$$\phi_{u'v'} = i\omega \psi_{u'v'} e^{i(\omega t - \varphi)} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\alpha_{lm}^{(u'v')}}{\psi_{lm}} \frac{\cosh(\psi_{lm} z)}{\sinh(\psi_{lm} L_z)} \cdot \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \quad (2.16)$$

Devido a esta função potencial de velocidade acústica, haverá uma pressão agindo sobre o painel, dada por

$$p_{ref} = \left(-\rho_{ar} \frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{z=L_z} \quad (2.17)$$

Combinando as equações (2.17) e (2.16) têm-se

$$p_{ref}^{(u'v')} = \rho \omega^2 \psi_{u'v'} e^{i(\omega t - \varphi)} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \coth(\psi_{lm} L_z) \cdot \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \quad (2.18)$$

e a força projetada sobre o painel nos modos  $u$  e  $v$  devido ao movimento nos modos  $u'$  e  $v'$  é encontrada pela equação,

$$F_{uv}^{(u'v')} = - \iint p_{ref}^{(u'v')} \sin\left(\frac{u\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{v\pi y}{L_y}\right) dx dy \quad (2.19)$$

A força generalizada é vista como sendo proporcional ao deslocamento generalizado [ $U_{u'v'} = \psi_{u'v'} e^{i(\omega t - \varphi)}$ ] dos modos de vibração do painel e é, portanto, considerado como uma rigidez acústica. A rigidez acústica cruzada existe, ou seja, o movimento em um modo de vibração dá origem as forças generalizadas em outros modos, de modo que os modos originais do painel em vácuo são agora acoplados à rigidez.

A equação do movimento generalizada resultante do modo de vibração  $u$  e  $v$  do painel é

$$M_{uv} \ddot{U}_{uv} + C_{uv} \dot{U}_{uv} + K_{uv} U_{uv} + \sum_{all\ u'v'} K_{uv}^{(u'v')} U_{u'v'} = F_{uv} e^{i\omega t} \quad (2.20)$$

Esta equação (2.20) inclui os termos mecânicos ordinários, os termos da rigidez acústica cruzada  $K_{uv}^{(u'v')}$  e os termos do forçamento harmônico no lado direito da equação (devido as influências externas).

### 2.3 MODELAGEM NUMÉRICA VIBROACÚSTICA

Análise dos Elementos Finitos (FEA) é um método numérico usado para calcular a resposta de uma estrutura complexa com forçamento, que pode ser uma fonte acústica ou uma distribuição de forças mecânicas (HOWARD e CAZZOLATO, 2015)

Diversas são as aplicações do FEA na análise de sistemas acústicos: análise acústica do interior de um campo sonoro, radiação sonora de estruturas, perda por transmissão de painéis, o projeto de silenciadores tipo ressonadores e difração ao redor de objetos (HOWARD e CAZZOLATO, 2015).

A pressão acústica  $p$  dentro de um elemento finito pode ser escrita como

$$p = \sum_{g=1}^o I_g p_g \quad (2.21)$$

onde  $I_g$  é uma configuração da função de forma linear,  $p_g$  são as pressões nodais acústicas no nó  $g$ , e  $o$  é o número de nós formando o elemento. Para a formulação de pressão em elementos acústicos, a equação de elementos finitos sem perdas em forma de matriz é

$$[M_f]\{\ddot{p}\} + [K_f]\{p\} = \{F_f\} \quad (2.22)$$

onde  $[K_f]$  é o equivalente à matriz de rigidez do fluido,  $[M_f]$  é equivalente à matriz de massa do fluido,  $\{F_f\}$  é um vetor de carregamento aplicado ao fluido,  $\{p\}$  é um vetor de pressão acústica de nó desconhecido, e  $\{\ddot{p}\}$  é um vetor da segunda derivada da pressão acústica em relação ao tempo.

A equação do movimento estrutural é de tal forma,

$$[M_s]\{\ddot{U}\} + [K_s]\{U\} = \{F_s\} \quad (2.23)$$

onde  $[K_s]$  é a matriz de rigidez estrutural,  $[M_s]$  é a matriz de massa estrutural,  $\{F_s\}$  é o vetor de carregamento estrutural aplicado,  $\{U\}$  é um vetor de deslocamento nodal desconhecido e  $\{\ddot{U}\}$  é o vetor da segunda derivada do deslocamento em relação ao tempo, equivalente a aceleração dos nós. A interação fluido-estrutura ocorre na interface entre a estrutura e os

elementos acústicos, onde a pressão acústica exerce uma força sobre a estrutura e o movimento da estrutura produz pressão.

Levando em conta este acoplamento entre fluido-estrutura, elementos adicionais devem ser inseridos na equação de movimento estrutural e do fluido,

$$[M_s]\{\ddot{U}\} + [K_s]\{U\} = \{F_s\} + [R]\{p\} \quad (2.24)$$

$$[M_f]\{\ddot{p}\} + [K_f]\{p\} = \{F_f - \rho_0[R]^T\{\ddot{U}\}\} \quad (2.25)$$

onde  $\rho_f$  é a densidade do fluido e  $[R]$  é a matriz de acoplamento que leva em conta a área da superfície efetiva associada com cada nó da interface fluido-estrutura. Logo, as equações (2.24) e (2.25), podem ser transformadas em uma equação de matrizes incluindo efeitos de amortecimento

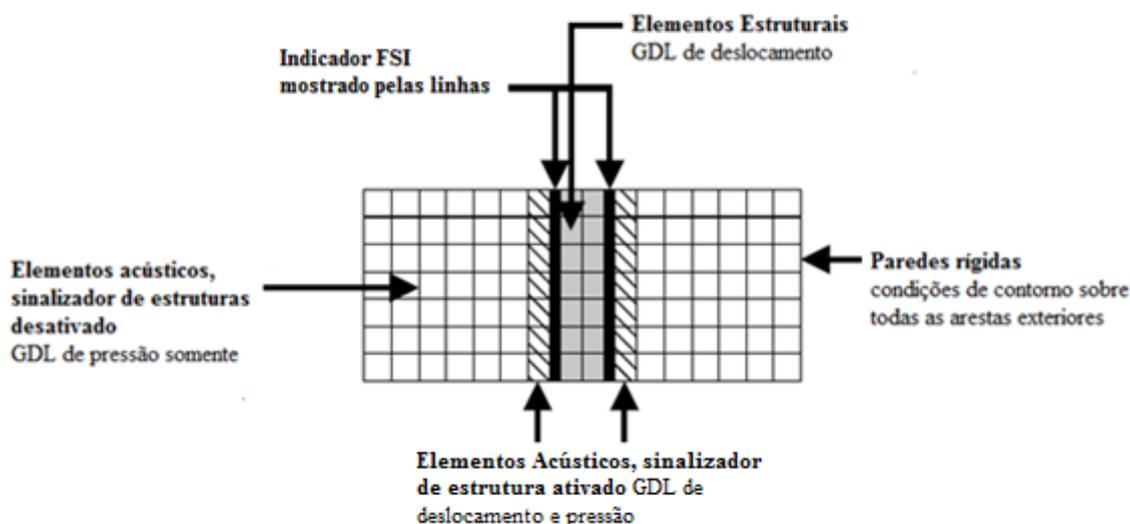
$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ \rho_f R^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -R \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_f \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

onde  $[C_s]$  e  $[C_f]$  são as matrizes de amortecimento estrutural e acústico, respectivamente. Para análises harmônicas, esta equação pode ser reduzida a uma expressão sem diferenciais,

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 M_s + j\omega C_s + K_s & -R \\ -\omega^2 \rho_f R^T & -\omega^2 M_f + j\omega C_f + K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_f \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

Quando se faz necessário o uso e a aplicabilidade relacionada a esse acoplamento deve-se construir cuidadosamente este modelo e representar precisamente a interface entre o fluido e a estrutura. Howard (2015) ilustra essa representatividade muito bem na FEA de um duto com uma partição estrutural (Fig. 2.2).

O lado esquerdo e direito do duto tem elementos acústicos apenas com GDLs de pressão. Os elementos para a partição estrutural possuem GDLs de deslocamento. A interface entre o fluido acústico e a estrutura é uma simples camada de elementos acústicos que tem GDLs de pressão e deslocamento. Esta é uma fina camada de elementos acústicos que permite o acoplamento bidirecional entre a vibração da estrutura e a resposta de pressão no fluido. Sendo esta uma solução mais simples em relação ao tempo resultante da solução do sistema, pois ainda poderia ser usado ambos GDLs de deslocamento e pressão nos elementos acústicos para todo o campo acústico.



**Figura 2.2:** Esquemático de uma interação fluido-estrutura em um modelo de elementos finitos.

A matriz da equação (2.27) não é simétrica como se pode ver, pois os elementos fora da diagonal não são transpostos entre si. E a inversão desse tipo de matriz requer muito mais recursos computacionais do que se esta fosse simétrica. Porém o *software ANSYS*, em que foram feitas as análises numéricas, fornecem uma possibilidade para o uso de uma formulação simétrica para a interação fluido-estrutura, mesmo tendo apenas uma matriz não-simétrica. Isso se dá definindo uma transformação de variável para a pressão nodal como,

$$Q = j\omega q = p \quad (2.28)$$

e substituindo isso dentro da equação (2.27) o sistema de equações se torna,

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 M_s + j\omega C_s + K_s & -j\omega R \\ -j\omega R^T & \frac{\omega^2 M_f}{\rho_f} - \frac{j\omega C_f}{\rho_f} - \frac{K_f}{\rho_f} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ \frac{j}{\omega \rho_f} F_f \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

Desta forma a nova matriz da equação (2.29) pode ser invertida com mais eficiência ou menor custo computacional e é possível apresentar a solução deste sistema de equações bem mais rápido do que na equação (2.27) que possui uma matriz não-simétrica. Então a pressão nodal pode ser calculada pela equação (2.28).

Howard (2015), descreve uma forma bastante eficaz de conduzir uma análise de interação fluido-estrutura, forma esta implementada neste trabalho. Primeiro deve-se lembrar que este tipo de análise negligencia alguns mecanismos acústicos, tal como: amortecimento de radiação, massa, rigidez e carga de amortecimento da estrutura. O procedimento que segue é:

- Construir o modelo acústico e estrutural onde os nós da estrutura são coincidentes com os nós no limite exterior do domínio acústico;
- Suprimir os nós e elementos associados ao domínio acústico;
- Conduzir uma análise de vibração da estrutura e determinar os deslocamentos dos nós que estão em contato com o domínio acústico;
- Inserir o modelo acústico e suprimir o modelo estrutural;
- Usar os resultados do deslocamento obtidos da análise da vibração estrutural como condições de contorno para o deslocamento dos nós acústicos;
- E calcular a resposta acústica do modelo acústico.

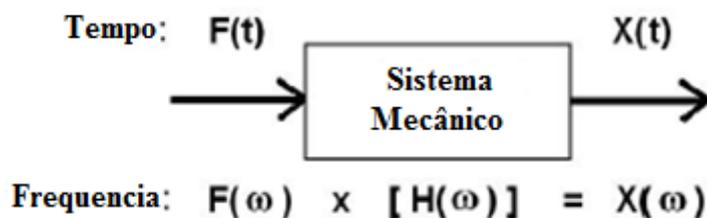
Há alguns aspectos práticos bastante importantes a serem considerados na modelagem de sistemas acústicos com MEF:

Primeiramente, o comprimento de onda – relação entre velocidade do som ( $c$ ) e frequência de excitação ( $f$ ), é de vital importância para a geração da malha do modelo acústico e estrutural, uma vez que afeta a precisão dos resultados; a densidade da malha – quanto maior a densidade de malha melhor é a precisão, sendo recomendado o uso de 12 elementos por comprimento de onda para elementos lineares (isto é, FLUID29 e FLUID30) e 6 elementos por comprimento de onda para elementos quadráticos (isto é, FLUID220 e FLUID221); limites flexíveis e rígidos – refere-se aos tipos e propriedades dos material usado no sistema, de forma que sua consideração afeta diretamente as formas modais e as frequências de ressonância do sistema, como por exemplo materiais leves; e por fim os resultados e a faixa de frequência – dependendo da faixa de frequência usada é determinado o tipo de análise que determina o resultado esperado, sendo o resultado mais usual em uma análise acústica a pressão acústica em locais discretos, porém para altas frequências os métodos estatísticos de análises energética são mais apropriados na obtenção da solução do sistema.

### 3 TÉCNICAS DE IDENTIFICAÇÃO MODAL

Modos são uma propriedade inerente de uma estrutura, são determinados pelas propriedades do material (massa, rigidez e amortecimento) e pelas condições de contorno impostas à estrutura. Cada modo é definido por uma frequência natural modal, amortecimento modal e por uma forma modal. E são usados com um simples e eficiente meio de caracterizar a vibração ressonante de uma estrutura causada por forças geradas internamente, desbalanceamento, carregamentos externos, etc.

A FRF descreve a relação de entrada-saída entre dois pontos sobre a estrutura, como demonstrado no diagrama de blocos da Fig. 3.1. Ou seja, uma FRF é a medida da resposta estrutural de deslocamento, velocidade e aceleração de um GDL de saída, por unidade de força de excitação no GDL de entrada.



**Figura 3.1:** Diagrama de blocos de uma FRF.

A Fig. 3.1 também demonstra que no domínio da frequência a FRF é a razão entre a transformada de Fourier da resposta de saída ( $X(\omega)$ ) e a transformada de Fourier da excitação de entrada ( $F(\omega)$ ).

Diversos são os métodos dentro dessa técnica, porém neste âmbito da pesquisa, iremos destacar e descrever as técnicas utilizadas neste trabalho. A primeira é uma técnica conhecida como SDOF (*Single Degree Of Freedom*) ou SGDL (Simples Graus de Liberdade), chamada de método de procura de picos ou *Peak Picking* (PP). E a segunda é uma técnica conhecida como MDOF (*Multiple Degree Of Freedom*) ou MGDL (Múltiplos Graus de Liberdade), chamada de PRF (Polinomial da Razão Fracional) ou RFP (*Rational Fraction Polynomial*). E por fim aplica-se o MAC (*Modal Assurance Criterion*), para validar as formas modais encontrados.

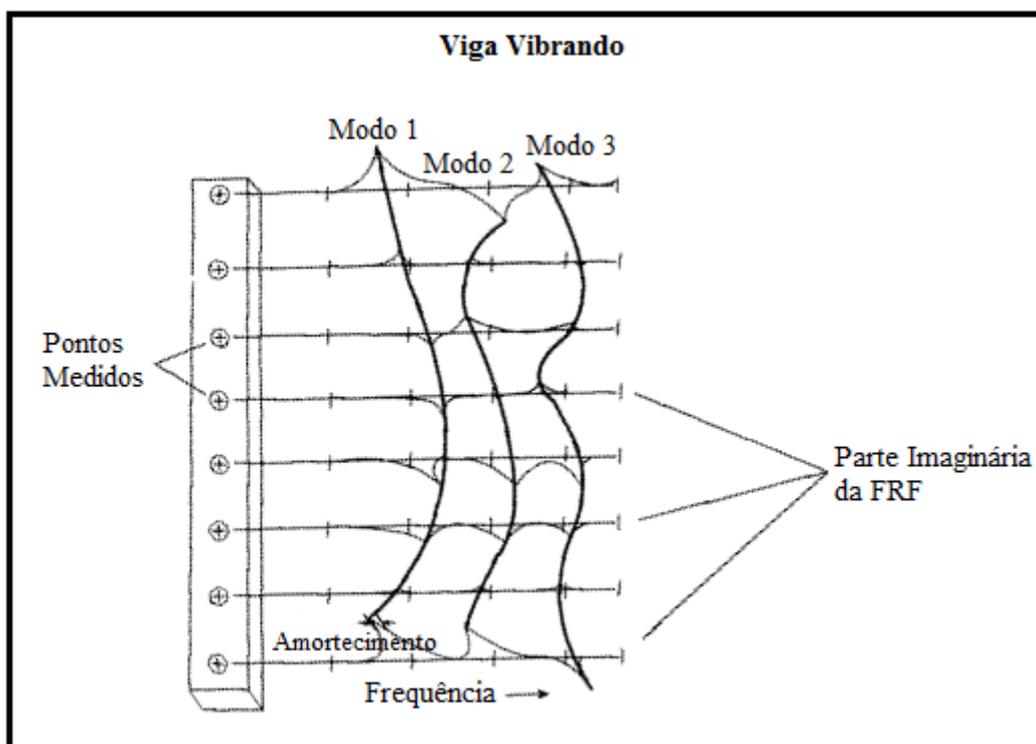
### 3.1 MÉTODO PEAK PICKING (PP)

A aproximação mais simples para estimar os parâmetros modais de uma estrutura é o então chamado método de procura de picos (PP). Esta é uma técnica expedita válida somente para sistemas de SGDL, e extensível como primeira aproximação em sistemas MGDL com modos espaçados e amortecimento moderado (PEETERS e VENTURA, 2003; HE e FU, 2001; ALLEMANG, 1999).

O primeiro passo do método consiste na identificação do pico e seu respectivo valor de frequência da FRF na região de ressonância do modo de vibração analisado, procedimento elementar que dá nome ao método. A FRF é obtida a partir da seguinte equação,

$$H(\omega) = \frac{i\omega/massa}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2i\omega_n\omega\xi} \quad (3.1)$$

Em seguida para estimar a taxa de amortecimento e forma modal, o método PP faz uso das propriedades elementares do círculo de Nyquist, sendo assim uma simplificação do método do círculo ajustado (Fig. 3.2).



**Figura 3.2:** Ajuste de curva da FRF medida em uma viga vibrando (SCHWARZ e RICHARDSON, 1999).

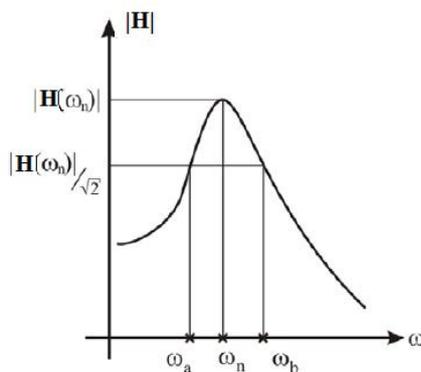
Aplicando a equação 3.2, para o caso particular de  $\theta_a = \theta_b = 90^\circ$ , conhecido como o Método da Meia Potência (*Half Power Method*), têm-se a taxa de amortecimento.

$$\xi = \frac{(\omega_a^2 - \omega_b^2)}{2\omega_n \left( \omega_a \tan\left(\frac{\theta_a}{2}\right) + \omega_b \tan\left(\frac{\theta_b}{2}\right) \right)} = \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_n} \quad (3.2)$$

e que

$$H(\omega_a) = H(\omega_b) = \frac{H(\omega_n)}{\sqrt{2}} \quad (3.3)$$

Conforme a Fig. 3.3, a partir do pico da FRF determinam-se os dois pontos onde a FRF assume  $1/\sqrt{2}$  de seu valor de pico, obtendo os respectivos valores de frequência  $\omega_a$  e  $\omega_b$ .



**Figura 3.3:** PP usando método da meia potência (SCHWARZ e RICHARDSON, 1999).

Uma vez estimados a frequência natural e o amortecimento, as formas modais podem ser obtidas pelos valores que a FRF assume nos picos referentes a cada um dos modos, teoricamente iguais aos valores dos diâmetros dos círculos modais:

$$G = 2\omega_n \xi_n |H_{lm}(\omega_n)| = \frac{\psi_{ln} \psi_{mn}}{m_n} \quad (3.4)$$

### 3.2 MÉTODO PRF

Esta técnica apresentada por Richardson & Formenti (1982), amplamente utilizada pelos profissionais e em aplicativos comerciais de identificação modal, baseia-se na solução de um problema de ajuste de curva, buscando minimizar o erro entre a FRF medida e seu modelo teórico representado na forma de razão de polinômios, ao longo de uma determinada faixa de frequência, ou seja, a partir dos dados de FRF obtidos empiricamente esse método

gera os parâmetros modais de forma analítica comparando-os. Logo a FRF de um sistema com ordem  $N$  é obtida a partir da expansão de frações parciais de Laplace, da forma:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \sum_{u=0}^{2N-1} a_u \omega^u / \sum_{u=0}^{2N} b_u \omega^u = \sum_{u=1}^N \frac{A_u + i\omega B_u}{\omega_u^2 - \omega^2 + i2\xi_u \omega_u \omega} \quad (3.5)$$

onde  $A$  e  $B$  são constantes,  $\omega$  é a frequência angular,  $\xi$  é o amortecimento viscoso e  $u$  é o número do modo. É possível ainda decompor os polinômios do denominados e numerador de  $H(\omega)$  em polos ( $p$ ) e resíduos ( $r$ ):

$$H(\omega) = \sum_{u=1}^N \left[ \frac{r_u}{i\omega - p_u} + \frac{r_u^*}{i\omega - p_u^*} \right] \quad (3.6)$$

Sendo  $p_u = -\sigma_u + i\theta_u$ , então determina-se a frequência modal  $\omega_u$  e o amortecimento viscoso  $\xi_u$ .

Uma função erro pode ser escrita ( $e_i$ ) calculando a diferença entre a FRF analítica ( $H(\omega)$ ) e a FRF obtida experimentalmente ( $H_{exp}(\omega)$ ):

$$e_i = H(\omega) - H_{exp}(\omega) \quad (3.7)$$

Esta formulação do erro designa um sistema linear de equações que não requer nenhum tipo de estimativa dos parâmetros modais. Define-se então o vetor erro  $\{E\}$  de  $L$  frequências medidas:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \vdots \\ e_i \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

A forma matricial da Eq. 3.8, advinda da relação Eq. 3.5 e Eq. 3.7 vem a ser:

$$\{E\} = \begin{bmatrix} 1 & (i\omega_1) & (i\omega_1)^2 & \cdots & (i\omega_1)^{2N-1} \\ 1 & (i\omega_2) & (i\omega_2)^2 & \cdots & (i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (i\omega_L) & (i\omega_L)^2 & \cdots & (i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

$$- \begin{bmatrix} \alpha_{\text{exp}}(\omega_1) & \alpha_{\text{exp}}(\omega_1)(i\omega_1) & \cdots & \alpha_{\text{exp}}(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ \alpha_{\text{exp}}(\omega_2) & \alpha_{\text{exp}}(\omega_2)(i\omega_2) & \cdots & \alpha_{\text{exp}}(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{\text{exp}}(\omega_L) & \alpha_{\text{exp}}(\omega_L)(i\omega_L) & \cdots & \alpha_{\text{exp}}(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{2N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{\text{exp}}(\omega_1)(i\omega_1)^{2N} \\ \alpha_{\text{exp}}(\omega_2)(i\omega_2)^{2N} \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_{\text{exp}}(\omega_L)(i\omega_L)^{2N} \end{bmatrix}$$

onde,  $\alpha_{\text{exp}}(\omega)$  são os valores experimentais para cada frequência medida  $\omega_j$ .

De forma mais compacta, a Eq. (3.9) pode ser:

$$\{E\} = [P] \{a\} - [T] \{b\} - \{W\} \quad (3.10)$$

$(L \times 1) \quad (L \times 2N) (2N \times L) \quad (L \times 2N) (2N \times 1) \quad (L \times 1)$

Para determinar os coeficientes polinomiais ( $a$ ) e ( $b$ ) da Eq. 3.9, é necessário resolver as equações lineares obtidas do método dos mínimos quadrados:

$$J = \{E^*\}^t \{E\} \quad (3.11)$$

Substituindo a Eq. 3.9 na Eq. 3.11, tem-se como solução na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} [Y] & [X] \\ [X]^T & [Z] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

onde:

$$\begin{aligned} [X] &= -\text{Re}([P^*]^T [T]) \\ [Y] &= \text{Re}([P^*]^T [P]) \\ [Z] &= \text{Re}([T^*]^T [T]) \\ \{G\} &= \text{Re}([P^*]^T \{W\}) \\ \{F\} &= -\text{Re}([T^*]^T \{W\}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Devido a precisão numérica do computador há um problema comum de mau condicionamento associado às  $[P]$  e  $[T]$ . A solução desse problema é conseguida transformando as matrizes  $[Y]$  e  $[Z]$  em identidade, ou seja, elas precisam ser o produto de duas matrizes ortonormais. Para isso as matrizes  $[P]$  e  $[T]$  devem ser formadas por polinômios ortogonais complexos  $\psi_{i,j}$  e  $v_{i,j}$ , onde  $i$  é a ordem do polinômio avaliado na frequência  $\omega_i$ . Em forma matricial os polinômios complexos formam as matrizes  $[\psi]$  e  $[v]$ . Representando assim uma nova FRF:

$$H(\omega) = \frac{\sum_{u=0}^{2N-1} c_u \psi_u}{\sum_{u=0}^{2N} d_u v_u} \quad (3.14)$$

Pela definição de função ortogonal, a função peso para os polinômios  $\psi_u$  é unitária e para o polinômio  $v_u$  é dada por  $|\alpha_{exp}(\omega)|^2$ . Logo, pelas propriedades de ortogonalidade:

$$Re \left( \sum_{j=-L}^L \psi_{j,u}^* \psi_{j,i} \right) = \begin{cases} 0, & u \neq i \\ 1, & u = i \end{cases} \quad (3.15)$$

$$Re \left( \sum_{j=-L}^L v_{j,u}^* v_{j,i} |\alpha_{exp}(\omega_j)|^2 \right) = \begin{cases} 0, & u \neq i \\ 1, & u = i \end{cases} \quad (3.16)$$

Se as frequências negativas forem consideradas, tem-se a natureza hermitiana da FRF, ou seja, a parte real tem a forma de uma função par e a parte imaginária, a de uma função ímpar. Deste modo as Eq. 3.15 e Eq. 3.16 são:

$$Re \left( \sum_{j=1}^L (\psi_{j,u}^+)^* (\psi_{j,i}^+) \right) = \begin{cases} 0, & u \neq i \\ 0.5, & u = i \end{cases} \quad (3.17)$$

$$Re \left( \sum_{j=1}^L (v_{j,u}^+)^* (v_{j,i}^+) |\alpha_{exp}(\omega_j)|^2 \right) = \begin{cases} 0, & u \neq i \\ 0.5, & u = i \end{cases} \quad (3.18)$$

O método de ortogonalização utilizado por Richardson & Formenti (1982) foi o de Forsythe, podendo ser facilmente implementado computacionalmente (EMRICH, 2008). Usando a simplificação já realizada nas Eq. 3.17 e Eq. 3.18 e modificando a notação de  $\psi_u$  e  $v_u$  para  $\gamma_u$  e  $q_j$  respectivamente, tem-se para os valores de  $\gamma_u^+$ :

$$\begin{aligned} \gamma_0^+(\omega) &= 1 \\ \gamma_1^+(\omega) &= \omega \gamma_0^+(\omega) \\ \gamma_2^+(\omega) &= \omega \gamma_1^+(\omega) - v_1^+(\omega) \gamma_0^+(\omega) \\ &\vdots \\ \gamma_u^+(\omega) &= \omega \gamma_{u-1}^+(\omega) - v_{u-1}^+(\omega) \gamma_{u-2}^+(\omega) \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde:

$$v_u^+ = \frac{2 \sum_{j=1}^L \omega_j \gamma_u^+(\omega_j) \gamma_{u-1}^+(\omega_j) q_j}{D_{u-1}^+} \quad (3.20)$$

$$D_u^+ = 2 \sum_{j=1}^L \left( \gamma_u^+(\omega_j) \right)^2 q_j \quad (3.21)$$

Com o intuito de obter polinômios complexos é preciso normalizá-los dividindo por  $\sqrt{D_u^+}$ , e posteriormente, multiplicar por  $i^u$ . E para minimizar os erros associados a problemas numéricos a faixa de frequência de dados é normalizada, dividindo-os pelo valor da frequência máxima. Depois de calculados os polinômios e  $\psi_u^+$  e  $v_u^+$ , o sistema de equações na Eq. (3.12) transforma-se em:

$$\begin{bmatrix} [I] & [X'] \\ [X']^T & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{c\} \\ \{d\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G'\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

onde  $[X'] = 2[X]$  e  $\{G'\} = 2\{G\}$  e o vetor  $\{F\} = -Re([T^*]^T\{W\})$  é nulo, uma vez que  $[T^*]^T$  e  $\{W\}$  são funções de  $v_u$  e pelas propriedades da ortogonalidade se anulam. Resolvendo o sistema, segue que:

$$\{d\} = -[I - [X']^T [X']]^{-1} [X']^T \{G'\} \quad (3.23)$$

$$\{c\} = \{G'\} - [X'] \{d\} \quad (3.24)$$

É possível então encontrar uma transformação linear que relacione  $a_u$  e  $b_u$  com  $c_u$  e  $d_u$ , respectivamente, da seguinte forma:

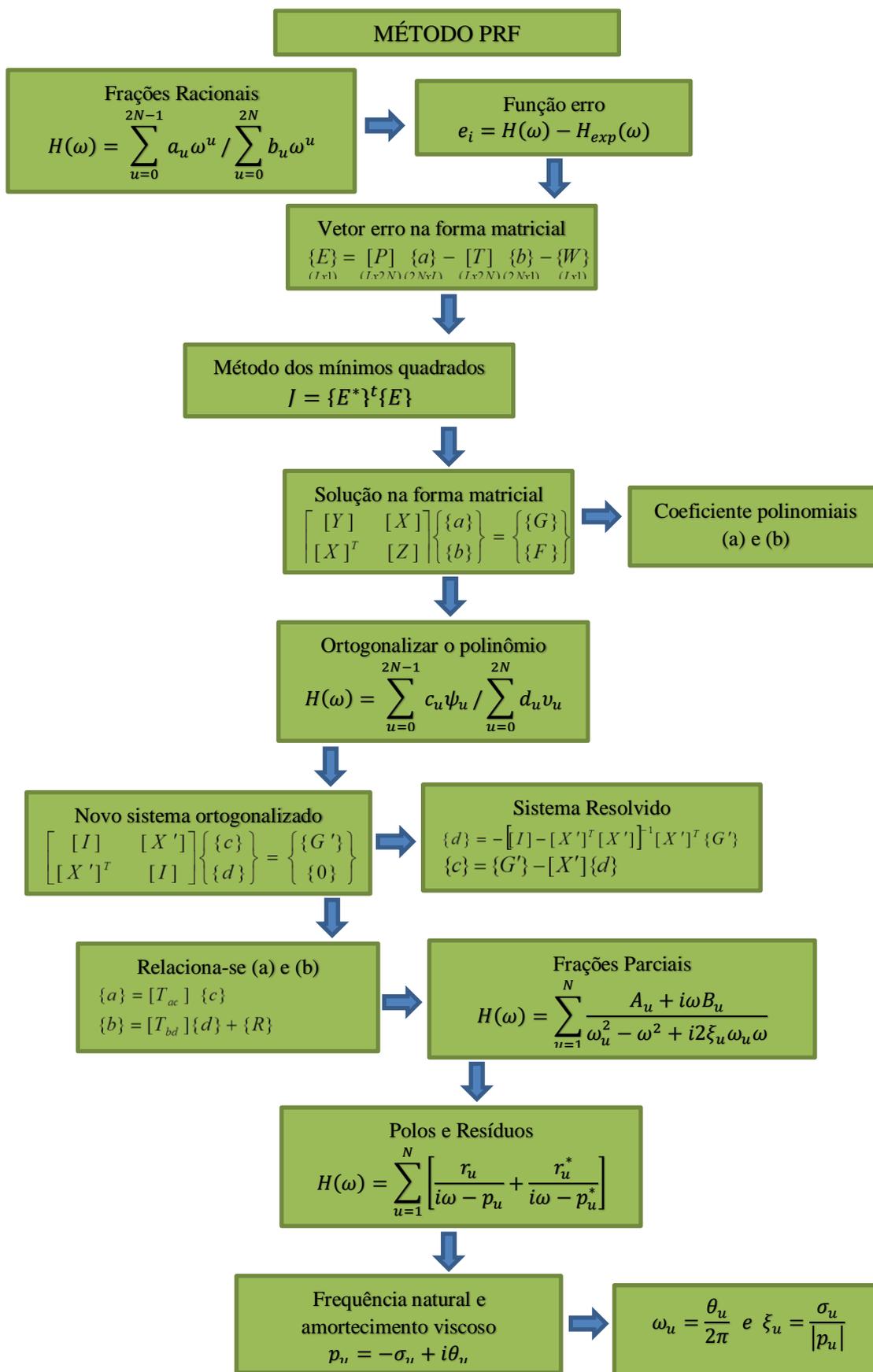
$$\{a\} = [T_{ac}] \{c\} \quad (3.25)$$

$$\{b\} = [T_{bd}] \{d\} + \{R\} \quad (3.26)$$

Como demonstrado na Eq. (3.6) e de posse dos valores de  $\{a\}$  e  $\{b\}$ , decompõe-se  $H(\omega)$  em frações parciais. Os polos de  $H(\omega)$  estão diretamente relacionados com as frequências naturais e com os fatores de amortecimento, ao passo, que os resíduos de  $H(\omega)$  estão ligados às constantes modais.

Para mais detalhes Emrich (2008) decompõe e descreve todos os passos de forma bem perspicaz, como pode-se ver no fluxograma da Fig. 3.4.

Schwarz e Richardson (2001) também propõe uma modificação neste método para que este também seja adaptado para casos onde se desconhece informações da excitação inicial. Ao invés do uso FRF tradicional usa-se no ajuste de curva o ‘ODS-FRF’, que por sua vez é sintetizado das magnitudes do espectro de potência e da fase do espectro cruzado entre o sensor de aquisição e o sensor de referência.



**Figura 3.4:** Fluxograma do Método PRF.

### 3.3 AVALIAÇÃO DE DADOS MODAIS

MAC é um indicador estatístico que fornece uma medida da mínima dispersão dos pontos quantificando a correlação entre os modos (EWINS, 2000), ou seja, diz a confiabilidade dos modos obtidos na sua análise. Este parâmetro é definido através da seguinte equação:

$$MAC(Exp, N) = \frac{\left| \sum_{k=1}^n (\psi_{Exp})_k (\psi_N)_k^* \right|^2}{\left( \sum_{k=1}^n (\psi_{Exp})_k (\psi_{Exp})_k^* \right) \left( \sum_{k=1}^n (\psi_N)_k (\psi_N)_k^* \right)} \quad (3.27)$$

onde,  $\psi_{Exp}$  é a forma modal experimental,  $\psi_N$  é a forma modal numérica e k é o número do modo.

Na prática o MAC dirá se as formas modais são correlacionadas entre si. Ele apresenta variação de 0 a 1, onde 1 significa que os modos são consistentes e múltiplos entre si, ou seja, são iguais; menor que 1 significa que são diferentes, porém há algumas correlações, enquanto 0 indica que os modos são inconsistentes e linearmente independentes, ou seja totalmente diferente.

## **4 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

O presente capítulo descreve o procedimento experimental aplicado para a análise vibroacústica do sistema placa + cavidade acústica. Os ensaios experimentais foram realizados no laboratório de vibrações do Grupo de Dinâmica de Sistemas (GDS) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília (UnB), de modo a completar e enriquecer ainda mais todos os projetos e trabalhos já existentes (MELO, 2013; HUACANCA, 2015; e FERREIRA, 2012 e 2014).

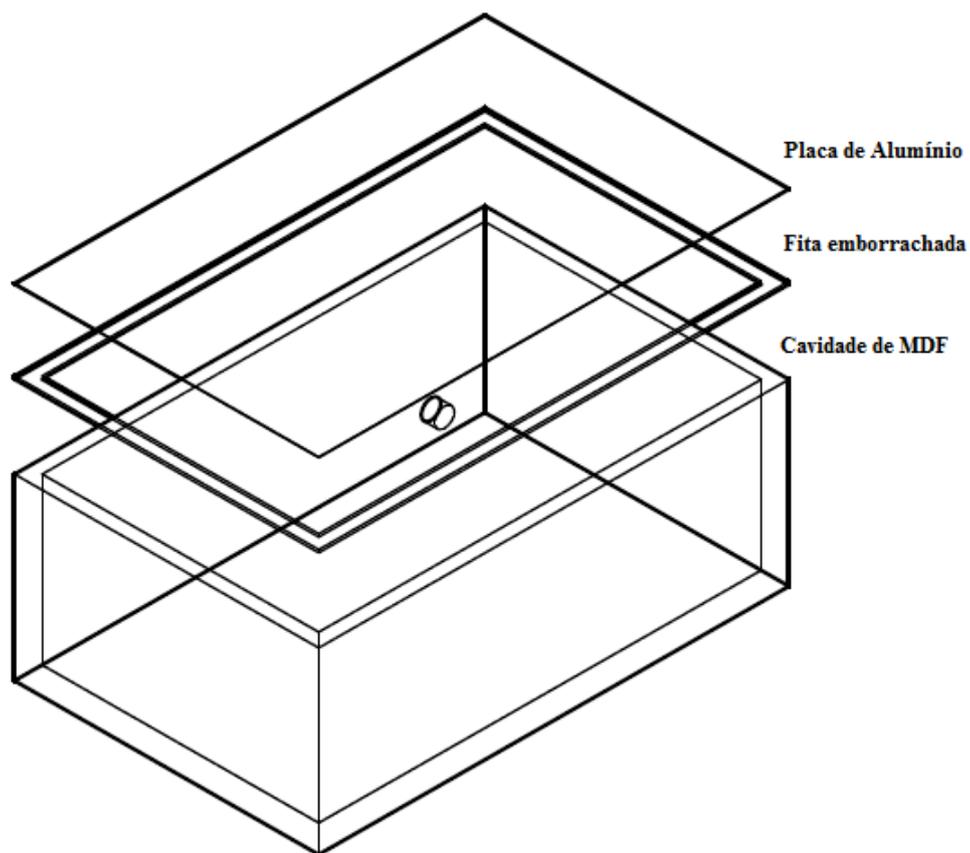
Os experimentos foram realizados na cidade de Brasília, aproximadamente a 1172 m acima do nível do mar, em temperatura ambiente. Sendo importante destacar que todos os ensaios foram realizados por completo em cada dia proposto, garantindo a cada ensaio as mesmas condições ambientes. Os ensaios foram realizados no 1º/2017.

### **4.1 CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA PLACA + CAVIDADE**

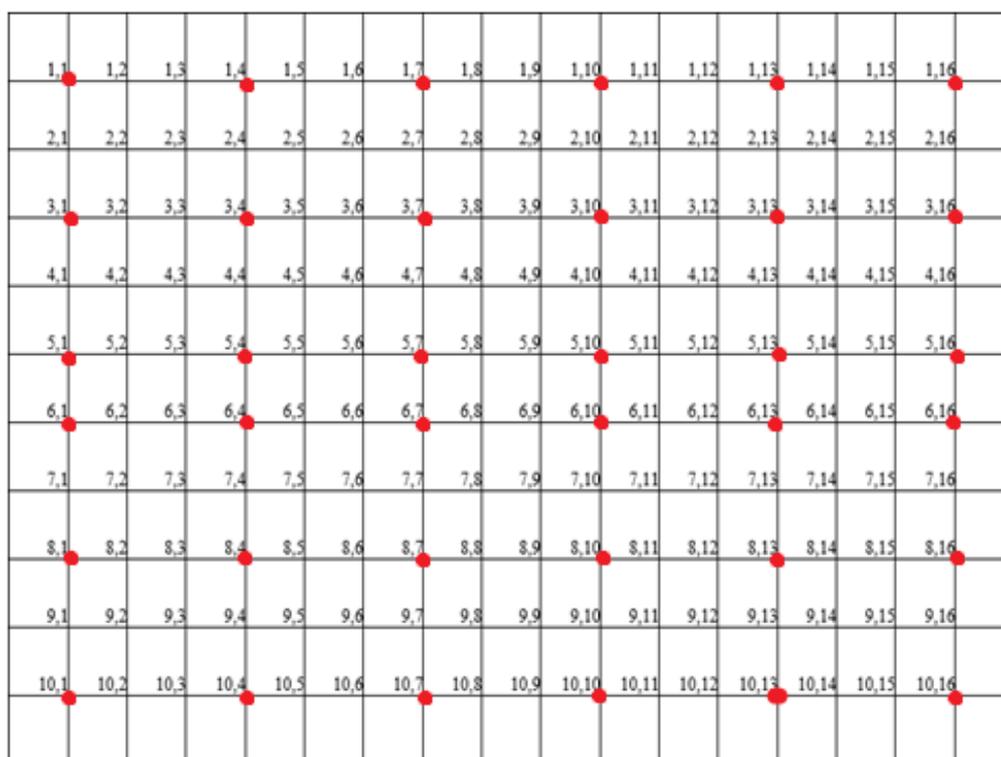
A cavidade possui dimensões de 800 mm de comprimento, 500 mm de largura e 301 mm de altura. Por sua vez, esta possui um furo na lateral de 35 mm de diâmetro, posicionado a uma altura de 54,5 mm da aresta de base ao centro do furo e de 97,5 mm da aresta lateral ao centro do furo, (Fig. 4.1) (Apêndice 2). A cavidade possui paredes em MDF de espessura 25 mm.

A placa flexível é feita em alumínio com espessura de 1 mm. Possui 850 mm de comprimento e 550 mm de largura. Foi malhada em 16x10, com espaçamento de 50 mm entre cada nó (Fig. 4.2), para assim identificar e ser bem preciso na escolha dos pontos de medição, podendo assim efetuar as comparações numéricas exatamente no mesmo ponto medido experimentalmente. Desta forma, é possível obter de cada nó as FRFs e as formas modais correspondentes.

Uma fita adesiva emborrachada foi afixada às bordas da cavidade para vedar acusticamente. Para diminuir a aderência da borracha à placa necessitou-se polvilhar giz sobre a fita, contribuindo para que a placa continuasse simplesmente apoiada. E para evitar qualquer interferência da vibração proveniente do solo, a cavidade foi apoiada por quatro calços de EVA Técnica, um em cada canto da base da cavidade, (Fig. 4.3). A cavidade fica inclinada a um ângulo de aproximadamente 20 graus medido por um inclinômetro para facilitar o posicionamento perpendicular do vibrometro laser.



**Figura 4.1:** Esquemático de montagem do sistema (Apêndice 2).



**Figura 4.2:** Pontos de mapeamento experimental em malha 16x10 na placa de alumínio.



**Figura 4.3:** Cavidade apoiada e inclinada.

## 4.2 DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL

Para a realização dos ensaios experimentais foram necessários os seguintes equipamentos:

1. Gerador de funções 10MHz MFG-4210 - Minipa
2. Amplificador de potência com impedância de saída de 8 Ohm e sensibilidade de 1V AC - Unic Storm Zx 200
3. Osciloscópio – Tektronix TDS 2012 Digital Storage Oscilloscope
4. Autofalante de 8 Ohm e tensão de entrada de no máximo 13,27 V – Fostex Speaker Unit FE167E
5. Duto circular composto por mangueira e PVC, envolto por espuma com diâmetro de 12,7 mm e 930 mm de comprimento
6. Microfone Tipo 4189-L-001 com sensibilidade de 44,5 mV/Pa e com fator de escala de 31,6 mm/s/V – Brüel & Kjaer
7. Nexus condicionador – Bruel & Kjaer
8. Caixa de MDF de 500x800x326 mm com 25 mm de espessura
9. Placa de Alumínio de 550x850 com espessura de 1 mm
10. Fita adesiva emborrachada
11. Pó de giz

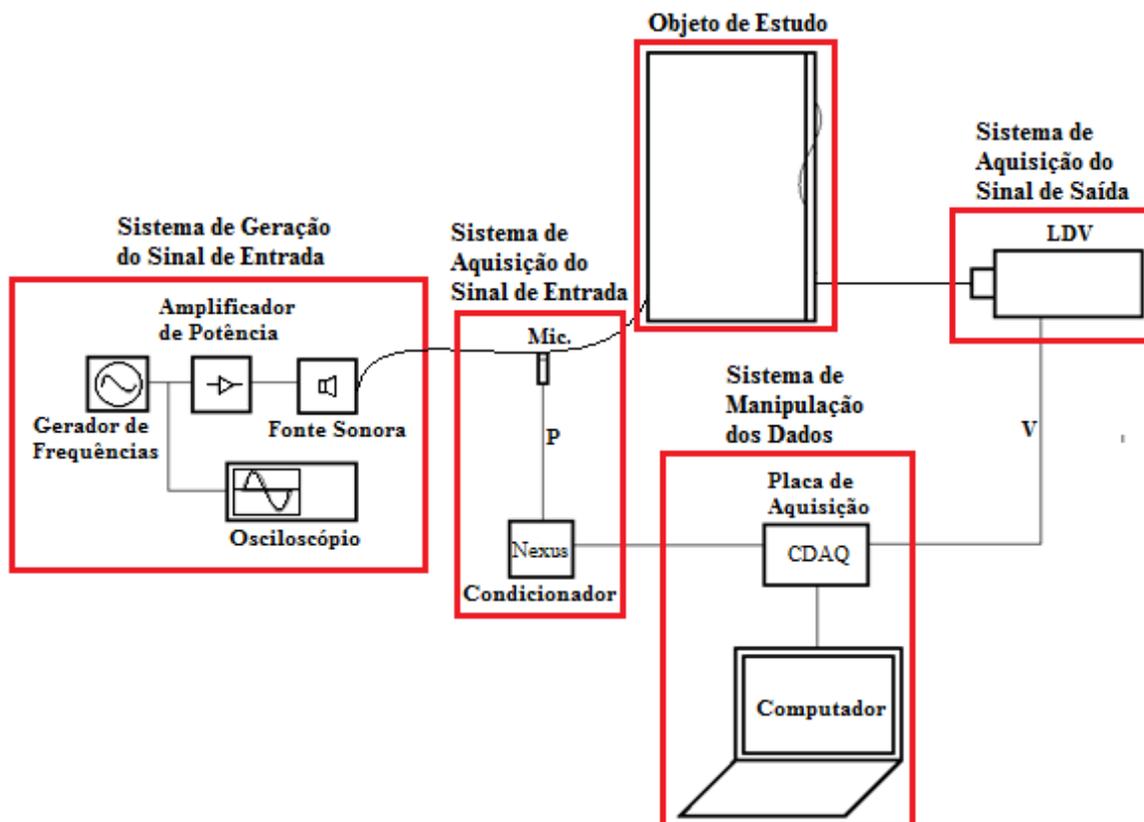
12. Vibrômetro Laser PDV-100 com fator de escala de 125 mm/s/V – Polytec
13. Sistema de aquisição de dados VIB-E-220 – Polytec
14. Cabos P10 e BNC
15. Computador com *software* de aquisição de dados *Vibsoft*.



**Figura 4.4:** Montagem experimental e equipamentos utilizados

Na Figura 4.4 apresenta-se a montagem do sistema, onde o gerador de frequências, conectado ao amplificador de potência e conectado ao alto-falante designa o sistema de geração do sinal. Um osciloscópio é conectado a esse sistema para monitorar e manipular o sinal *sweep* determinado. Em seguida, conecta-se ao fim do duto, entreposto à fonte e cavidade, um microfone ligado ao seu condensador Nexus e à placa de aquisição, designando o sistema de aquisição dos sinais de entrada no sistema. Outro sistema é o de aquisição do sinal de saída, composto por um vibrometro laser conectado à placa de aquisição. E por fim a placa de aquisição (CDAQ) é conectada ao computador onde se faz as análises e soluções dos sistemas (Fig. 4.5).

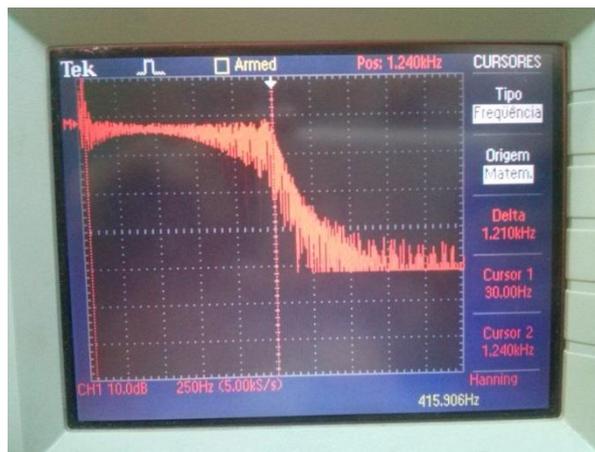
Como já apresentado o esquemático (Fig. 4.5), a seguir, demonstra um diagrama da montagem das ligações e funcionamento do procedimento experimental.



**Figura 4.5:** Esquemático do sistema de medição.

Após realizada todas as conexões é necessário ajustar o gerador de frequências. Escolheu-se um tradicional método de medida de FRF que envolve a varredura lenta de um sinal senoidal. O sinal *sweep*, como é chamado, neste caso faz a varredura de senos em torno de 30 Hz a 1210 Hz (Fig. 4.6), com uma tensão pico a pico para amplificação do sinal de 800mV (Fig. 4.7) e com periodicidade regulada por meio do osciloscópio.

Se for usada uma periodicidade excessiva, tanto para mais quanto para menos, o sinal pode apresentar distorções. A forma encontrada para se regular devidamente essa periodicidade, também sugerida por Ewins (2000), é fazer a medição duas vezes, aumentando e depois diminuindo essa periodicidade de acordo com a faixa de frequência estabelecida. Se for encontrado o mesmo resultado de FRF nos dois casos, é possível que a periodicidade de ruído seja ideal.



**Figura 4.6:** Range de frequência visualizado pelo osciloscópio.



**Figura 4.7:** Variação de tensão pico a pico visualizado pelo osciloscópio.

Para então obter uma estabilidade da tensão pico a pico a um nível abaixo de 1V os controles left/right do amplificador só podiam variar de 0 a 8 possibilitando com isso um perfeito equilíbrio da potência nas saídas e um limite ótimo de amplificação, a partir de 8 os *leds* alertavam região de distorção do sinal.

A faixa de frequência capaz de ser emitida pela fonte sonora era de 50 Hz a 20 kHz. Considera-se esta fonte como um monopolo acústico (RUSSEL *et al.* 1998). A fonte deve ter impedância elevada o suficiente para ser independente do meio circundante (ROSSETTO, 2001).

Para que ondas em um tubo sejam consideradas omnidirecionais seu comprimento de onda deve ser maior que o raio do tubo onde ela percorre, caracterizando assim ondas planas (Morse *et al.*, 1986). O limite superior de propagação para esse tipo de onda é chamado de frequência de corte ( $f_c$ ) (KINSLER, 1999),

$$f_c \approx \frac{1.842 c}{\pi d} \quad (4.1)$$

onde  $c$  é a velocidade da onda e  $d$  é o diâmetro do duto. Neste caso a frequência de corte máxima é aproximadamente 15 kHz. Logo frequências abaixo de 15 kHz se caracterizam como ondas planas.

A Norma ISO 10534-2 (apud MELO, 2013) determina o comprimento mínimo do tubo de três vezes o seu diâmetro. O tubo deve ter mais que 40 mm de comprimento. Portanto satisfaz-se essa condição, pois o duto tem 12,7 mm de diâmetro e 930 mm de comprimento.

Para aquisição do sinal de referência foi posicionado no fim do tubo um microfone B&K à uma distância de aproximadamente 50 mm do bocal de entrada do som na cavidade. Para uma correta medição da variação de pressão, o microfone foi posicionado perpendicularmente ao sentido de propagação da onda (Fig. 4.8). Estabelece-se assim o uso de uma fonte calibrada (Rossetto, 2001).



**Figura 4.8:** Posição do microfone em relação ao ângulo de incidência da onda sonora.

A seguir será apresentado a equação referente ao cálculo da impedância de um tubo aberto-aberto, proposta por Kinsler *et al.* (1982).

$$Z = \rho_0 c \left[ \frac{1}{4} (ka)^2 + i0,6133ka \right] \quad (4.2)$$

onde  $k$  é o número de onda ( $w/c$ ),  $a$  é o raio do tubo,  $c$  é a velocidade do som no ar e  $\rho_f$  é a densidade do ar.

De acordo com a equação 4.2, quanto maior a frequência maior é a impedância. Porém para o uso desta equação, conforme mostrado por Rossetto (2001), a frequência

máxima não poderia ultrapassar 6,4kHz para que a condição de elevada impedância fosse satisfeita, pois este fez uma simplificação considerando seu sistema zona de baixas frequências  $ka \ll 1$ . Neste trabalho a frequência máxima é de aproximadamente 1kHz, logo a consideração analisada por Rossetto (2001) é aceita.

$$Z = \rho_0 c \left[ \frac{1}{4} (ka)^2 + i0,6133ka \right]$$

Logo, era necessário configurar o microfone de acordo com seu fator de escala. Essa regulagem é realizada por meio do condicionador Nexus, afim de evitar sobrecarga (*overload*) de medição.

O vibrometro laser utilizado (Fig. 4.9) tem seu funcionamento baseado no efeito Doppler, permitindo medir a velocidade instantânea de uma superfície em movimento. Sua principal vantagem como transdutor é a ausência de contato com a estrutura medida, não havendo acréscimo de massa. As medidas são rápidas, precisas, fáceis e de resolução alta. As desvantagens é o custo do equipamento e a necessidade de manter uma linha de visão entre o transdutor e a superfície medida. O foco do laser pode ser melhorado ajustando as lentes, a qualidade do sinal é mostrada por meio de um display na parte posterior do sensor. Para auxiliar no alinhamento e posicionamento do feixe do laser, o vibrometro foi montado sobre um tripé com regulagem de altura e níveis de bolha. Portanto, o feixe de luz do laser foi disposto perpendicular à cavidade.



**Figura 4.9:** Vibrometro Laser (LVD).

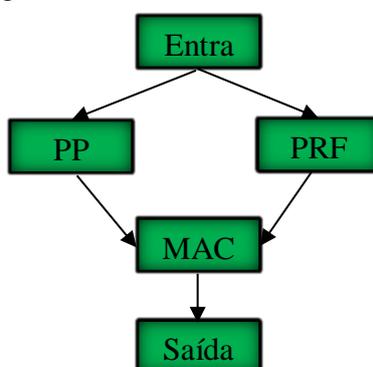
A placa de aquisição de dados utilizada é a VIB-E-220 ela é o dispositivo conversor de sinal analógico digital. Ela possui duas entradas em formato BNC, uma para referência e outra para medida de velocidade e uma saída conectada ao computador. O *software* da Vibsoft recebe os dados, porém é necessário a inserção de uma chave em forma de *pendrive* para haver a transição dos dados da placa para o *software*.

O Vibsoft *Data Acquisition Software* é a ferramenta utilizada para o processamento dos sinais. O *software* permite a configuração dos diversos parâmetros para aquisição de dados, como filtros, direção da medição, entrada dos valores de sensibilidade do microfone e do vibrometro, janelamento, frequência de amostragem, número e tipo de médias, configurações do trigger, além de uma função para melhoria da relação sinal-ruído chamada *Signal Enhancement* (SE). Após a aquisição dos dados é possível a visualização dos gráficos no domínio do tempo e da frequência, as FRFs e também o gráfico de Coerência para os estimadores H1 e H2. Os resultados podem ser exportados para diversos formatos, porém o formato de interesse para esse trabalho é o formato .txt usado e aplicado ao *software* MatLab.

Desta forma, como já foi dito, alguns parâmetros foram usados no processamento e estimativa das FRFs neste experimento. Foi usada a janela Hanning no processamento do sinal. Uma taxa de amostragem de 3200 amostras coletadas em 3,2 segundos. Foram setadas 30 médias do sinal complexo. Foi adotada a direção “+z” para a resposta medida pelo vibrometro e “-z” para a excitação acústica, uma vez que a excitação se inicia na parte posterior da placa. A sensibilidade do microfone é a mesma estipulada no amplificador e condicionador da NEXUS, 316mV/Pa, e o do vibrometro encontra-se no manual equivalente à faixa medida em escala completa de 500 mm/s, logo seu fator de escala é de 125mm/s/V. E como já especificado de 0 a 1 kHz as linhas espectrais são 3200. Por fim o próprio sistema calcula a frequência de amostragem, resolução e tempo de amostragem.

### 4.3 PROCEDIMENTO DO ALGORÍTMO

A seguir será detalhado o algoritmo apresentado no apêndice 2 [adaptado MELO FH, 2013] (Fig. 4.10). Primeiramente é definido os parâmetros de medição: quantos pontos medidos e qual o espaçamento (passo) entre os pontos de medição, ambos na direção x e y. Esses dados são usados para gerar a malha das formas modais mais adiante.



**Figura 4.10:** Esquemático de funcionamento do algoritmo.

Inicia-se então um *for* para o sistema de aquisição de dados, de forma que o programa vai varrendo e fazendo a matriz das amplitudes dos sinais, já pré organizando as amplitudes de cada ponto de medição referente a cada uma das frequências, para que desse modo seja possível construir as formas modais operacionais de cada uma dessas frequências do método PP. Além das FRFs do tipo estimador H1 também são extraídas as coerências, para a identificação das frequências naturais do sistema.

Dentro desse mesmo *for* é executado a função “*freqnat*”. Esta função é designada para identificar as frequências naturais do sistema e sua respectiva magnitude. Primeiramente deve-se definir a frequência mínima de excitação, neste caso definiu-se que quando a coerência atinge o valor de 0,9991 a frequência correspondente é considerada a frequência mínima de análise. Esta identificação se dá comparando, se os quatro primeiros dados da amplitude antes de uma amostra estão crescendo e se os quatro depois desta amostra estão decrescendo. Logo, as frequências identificadas nesses picos podem ser as frequências naturais do sistema.

Em seguida é construída uma sequência que salva e demonstra de forma gráfica a FRF e respectiva fase de cada ponto medido na análise.

O próximo passo é determinar quais dos picos encontrados são de fato frequências naturais. Então a função “*compara*” faz uma conferência dos picos encontrados em todos os pontos de medição. Se os pontos se repetirem por 9 vezes com uma diferença para mais ou para menos de 5 Hz, essa frequência é uma potencial frequência natural. Por fim é feita uma média dos valores encontrados e determina-se a devida posição dessas frequências no vetor de frequência.

Deste modo, aplica-se então o método PRF (Método Polinomial de Razão Fracional) (RICHARDSON e FORMENTI, 1982).

É necessário informar corretamente os graus de liberdade do sistema, correspondente ao número de graus da função polinomial para que não haja distorções na análise. De modo que se esse erro for para mais é possível que o algoritmo identifique frequências naturais que não são reais do sistema e se o erro for para menos o algoritmo pode acabar não identificando todas as frequências naturais do sistema.

Richardson e Formenti (1982) afirma que é necessário aumentar os graus de liberdade do sistema para que o método convirja melhor. Melo (2013) determina que dobrar

o valor do número de modos no algoritmo PP é uma solução. Isso pode ser comprovado através do método de análise dos erros relativos entre as frequências naturais obtidas pelo método PRF e pelo método PP.

Por fim, o método PP e PRF se desenvolvem e determinam-se as frequências naturais e as formas modais de acordo com as amplitudes de cada frequência natural. E estas formas modais são então avaliadas a partir do MAC.

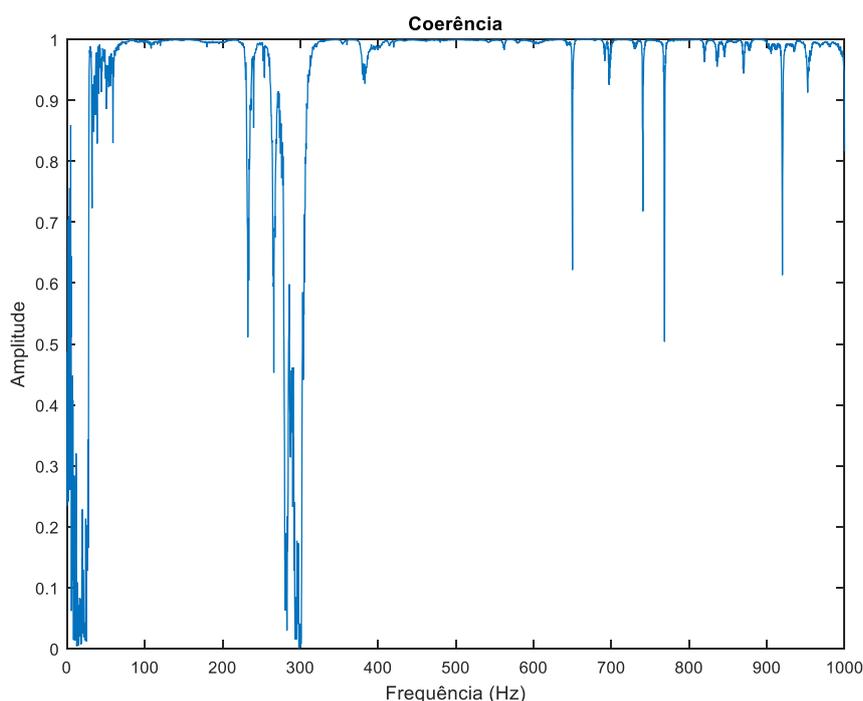
## 5 RESULTADOS

Determinada a cadeia de medição, gerador de sinal por varredura senoidal, amplificador de potência, fonte acústica mensurada, transdutor de velocidade, condicionador e analisador (EWINS, 2000), apresenta-se os resultados experimentais obtidos e compara-se com as simulações numéricas e com os resultados da literatura.

### 5.1 MOBILIDADE DA PLACA ACOPLADA À CAVIDADE RÍGIDA

O procedimento de fonte sonora calibrada, descrito por Rossetto (2000), foi repetido por Melo (2013) obtendo bons resultados para a identificação vibroacústica.

Então, excita-se acusticamente o sistema placa + cavidade por meio da fonte sonora calibrada (ROSSETTO, 2001). E na Figura 5.1 é demonstrado a coerência da função resposta em frequência do estimador H1.

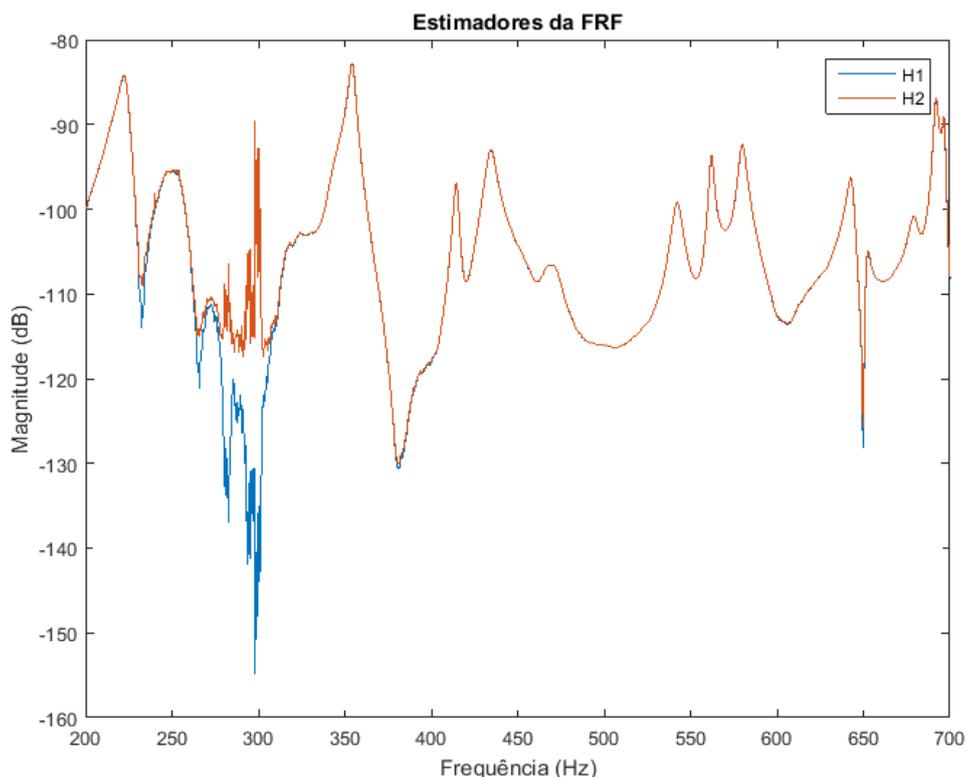


**Figura 5.1:** Coerência das medições no ponto P67 usando excitação acústica, na configuração cavidade + placa.

Como se pode ver a coerência é bem definida, com excitação de 0 a 1000 Hz. Onde, até 50 Hz a coerência se mostra ruim, devido a faixa de frequência que a fonte sonora é capaz de excitar, pois a mínima frequência de excitação da fonte é 50Hz. Esta análise se faz dos

resultados obtidos entre a velocidade medida no ponto P67 da placa e o sinal da pressão acústica medida por microfone na abertura lateral, devido à excitação do alto-falante.

As FRFs obtidas são por meio do estimador H1 (ruídos no sinal de entrada) ou H2 (ruído no sinal de saída). Devido grande semelhanças entre eles, com exceção da região de baixas frequências em alguns casos, para a apresentação dos resultados optou-se pelo estimador H1. Na Figura 5.2, aquiritada no ponto P67, o H2 suaviza as antirressonâncias e apresenta uma inversão de fase na faixa de 250 – 300 Hz, isso é decorrente da baixa coerência nessa mesma faixa de frequência que aumenta o erro do estimador. Porém essa má coerência não afeta os resultados deste trabalho uma vez que não são identificadas frequências naturais nessa faixa de frequência, pois de acordo com os resultados experimentais a primeira frequência natural identificada é de 222,81 Hz e a segunda é de 354,06 Hz.

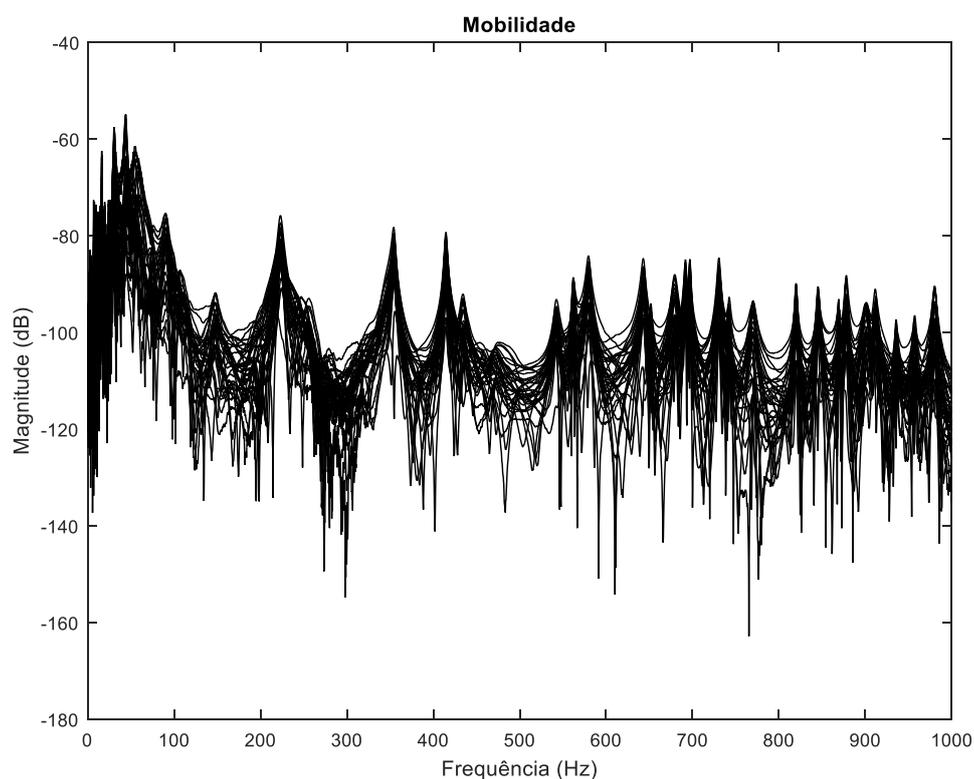


**Figura 5.2:** Estimadores da FRF em análise comparativa, medido no ponto P67 da placa excitada acusticamente.

A Figura 5.3 mostra os espectros das FRFs sobrepostas para os 18 pontos medidos experimentalmente: P61, P64, P67, P610, P613, P616, P81, P84, P87, P810, P813, P816, P101, P104, P107, P1010, P1013, P1016, demonstrados no diagrama da placa (Fig. 4.2). A

Figura 5.4 mostra os espectros das FRFs sobrepostas para os mesmos 18 pontos, calculados por Elementos Finitos. Todas as FRFs são obtidas pela razão entre velocidade (sinal de saída) e pressão (sinal de entrada). Observa-se similaridade para os picos de frequência entre 200 - 500 Hz (Fig. 5.5, A.1, A.2 e A.3) (Apêndice 1).

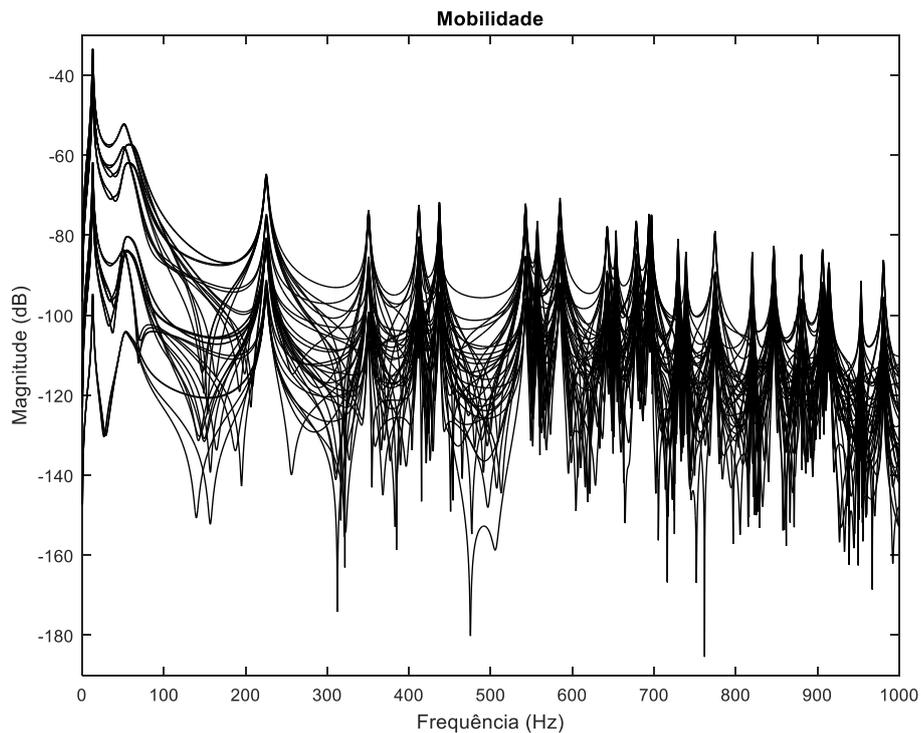
É possível ver já uma conformidade dos picos evidentes que correspondem às formas modais da placa na comparativa numérico-experimental, em uma análise inicialmente grosseira.



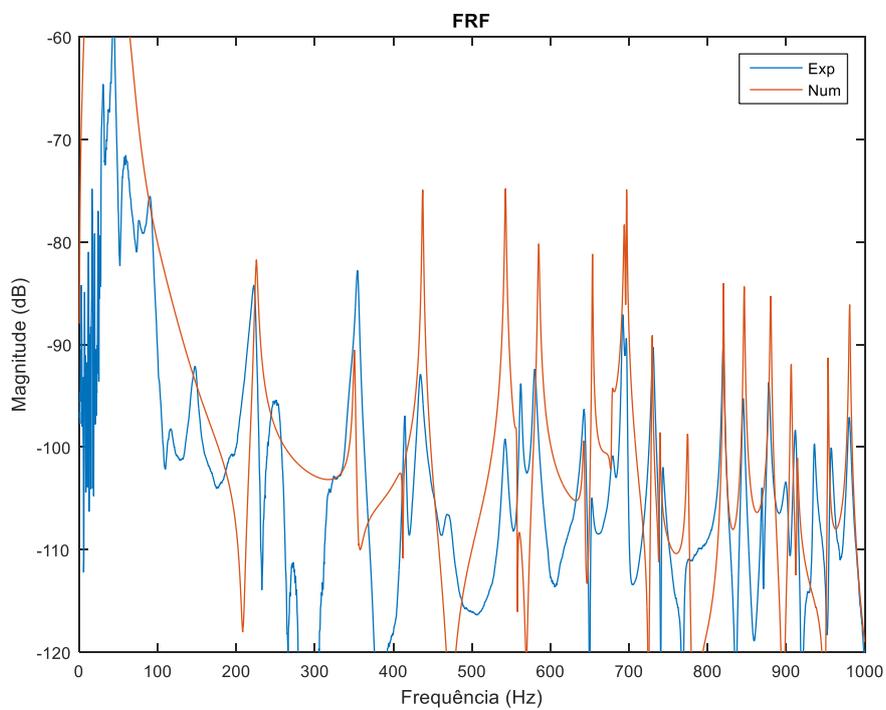
**Figura 5.3:** FRFs (velocidade por pressão) sobrepostas dos 18 pontos da placa excitados acusticamente em análise experimental.

Para se ter uma visualização mais completa e profunda desta comparação numérico-experimental, a seguir (Fig. 5.5) serão evidenciados a FRF destas duas análises no ponto específico P67 com coerência apresentada na Figura 5.1.

A simulação numérica captura três frequências de oscilação no intervalo de 200 – 500 Hz, com certa precisão (Fig. 5.5).



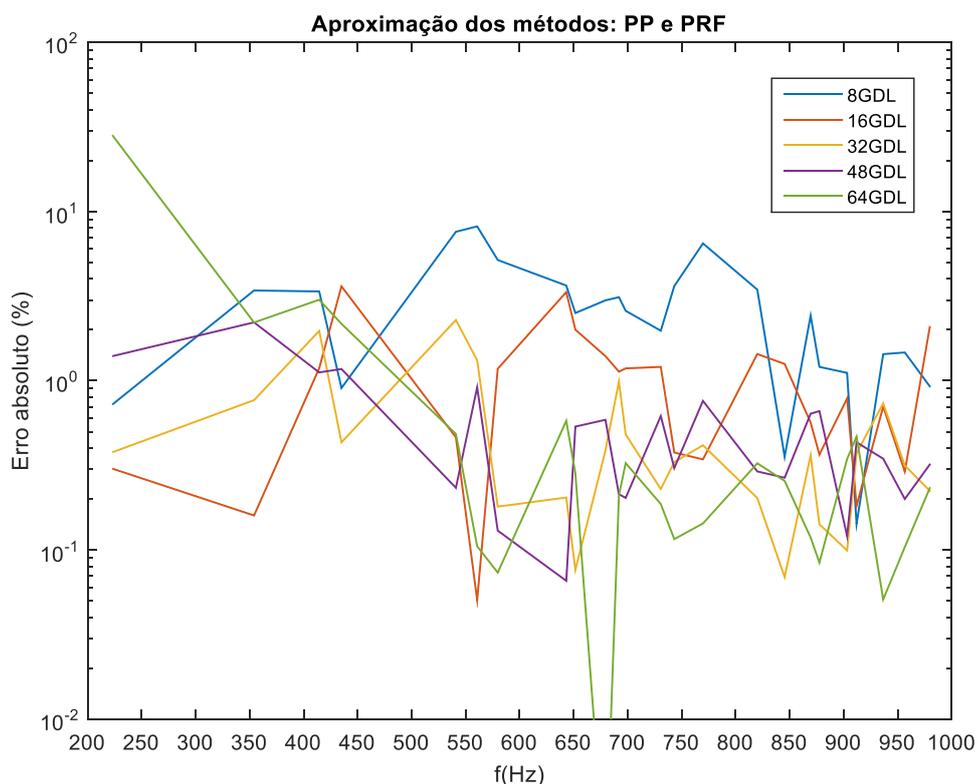
**Figura 5.4:** FRFs (velocidade por pressão) sobrepostas dos 18 pontos da placa excitados acusticamente em análise numérica.



**Figura 5.5:** FRF (velocidade por pressão) do ponto P67 da placa excitado acusticamente em análise comparativa.

Outra análise importante é a aproximação das técnicas de identificação modal deste trabalho e assim utilizar uma delas para as devidas análises, comparações e validações.

Como já evidenciado é necessário aumentar a ordem do sistema para que os métodos converjam e tenham melhor aproximação. Isso pode ser comprovado através do método de análise dos erros relativos entre as frequências naturais obtidas pelo método PRF e pelo método PP (Fig. 5.6). A melhor aproximação entre os métodos PRF e PP foi multiplicando a densidade modal igual a 8 por 6 obtendo assim 48 GDL.



**Figura 5.6:** Erro relativo da comparação das frequências naturais entre os métodos PP e PRF.

Por fim, aplica-se o método PRF e determina-se as frequências naturais, que comparadas com às obtidas pelo método PP possuem uma grande proximidade, pois a variação geral do erro observado na Figura 5.6 para a ordem escolhida (48), além de possuir a menor variação, varia de aproximadamente 0.066% até um máximo de aproximadamente 2,21%.

A Tab. 5.1 apresenta as frequências naturais obtidas pelos métodos de identificação modal PP e PRF para as FRFs experimentais e as FRFs simuladas numericamente (análise

harmônica ANSYS). Para os resultados obtidos, o erro relativo está aceitável nos dois métodos por apresentarem erros relativos muito baixos, com exceção das primeiras frequências do método PRF que provavelmente é proveniente de algum erro numérico, visto que todas as demais frequências apresentam erros mínimos. Pode-se então concluir que o método PP e o PRF possuem boas aproximações, logo para as análises que seguem serão utilizados como referência os dados experimentais PP por ser um método mais simples.

**Tabela 5.1:** Frequências naturais obtidas experimentalmente e numericamente, para a placa acoplada à cavidade, pelas técnicas PP e PRF.

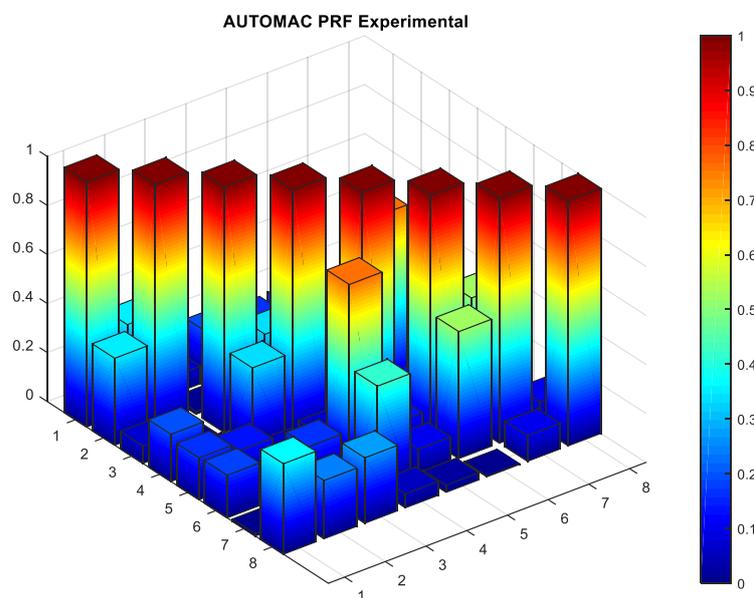
Experimental		Numérico		Erro Relativo	
PP (Hz)	PRF (Hz)	PP (Hz)	PRF (Hz)	PP (%)	PRF (%)
222,81	219,70	225,31	245,42	1,12	11,70
354,06	361,90	350,62	344,14	0,98	4,91
414,37	409,73	412,19	411,03	0,53	0,32
435,00	440,10	437,19	436,75	0,50	0,76
540,94	539,68	542,50	543,61	0,29	0,73
560,62	565,75	557,19	552,92	0,61	2,27
579,69	580,44	585,00	582,95	2,47	0,43
643,12	643,55	642,50	642,53	0,10	0,16

A Figura 5.7 apresenta o AUTOMAC dos resultados experimentais da técnica de identificação modal PRF. Observando a correlação dos oito primeiros modos visualizados na diagonal principal da matriz, que são os mesmos modos das frequências naturais do PRF evidenciados na Tab. 5.1. Percebe-se uma boa correlação entre esses modos uma vez que estão próximos de 1 e apresenta algumas variações nas demais posições da matriz demonstrando alguma correlação ou nenhuma correlação entre as formas modais analisadas.

## 5.2 COMPARAÇÃO COM A LITERATURA

Comparando com os resultados dos outros autores que fizeram análise experimental, numérica e analítica usando essa mesma bancada experimental, as variações das soluções do sistema são muito pequenas. A Tab. 5.2 evidencia os erros relativos das frequências naturais acústicas do sistema, comparando os resultados experimentais com os resultados numéricos (Harmônico e Modal) deste trabalho, ambos pelo método PP, e comparando com as

frequências naturais obtidas por outros pesquisadores como Melo (2013), Huacanca (2015) e Ferreira *et al.* (2013). Essas pequenas variações são devido a pequenas variações das condições ambientais experimentadas, erros numéricos e ou analíticos, ruídos durante a aquisição, efeito de abertura e etc.



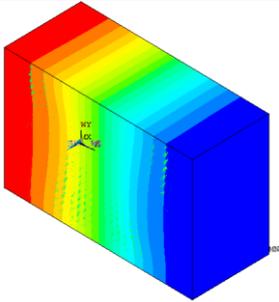
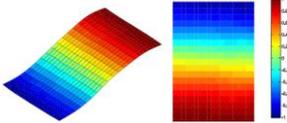
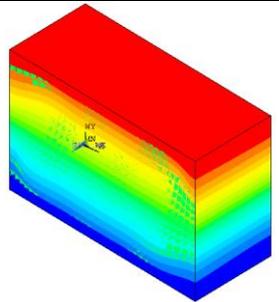
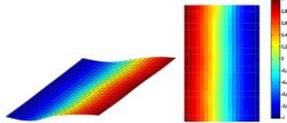
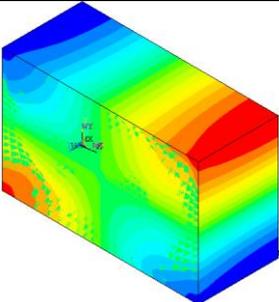
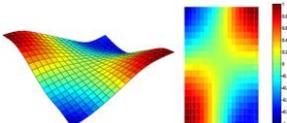
**Figura 5.7:** AUTOMAC PRF experimental.

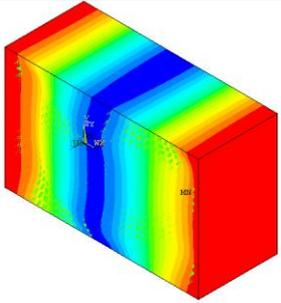
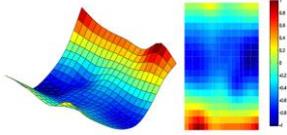
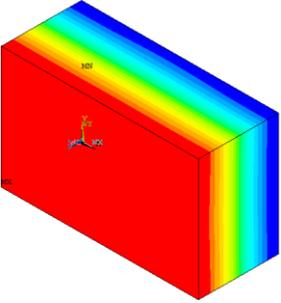
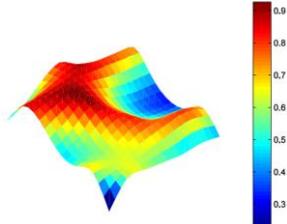
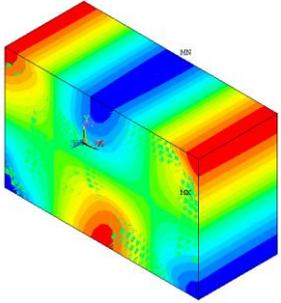
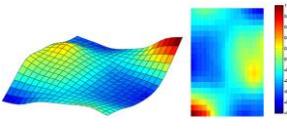
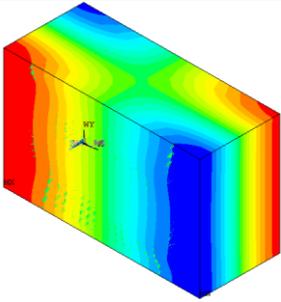
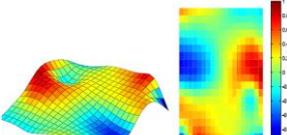
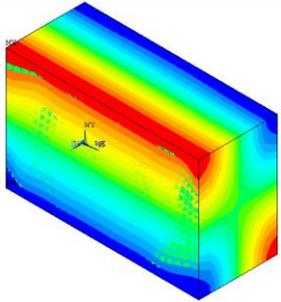
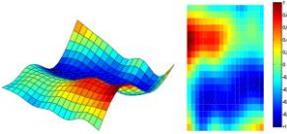
**Tabela 5.2:** Erros relativos entre as frequências naturais experimentais-numéricas-analíticas para cavidade acústica acoplada, tendo como base os dados experimentais deste trabalho.

Nº	Exp. (PP) x Num. Harmônico (PP) (%)	Exp. (PP) x Num. Modal (PP) (%)	Exp. (PP) x Exp. Melo (2013) (%)	Exp. (PP) x Analít. Huacanca (2015) (%)	Exp (PP) x Num. Ferreira (2013) (%)
1	- 1,12	0,70	- 0,86	- 0,87	- 0,08
2	0,97	1,27	0,15	0,17	1,43
3	0,53	0,85	- 0,06	0,96	1,30
4	- 0,50	- 0,28	- 1,51	- 2,19	- 0,23
5	- 0,29	0,06	1,14	0,99	1,10
6	0,61	0,70	- 0,68	- 1,82	0,29
7	- 0,92	- 0,47	0,54	-	-
8	0,10	0,19	0,95	-	-

A seguir evidencia-se a comparação dos modos referentes à pressão acústica, obtidos numericamente com os experimentais do Melo (2013). A partir de um método não-simétrico para extração dos parâmetros modais, na faixa de 0 a 1000Hz, obtivemos então as seguintes formas modais, mostradas nas Tab. 5.3 e 5.4. Ambas são comparações das formas modais, numérico-experimental Melo (2013) e numérico-experimental algoritmo deste trabalho.

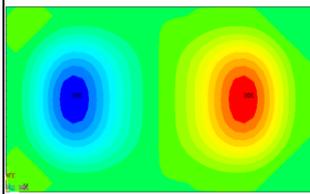
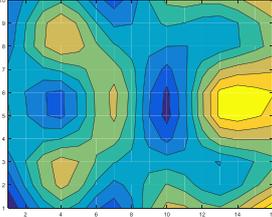
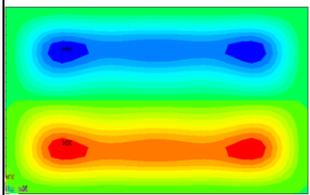
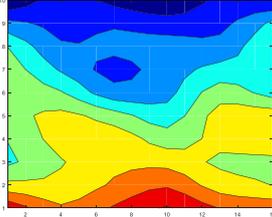
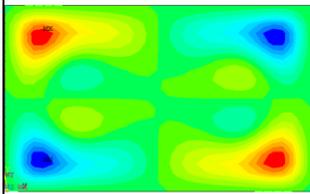
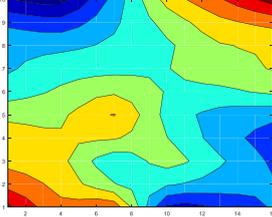
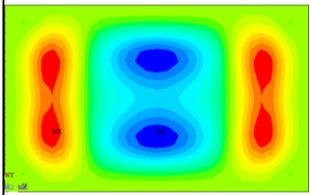
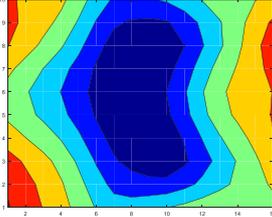
**Tabela 5.3:** Comparação das soluções numérico deste trabalho e experimental do Melo (2013) para cavidade acústica acoplada.

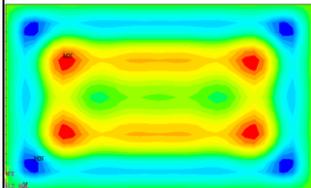
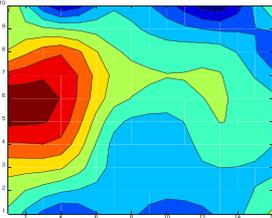
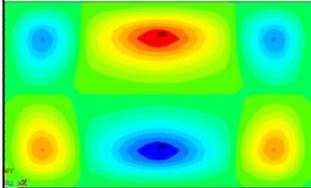
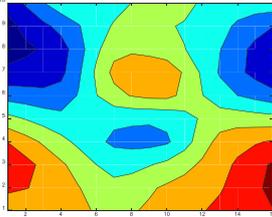
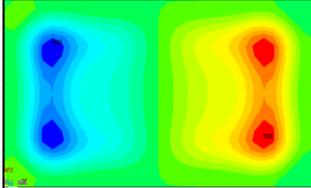
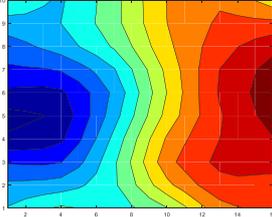
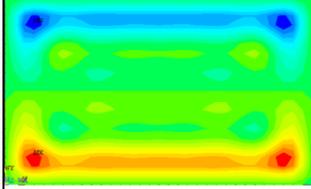
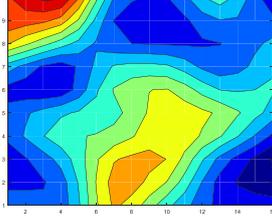
Nº	Forma Modal (i,j,k)	Frequência (Hz)	Numérico Acústico	Melo Frequência (Hz)	Melo Experimental Acústico
1	(1,0,0)	221,25		224,73	
2	(0,1,0)	349,55		353,54	
3	(1,1,0)	410,86		414,62	

4	(2,0,0)	436,23		441,57	
5	(0,0,1)	541,28		534,76	
6	(2,1,0)	556,7		564,44	
7	(1,0,1)	582,39		576,55	
8	(0,1,1)	641,89		637,02	

Os valores das frequências naturais acústicas amortecidas são na forma complexa, de acordo com a forma que o Ansys dispõe esses valores (real – frequência e imaginário – taxa de amortecimento). Isso é um caso típico da análise da interação fluido-estrutura, devido as matrizes serem não-simétricas. Porém para facilitar a visualização e comparação, os valores dispostos na Tab. 5.3 são a parte real da frequência complexa. Analisando as formas modais acústicas geradas do ensaio experimental e as formas modais do ensaio numérico têm-se então a Tab. 5.4. Percebe-se que em todos os casos há proximidade das formas modais, experimentais, numérica e do autor Melo (2013) (Tab. 5.3 e Tab. 5.4).

**Tabela 5.4:** Comparação das soluções numérico e experimental de placa deste trabalho para cavidade acústica acoplada.

Modo	$\omega_n$ (Hz)	Numérico_Ansys	$\omega_n$ (Hz)	Experimental_Algoritmo (PP)
(1,0,0)	221,25		222,81	
(0,1,0)	349,55		354,06	
(1,1,0)	410,86		414,38	
(2,0,0)	436,23		435,00	

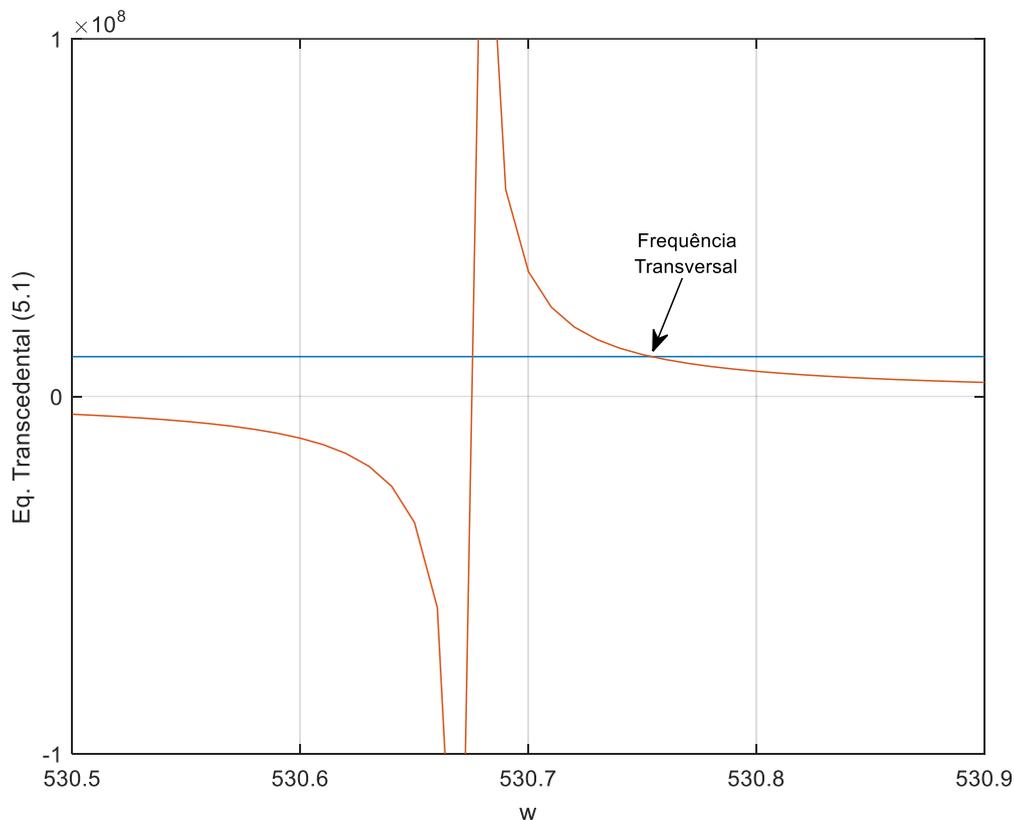
(0,0,1)	541,28		540,94	
(2,1,0)	556,70		560,62	
(1,0,1)	582,39		579,69	
(0,1,1)	641,89		643,12	

De acordo com Melo (2013) o modo (0,0,1) é um modo transversal, estes são os modos excitados pela placa e podem ser comprovados utilizando a fórmula de Qaisi (1988),

$$\omega^2 \left( 1 - \frac{\gamma \rho_f L_y}{\rho_s h} \frac{\cot\left(\frac{\omega a}{c_0}\right)}{\omega} \right) - \omega_{n1}^2 = 0, \quad (5.1)$$

onde  $\omega$  é a frequência natural,  $a$  é a profundidade da cavidade,  $\rho_f$  é a massa específica do ar,  $\rho_s$  é a massa específica da placa de alumínio,  $\gamma$  é a constante de suporte da placa (que para uma placa simplesmente apoiada tem o valor de  $64/\pi^4$ ),  $\omega_{n1}$  é a primeira frequência natural da placa no vácuo, essa frequência foi obtida numericamente no valor de 14,645Hz,  $L_y$  é a largura da placa,  $c$  é a velocidade do som no meio e  $h$  é a espessura da placa. Para melhor obtermos o resultado e melhorar a confiabilidade desse, a Figura 5.8 a seguir mostra a obtenção do valor da frequência de modo transversal de 530,78 Hz.

Como se pode observar o valor da frequência transversal calculado pela equação de Qaisi (1988) é próximo do valor obtido através da análise experimental (540,94 Hz). O erro relativo calculado é aproximadamente 1,88%.



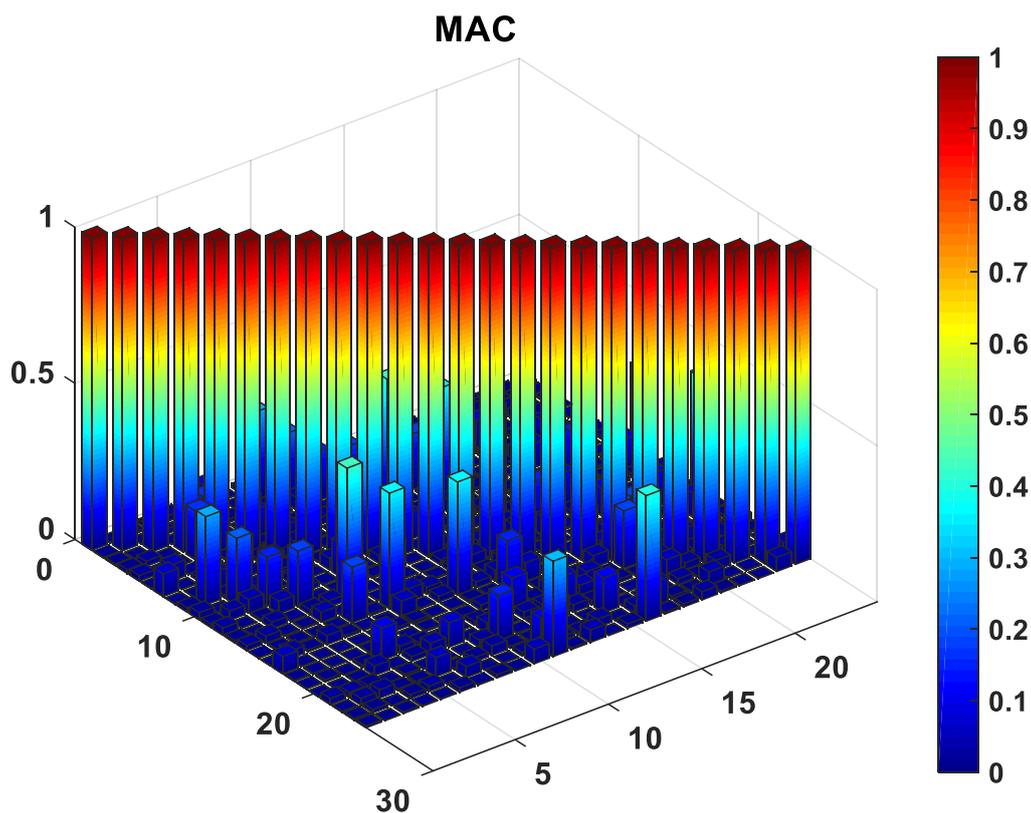
**Figura 5.8:** Raízes da formula de Qaisi, referindo a frequência transversal.

### 5.3 AVALIAÇÃO DO MAC DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste trabalho o MAC foi gerado para 24 modos experimentais. A Figura 5.9 é evidente em mostrar a correlação desses modos experimentais, permitindo creditar que a rotina MAC é válida. Apesar de alguns modos, percebe-se que os dados experimentais apresentaram boa qualidade pois o MAC da diagonal é aproximadamente 1.

Percebe-se algumas variações na região fora da diagonal principal. Isso pode ocorrer por algumas razões:

- Não linearidades na estrutura de teste;
- Ruído nos dados medidos;
- Análise modal pobre dos dados medidos; e
- Escolha inadequada dos GDLs incluídos na correlação.

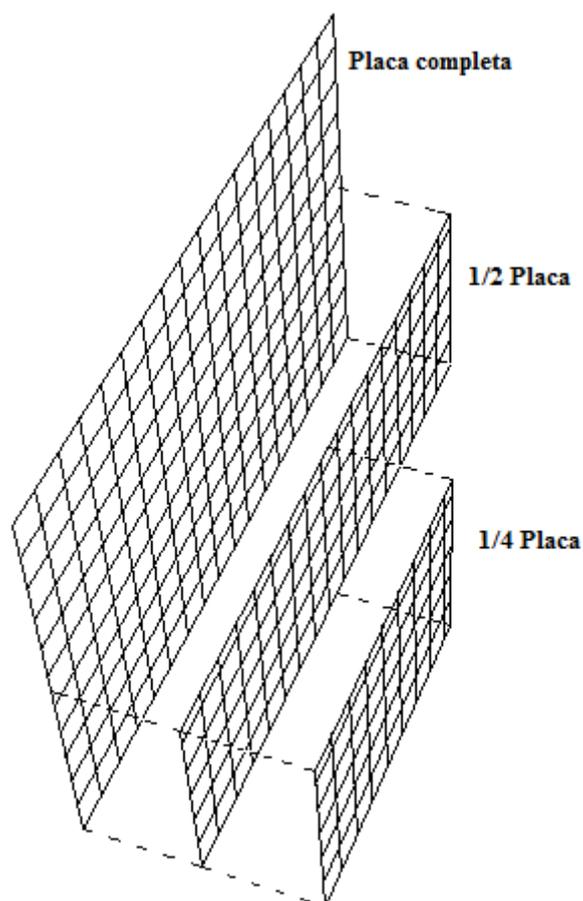


**Figura 5.9:** Validação MAC com AUTOMAC dos dados experimentais.

#### 5.4 ESTUDO DE SIMETRIA DA PLACA

Neste trabalho o primeiro passo foi analisar a correlação das formas modais, ver a veracidade da forma, para que o uso da análise de simetria fosse eficaz. Então, usando a rotina do MatLab as formas modais de placa completa, meia placa e um quarto de placa foram geradas, sendo que as amostras experimentadas são as mesmas em todos os casos, conforme o esquemático da Fig. 5.10. Esta análise é realizada para atestar que se pode fazer toda a análise de formas modais de placa usando apenas  $\frac{1}{4}$  desta placa, ao invés de medir todos os pontos da placa completa.

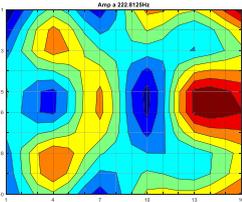
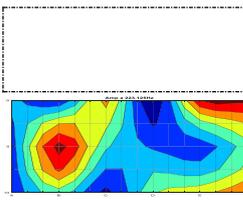
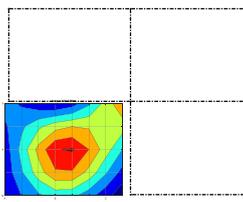
Porém, para se chegar em cada caso, nas mesmas frequências naturais da análise de placa completa, que se referem aos mesmos modos, foram necessários alguns ajustes. Para a análise de placa completa na função “*frequat*” a coerência (*coe*) tem que ser menor que 0.9993 e na função “*compara*” o número de repetições (*e*) de cada valor de frequência tem que ser maior que 9. Para análise de meia placa o *coe* < 0.9991 e o *e* > 9. E para a análise de um quarto de placa o *coe* < 0.9991 e o *e* < 4.

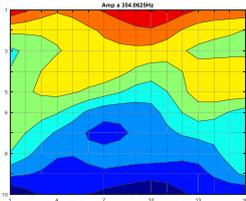
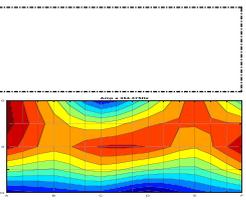
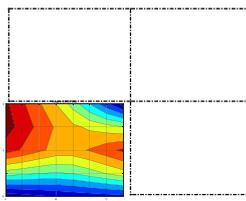
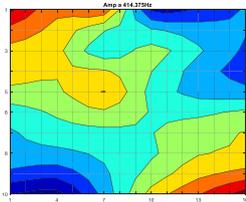
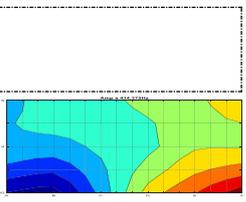
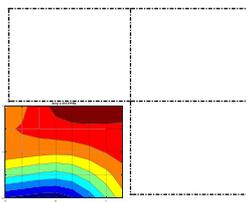
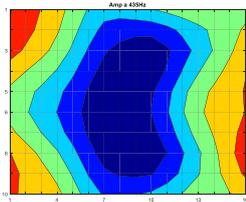
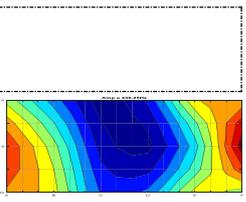
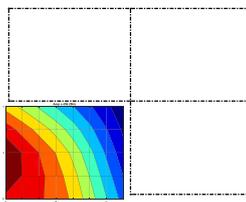
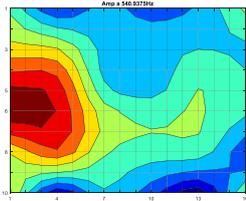
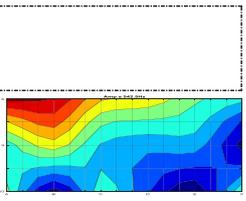
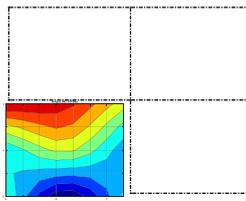
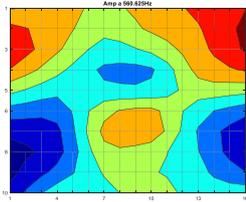
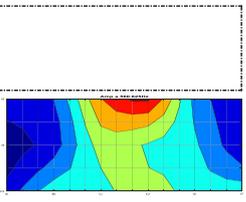
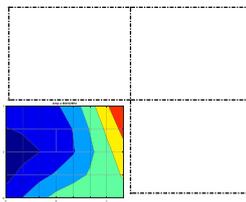
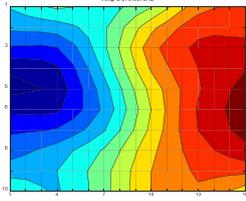
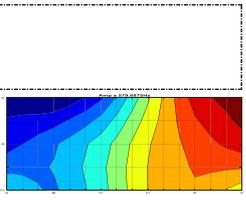
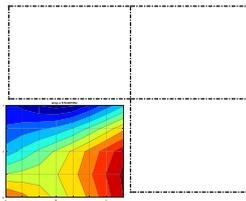
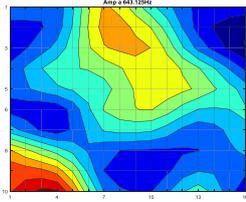
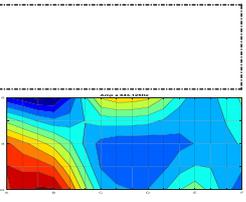
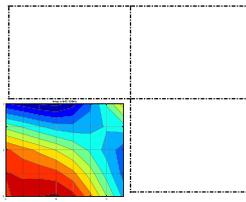


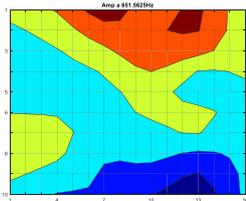
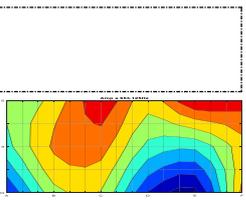
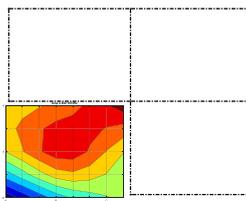
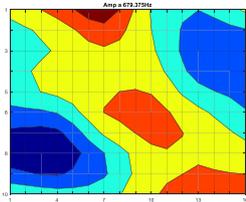
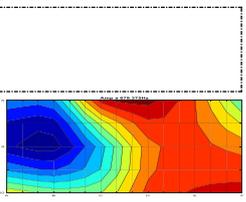
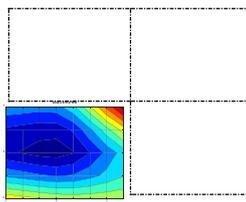
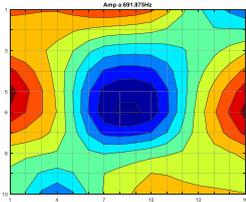
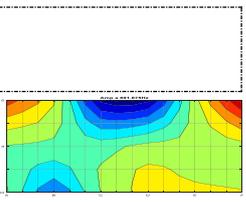
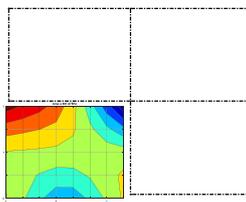
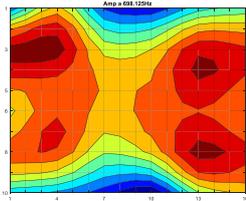
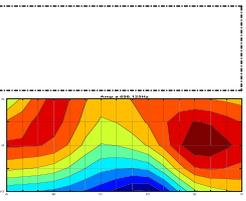
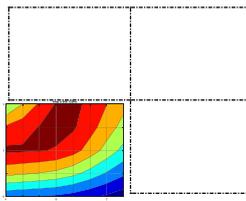
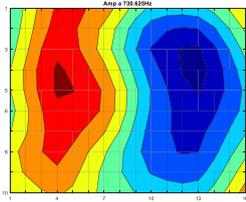
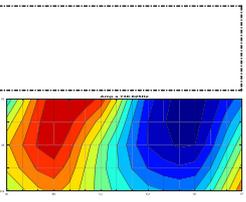
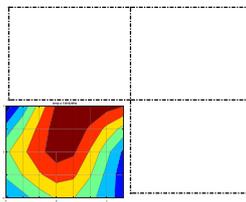
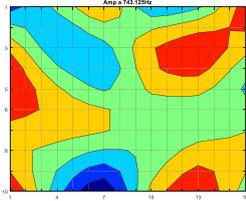
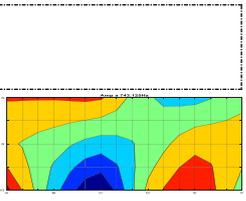
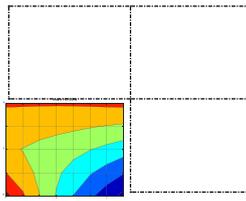
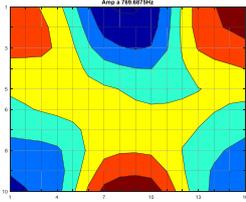
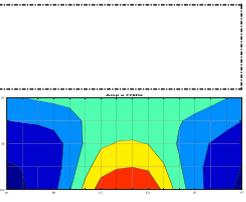
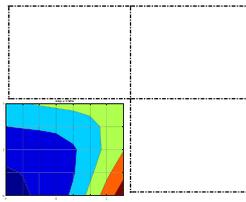
**Figura 5.10:** Esquemático de projeção da análise de simetria da placa.

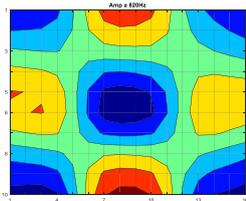
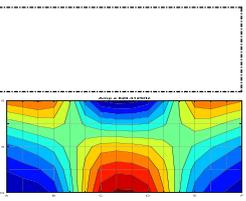
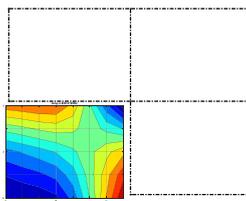
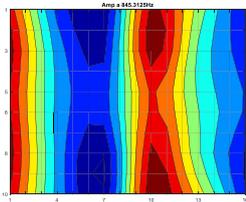
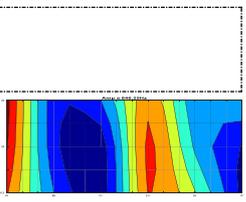
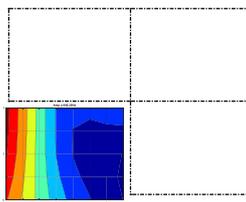
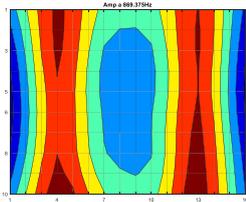
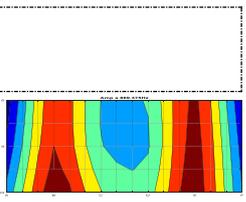
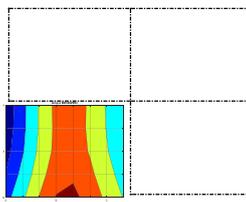
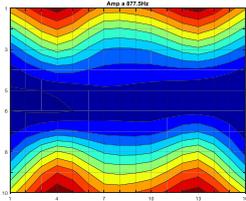
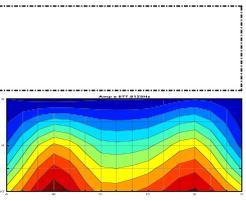
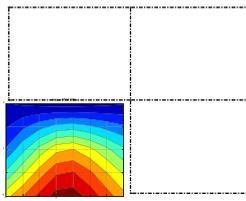
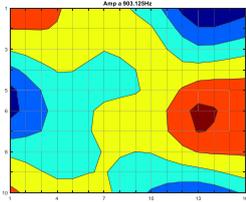
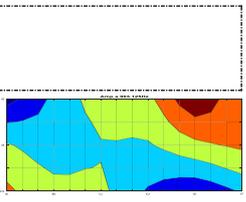
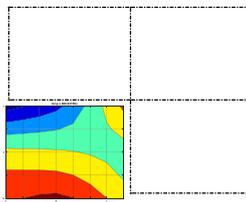
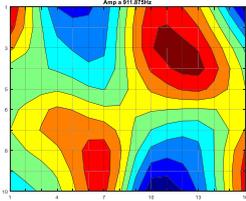
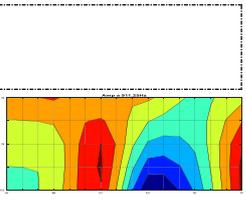
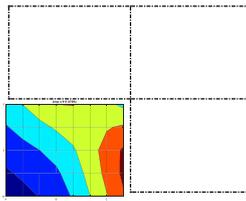
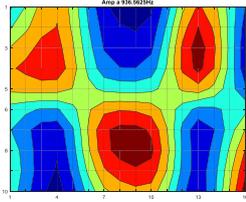
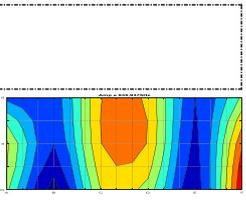
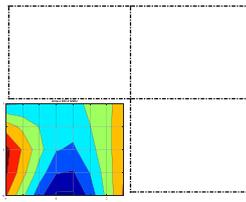
Mesmo tentando ajustar, algumas formas modais não se aproximaram do esperado, como se pode ver na Tab. 5.5. Percebe-se até mesmo que há algumas irregularidades e discordâncias a serem analisadas, acreditando-se que sejam devido a insuficiência dos pontos coletados para resolver os modos espacialmente. Após as comparações que validaram as formas modais obtidas, é que se torna possível fazer a análise de simetria com confiabilidade para as formas modais que seguem.

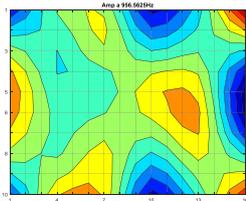
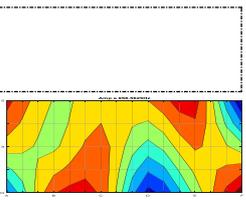
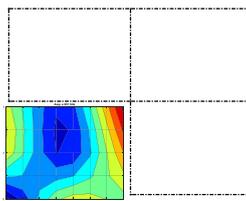
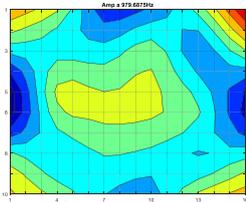
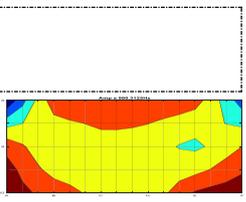
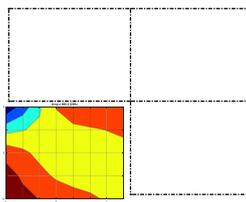
**Tabela 5.5:** Análise de convergência e simetria dos modos da placa.

N°	$\omega_n$ (Hz)	Placa Completa	$\omega_n$ (Hz)	1/2 Placa	$\omega_n$ (Hz)	1/4 Placa
1	222,81		223,12		223,12	

2	354,06		354,37		354,37	
3	414,37		414,37		414,37	
4	435,00		436,25		436,25	
5	540,93		542,50		542,19	
6	560,62		560,62		560,62	
7	579,69		579,69		579,69	
8	643,12		643,12		643,12	

9	651,56	 Amp a 651.5620Hz	653,12		652,19	
10	679,37	 Amp a 679.3720Hz	679,37		679,37	
11	691,87	 Amp a 691.8720Hz	691,87		691,87	
12	698,12	 Amp a 698.1220Hz	698,12		698,12	
13	730,62	 Amp a 730.6220Hz	730,62		730,62	
14	743,12	 Amp a 743.1220Hz	743,12		743,12	
15	769,69	 Amp a 769.6920Hz	770,00		770,00	

16	820,00		820,31		820,31	
17	845,31		846,25		846,25	
18	869,37		869,37		869,06	
19	877,50		877,81		877,81	
20	903,12		903,12		900,94	
21	911,87		911,25		911,87	
22	936,56		936,94		935,31	

23	956,56		956,56		957,50	
24	979,69		980,31		980,31	

Analisando a Tab. 5.5, todos modos convergem, tanto para  $\frac{1}{2}$  placa, quanto  $\frac{1}{4}$  placa. Ou seja, todas as figuras de  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  placa são correspondentes a placa completa.

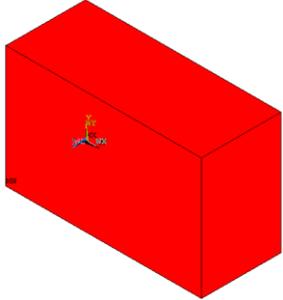
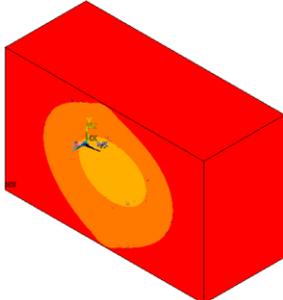
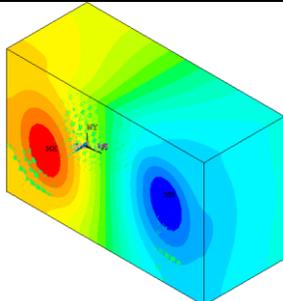
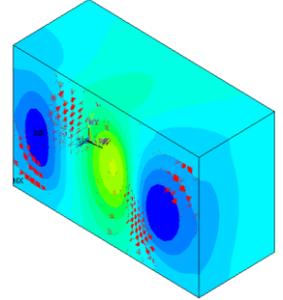
É possível classificar a simetria destes, entre: totalmente simétricos, totalmente antissimétricos, simétricos transversais e antissimétrico longitudinais e simétricos longitudinais e antissimétricos transversais. Os totalmente simétricos são: 4, 12, 16, 18, 19 e 24. Os totalmente antissimétricos são: 3, 10, 11 e 21. Os simétricos transversais e antissimétricos longitudinais são: 2, 6, 8, 9, 15 e 22. E por fim os simétricos longitudinais e antissimétricos transversais são: 1, 5, 7, 13, 14, 17, 20 e 23.

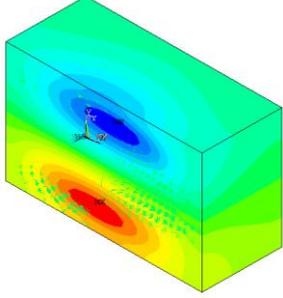
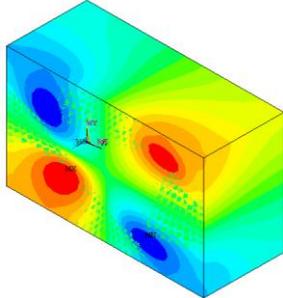
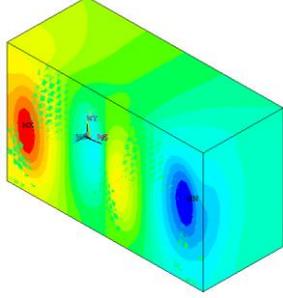
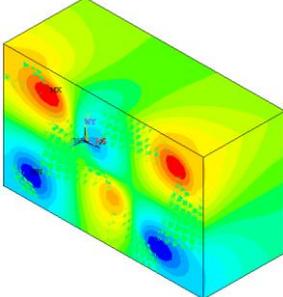
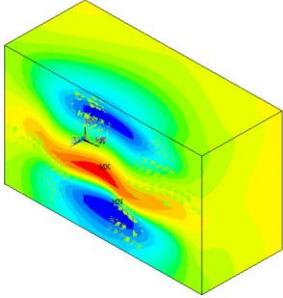
Alguns modos possuem uma menor aproximação das formas modais do que outros, como: 2, 9, 20 e 21. Em que no modo 2 e 9 a  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{1}{4}$  placa possuem uma forma de onda melhor do que à placa completa. E o modo 20 e 21 amplia significativamente, no  $\frac{1}{4}$  placa, áreas de alta e baixo zona de pressão, respectivamente, que quase não são acentuados na análise de placa completa e  $\frac{1}{2}$  placa.

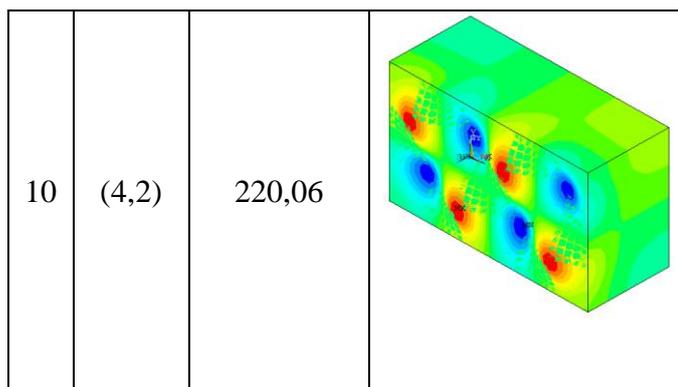
As discordâncias encontradas nessa análise específica podem ser devido a problemas no método ou na aquisição, podendo decorrer de uma medição realizada no quadrante mais próximo da fonte ou até mesmo ser um problema na fonte (ROSSETTO, 2001).

Vê-se na (Tab. 5.6) as formas modais devidas unicamente pela estrutura, na faixa de baixas frequências (0 a 220 Hz), até o primeiro modo acústico 221,25 Hz, provocadas pela pressão acústica dentro da cavidade. Desta forma é possível visualizar o deslocamento da placa e da cavidade em conformidade com a excitação estrutural.

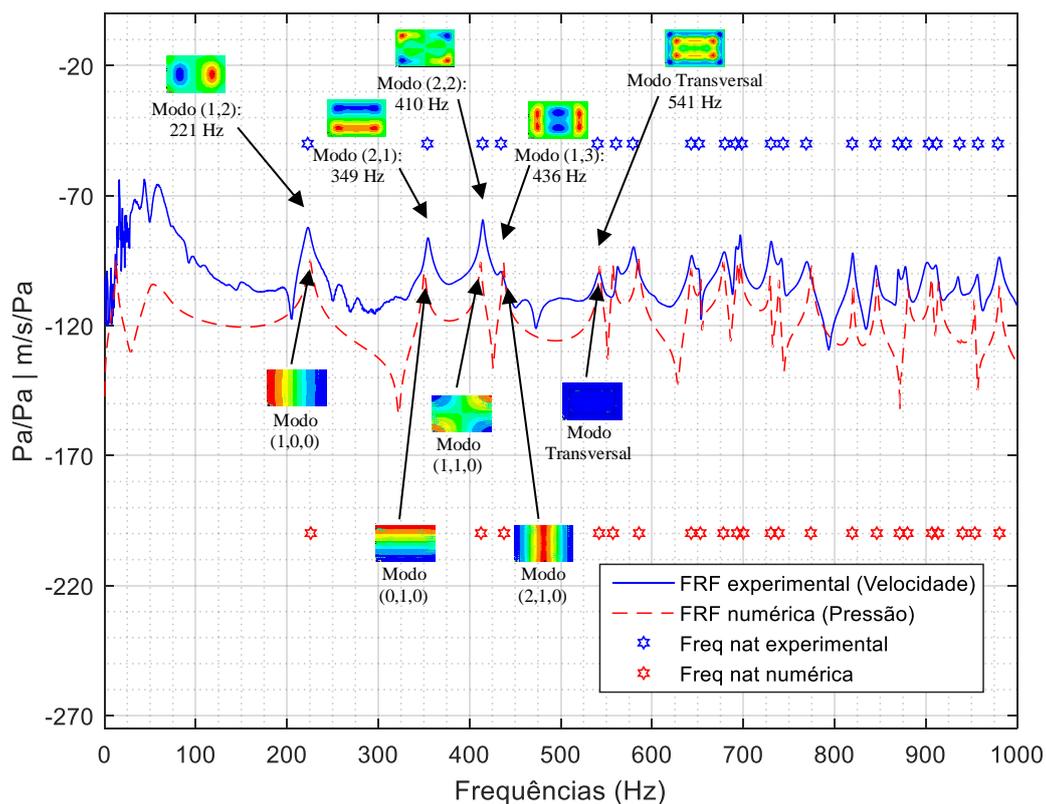
**Tabela 5.6:** Modos estruturais do sistema placa-cavidade, obtidos numericamente.

N°	Forma Modal (i,j)	Frequência (Hz)	Numérico Estrutural
1	(0,0)	1,19E-5	
2	(1,1)	57,67	
3	(2,1)	66,45	
4	(3,1)	105,29	

5	(1,2)	113,52	
6	(2,2)	134,39	
7	(4,1)	157,20	
8	(3,2)	169,82	
9	(1,3)	218,35	



Por fim, a Figura 5.11 mostra as FRFs obtidas numericamente (pressão) e experimentalmente (velocidade), relacionando os picos de ressonâncias com suas respectivas formas modais. Este resultado refere-se ao ponto P1016 da placa excitada (Fig. 4.2).



**Figura 5.11:** Amplitude das FRFs experimentais e numéricas e das formas modais dos cinco primeiros modos.

A linha cheia em azul representa a FRF obtida empiricamente referindo-se à razão da velocidade (sinal de saída) pela pressão (sinal de entrada), a linha vermelha tracejada

representa a FRF obtida de forma numérica referindo-se à razão da pressão (sinal de saída) pela pressão (sinal de entrada), os hexagramas azuis representam as frequências naturais empíricas e os hexagramas vermelhos representam as frequências naturais numéricas ambas extraídas do algoritmo desenvolvido. As formas modais são obtidas da análise numérica, as dispostas acima das FRFs representam as formas modais estruturais do deslocamento da placa e as dispostas abaixo das FRFs representam as formas modais estruturais causadas pela pressão acústica sob a placa. E todos esses resultados analisados referem-se ao acoplamento cavidade-placa.

## 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A busca pela melhoria do nível de conforto em veículos e máquinas industriais passa pela redução dos níveis de ruído. O entendimento dos fenômenos acústicos em espaços confinados flexíveis em situações reais é caracterizado por sua complexidade, porém encontra na indústria uma ampla gama de aplicações. O estudo da vibroacústica, subárea da interação fluido-estrutura, possui implicações em diversas áreas da engenharia civil, mecânica, aeronáutica, naval, nuclear e biomecânica.

Esta dissertação de mestrado insere-se em uma linha de pesquisa vibroacústica de estudo iniciada por Tourinho (2011) que estuda uma placa flexível acoplada a cavidade acústica idealizada em projeto de pesquisa interinstitucional USP/UFSC/ITA-Aachen (FONSECA *et al.*, 2010). Pelo Grupo de Dinâmica de Sistemas (UnB-FT/EnM/GDS), diversos trabalhos científicos (FERREIRA, 2012; MELO, 2013; HUACANCA, 2015) foram desenvolvidos para identificar experimentalmente os parâmetros modais desta plataforma experimental e comparar com modelos analíticos e numéricos desenvolvidos. Contudo a ausência de formas modais experimentais da placa flexível impedia uma validação do sistema acoplado com relação aos modelos analíticos e numéricos desenvolvidos até o presente momento (HUACANCA, 2015).

Nesta dissertação, realiza-se a análise modal experimental de uma placa flexível de alumínio acoplada a uma cavidade acústica retangular rígida. Utiliza-se uma fonte calibrada para excitação acústica da cavidade (ROSSETO, 2001) e vibrometro laser Doppler para aquisição da resposta vibracional da placa flexível. A partir das FRFs estruturais obtidas, os parâmetros modais do sistema acoplado são identificados pelas técnicas *Peak Picking* (PP) e Polinômio de Razões Fracionais (PRF). Os parâmetros modais de frequência natural e forma modal são comparados a resultados obtidos por modelos numéricos (obtidos por código comercial ANSYS) e por resultados presentes na literatura.

A seguir serão classificadas as conclusões de forma gerais e específicas desta pesquisa, além de detalhar as sugestões futuras, para facilitar a leitura deste capítulo.

### 6.1 CONCLUSÕES GERAIS

Contudo realizou-se com êxito a análise modal experimental do sistema acoplado placa + cavidade. O uso do vibrometro laser foi de grande valia para aquisição da vibração da placa, visto que não necessita contato direto com a estrutura.

Após o condicionamento dos sinais, foram apresentados resultados coerentes ao esperado. Os resultados experimentais e numéricos obtidos pelos códigos computacionais desenvolvidos foram comparados e validados apresentando erro relativo em torno de 1% entre eles e com a literatura. Dando-se assim credibilidade aos resultados experimentais dessa análise modal.

Percebeu-se que as frequências naturais e as formas modais na região de baixas frequências ficaram razoáveis. Na comparação numérico-experimental e na análise de simetria, por exemplo, a primeira frequência natural divergiu um pouco, tanto em valor quanto na sua forma modal. Porém as demais frequências apresentaram melhor correlação.

Os algoritmos, simulações e métodos instaurados para solução dos problemas vibroacústicos, mostraram-se eficientes mesmo com algumas limitações.

## **6.2 CONCLUSÕES ESPECÍFICAS**

A excitação do sistema é acústica apresentando boa coerência e usando janelamento Hanning na aquisição. Optou-se pelo vibrometro laser, como transdutor de saída, pois não adiciona massa em relação a estrutura física do sistema.

A malha de 32x20x7 foi a que apresentou a melhor discretização do sistema, após uma série de análises de convergência e erro, possibilitando uma melhor aproximação dos pontos de medição experimental.

O método de identificação usado para as análises dos resultados foi o PP. Sendo que foi analisado por meio da densidade modal, do MAC, cálculo do erro relativo e comparações com resultados numéricos e da literatura.

Os picos das FRFs obtidas, apresentavam conformidade em todos os pontos de medição, visualizados nos gráficos das FRFs. Logo, as frequências naturais e formas modais do sistema foram totalmente fiéis e creditadas com erros relativos. Tendo como base as comparações numéricas-experimentais e dos resultados obtidos pelas literaturas.

O modo transversal obtido foi validado e comprovado por meio de cálculo e comparação com a literatura, sendo destacado como 5° modo com erro percentual mínimo de 1,88%.

E por fim, a análise de simetria da placa foi de suma importância para o estudo do tempo de medição e de análise e da quantidade de recursos computacionais usados, apresentando ótima conformidade na análise de placa completa,  $\frac{1}{2}$  placa e  $\frac{1}{4}$  placa.

### **6.3 SUGESTÕES FUTURAS**

Desenvolver técnica para análise de placas leves acopladas (cavidade + placa) ou não (livre-livre), pensando-se na melhor forma para excitar a placa e obter a solução do sistema. De modo a obter uma boa coerência do sinal de entrada e saída.

Para se definir o tipo de excitação desse trabalho tentou-se por martelo de impacto, porém não se obteve bons resultados. E tentou-se utilizar um atuador piezoelétrico de cerâmica obtendo-se resultados satisfatório, porém por problemas ao longo do processo não foram possíveis utiliza-lo. Entretanto, neste trabalho, como já apresentado, foi necessário acoplar a placa e utilizar excitação acústica para obtenção dos resultados.

Contudo os materiais piezoelétricos, sucintamente, tem a característica de transformar energia mecânica em elétrica e vice-versa. Utilizando desta propriedade, pode-se vibrar a placa excitando o piezo eletricamente. O dispositivo é de dimensões reduzidas (diâmetro interno e externo aproximadamente 2 mm e 3 mm, respectivamente) e possui uma massa desprezível em relação à placa de 1,09 gramas. Logo, parece ser uma técnica de excitação plausível que, se empregada, pode reduzir os custos para análise modal estrutural e fornecer bons resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHN, C. G.; CHOI, H. G.; LEE, J. M. Structural-Acoustic Coupling Analysis of Two Cavities Connected by Boundary Structures and Small Holes. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 127, n. 6, p. 566, 2005.

ALLEMANG, R. J. **Vibrations: Experimental Modal Analysis**. [S.l.]: Structural Dynamics Research Laboratory, University of Cincinnati, 1999.

BETTS, J. F. **Finite Element Study of Plane Wave Acoustic Phenomena in Ducts**. Virginia: Polytechnic Institute, 1998.

BLEVINS, R. D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1979.

CARDOSO, L. **Interacção vibroacústica do sistema placa-cavidade fechada: Modelação, experimentação e análise**. [S.l.]: Universidade do Porto, 2010. Dissertação de Mestrado.

CHU, W. T. Transfer Function Technique for Impedance and Absorption Measurements in a Impedance Tube Using a Single Microphone Tech. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 80, n. 2, p. 555-560, August 1986. ISSN 1406.

CLARK, R. L.; FRAMPTON, K. D. Sound Transmission Through an Aeroelastic Plate into a Cavity. **AIAA Journal**, v. 35, n. 7, p. 1113-1118, 1997.

CRAGGS, A. Computation of the response of coupled plate-acoustic systems using plate finite elements and acoustic volume-displacement theory. **Journal of Sound and Vibration**, v. 18, n. 2, p. 235-245, 1971.

CRAIG, R. R. J. **Structural Dynamics an Introduction to Computer Methods**. New York: John Wiley & Sons, 1981.

DHANDOLE, S. D.; MODAK, S. V. **Review of vibro-acoustics analysis procedures for prediction of low frequency noise inside a cavity**. IMAC-XXV: Conference and Exposition on Structural Dynamics. [S.l.]: [s.n.]. 2007.

D'ORTONA, V. et al. **Experimental identification of noise reduction properties of honeycomb panels using a small cabin**. Transport Research Arena. Paris: KU Leuven. 2014. p. 10.

DOWELL, E. A. D. Master Plan for Prediction of Vehicle Interior Noise. **AIAA Journal**, v. 18, n. 4, p. 353-366, 1980.

DOWELL, E.; VOSS, H. The effect of a cavity on panel vibrations. **Journal of AIAA**, v. 1, p. 476-477, 1963.

EMRICH, T. C. **MÉTODOS DE EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS EM ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL**. BRASÍLIA: UnB, v. Projeto de Graduação, 2008.

EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory, Practice and Application**. 2ª. ed. Philadelphia: Research Studies Press LTD, 2000.

FAHY, F.; GARDONIO, P. **Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response**. 2. ed. Oxford: Academic Press and Elsevier, 2007.

FERREIRA, Á. C. **Comparação Analítica Numérica de Cavidades Acústicas e Vibro-acústicas**. Brasília: UnB, 2012. Projeto de Graduação.

FERREIRA, Á. C. **Análise Harmônica De Cavidades Acústicas Pelo Método Dos Elementos De Contorno Direto**. Brasília: UnB, 2014. Dissertação de Mestrado.

FERREIRA, Á. C. et al. MODAL IDENTIFICATION OF ACOUSTIC CAVITY-PLATE PROBLEM USING 3D FEM: NUMERICAL AND EXPERIMENTAL COMPARISON. **XXXIV CILAMCE**, Pirenópolis, 10-13 November 2013. 18.

FONSECA, W. et al. **Medição de uma Plataforma Acústica Conceitual Desenvolvida por Diferentes Instituições de Pesquisa**. XXIII Encontro da Sociedade Brasileira de Acústica. Salvador: SOBRAC. 2010.

FOULADI, M. H.; NOR, M. J.; ARIFFIN, A. K. Spectral Analysis Methods for Vehicle Interior Vibro-Acoustics Identification. **MSSP - Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, n. 2, p. 489-500, February 2009.

GERGES, S. N. Y. **Ruído Fundamentos e Controle**. Florianópolis: NR Editora, 2000.

GERGES, S. N. Y.; DIVERSOS AUTORES. **Ruídos e Vibrações Veiculares**. [S.l.]: [s.n.], 2005.

GUY, R. W.; BHATTACHARYA, M. C. The transmission of sound through a cavity backed finite plate. **Journal of Sound and Vibration**, v. 27, n. 2, p. 217-223, 1973.

HANSEN, C. et al. **Active Control of Noise and Vibration**. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, v. 1, 2012.

HE, J.; FU, Z. F. **Modal Analysis**. [S.l.]: Butterworth Heinemann, 2001.

HOWARD, C. Q.; CAZZOLATO, B. S. **Acoustic Analyses Using Matlab and Ansys**. Flórida: CRC Press, 2015.

HUACANCA, J. R. R. **Solução Analítica de uma Cavidade Acústica Rígida Acoplada a uma Placa Flexível em Vibrações Livres**. Gama: Universidade de Brasília, 2015. 134 p. Dissertação de Mestrado.

JARDIM, M. F. **Análise Teórica e Experimental Vibro-Acústica Utilizando a Técnica de Matrizes Compactas**. Ilha Solteira: UNESP, 2008. Dissertação de Mestrado.

JONHCKHEERE, S. et al. **Combined experimental-numerical characterisation of the vibro-acoustic properties of lightweight panels**. Proceedings of the 9th National Conference on Theoretical and Applied Mechanics (NCTAM 2012). Belgium: [s.n.]. 2012. p. 9-10.

KETTER, D. J. Coupled panel/cavity vibrations. **AIAA Journal**, v. 3, n. 11, p. 2162-2164, 1965.

KINSLER, E. et al. **Fundamentals of Acoustic**. 3. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons., 1982.

KINSLER, L. E. **Fundamentals of Acoustics**. 4. ed. New York: Wiley & Sons, 1999.

LI, Y. Y.; CHENG, L. Vibro-acoustic analysis of a rectangular-like cavity with a tilted wall. **Applied Acoustic**, v. 68, p. 739–751, 2007.

LIMA, P. H. R. D.; VIEIRA, L. **Avaliação de microfones de baixo custo em projeto de controle ativo de ruído em dutos**. Goiânia: IFG, 2015. 105 p. Trabalho de Conclusão de Curso.

LYON, R. H. Noise reduction of rectangular enclosures with one flexible wall. **Journal of Acoustic Society of America**, v. 35, p. 1791-1797, 1963.

MELO FH, N. G. R. D. **Análise modal experimental de cavidade acústica com fonte calibrada**. Brasília: UnB, 2013. 150 p. Dissertação de Mestrado.

MELO, N. G. R. et al. Experimental modal identification of vibro-acoustic cavities with calibrated acoustic source. **SAE Technical Paper**, 2012.

MORAIS, M. V. **Modelagens Numéricas pelo Método de Elementos Finitos em Problemas de Interação Fluido-Estrutura**. Brasília: UnB, 2000. Dissertação de Mestrado.

MORSE, P. M.; INGARD, K. U. **Theoretical Acoustics**. [S.l.]: Princeton University Press, 1986.

NOR, M. J.; FOULADI, M. H.; ARIFFIN, A. K. Index for vehicle acoustical comfort inside a passenger car. **Applied Acoustic**, v. 69, n. 4, p. 343-353, April 2006.

PARDINI, L. C. Preformas para Compósitos Estruturais. **Polímeros**, São Carlos, v. 10, n. 2, Junho 2000.

PEETERS, B.; VENTURA, C. E. Comparative Study of Modal Analysis Techniques for Bridge Dynamic Characteristics. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 17, n. 5, p. 965-988, 2003. ISSN doi:10.1006/mssp.2002.1568.

PEETERS, B.; VENTURA, C. E. COMPARATIVE STUDY OF MODAL ANALYSIS TECHNIQUES FOR BRIDGE DYNAMIC CHARACTERISTICS. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 17, n. 5, p. 965–988, 2003.

PRETLOVE, A. Free vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity. **Journal of Sound Vib.**, v. 3, n. 2, p. 197-209, 1965.

PRETLOVE, A. Forced vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity. **Journal of Sound Vib.**, v. 3, n. 2, p. 252-261, 1966.

QAISI, M. I. Free Vibrations of a Rectangular Plate-Cavity System. **Applied Acoustic**, v. 24, p. 49-61, 1988.

RIBEIRO, P. **Soluções Analíticas para Cavidades Acústicas Bidimensionais com Aplicação ao Estudo de Problemas de Interação Dinâmica Barragem-Reservatório**. Brasília: UnB, 2010.

RICHARDSON, M.; FORMENTI, D. L. Parameter Estimation from Frequency Response Measurements using Rational Fraction Polynomials. **Proceedings of IMAC I**, 1982.

ROSSETTO, D. G. **Contribution to the theory and practice of experimental acoustical modal analysis**. Campinas: State University of Campinas, 2001. Master's thesis.

RUSSEL, D. A.; TITLOW, J. P.; BEMMEN, Y.-J. **Acoustic Monopoles, Dipoles, e quadrupoles: Na experiment revisited**. [S.l.]: American Association of Physics Teacher, 1998.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS. **CSI Reliability Week**, Orlando, October 1999. 12.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental Modal Analysis. **CSI Reliability Week**, Orlando, FL, p. 12, October 1999.

SCHWARZ, B.; RICHARDSON, M. Post-processing ambient and forced response bridge data to obtain modal parameters. **Proceedings of IMAC 19, the International Modal Analysis Conference**, Kissimmee, p. 829–835, 2001.

THOMPSON, D. J.; GARDONIO, P.; ROHLFING, J. Can a transmission coefficient be greater than unity? **Applied Acoustics**, v. 70, p. 681–688, 2009.

TOTAL MATERIA. Propriedades do Alumínio. **Total Materia**, 1999. Disponível em: <<http://www.totalmateria.com/page.aspx?ID=PropriedadesdoAluminio&LN=PT>>. Acesso em: Junho 2017.

TOURINHO, A. **Construção de Modelo para Análise de Funções de Transferência de Sistemas Vibro-Acústicos**. Brasília: UnB, 2011. Projeto de Graduação.

TOURINHO, A. M. Tutorial do ansys - exemplo 7. **Internal report gds - UnB**, Brasília, 2013.

VIVOLO, M. **Vibro-acoustic characterization of lightweight panels by using a small cabin**. Leuven: KU LEUVEN, 2013. 37-40 p. These.

VIVOLO, M. et al. An experimental-numerical study on the vibro-acoustic characterization of honeycomb lightweight panels. **ISMA2010**, HEVERLEE, 2010.

VIVOLO, M. et al. **Vibro-acoustic study of lightweight components based on a new experimental set-up**. Proceedings of the 18th International Congress on Sound and Vibration (ICSV2011). Rio de Janeiro: [s.n.]. 2011. p. 10-14.

WANG, Y.; ZHANG, J.; LE, V. **Vibroacoustic Analysis of a Rectangular Enclosure Bounded by a Flexible Panel with Clamped Boundary Condition**. Shock and Vibration. [S.l.]: [s.n.]. 2014. p. 1-17.

## **APÊNDICES**

## A. Procedimento Numérico

No estudo e análise dos modos vibro-acústicos de uma cavidade acústica com uma parede flexível, são implementados modelos numéricos utilizando o método dos elementos finitos através do pacote comercial *ANSYS 17.2*. O método aqui desenvolvido foi desenvolvido baseando-se no tutorial de Tourinho (2013) e no trabalho de Ferreira (2013).

Foram efetuados dois tipos de análises lineares: Harmônica e Modal. A primeira é uma técnica usada para determinar a resposta, em estado estacionário, de uma estrutura linear às cargas que variam senoidalmente (harmonicamente) com o tempo, de modo que a proposta foi obter a FRF do sistema em várias frequências nos permitindo identificar a magnitude e fase dos picos de frequência correspondentes aos modos estruturais. O segundo é usado para determinar as frequências naturais e as formas modais de uma estrutura condicionada à carregamentos dinâmicos.

A construção do modelo em elementos finitos do sistema, consiste em três partes: pré-processamento – define o problema; solução – define as propriedades de análise e soluciona o problema; e pós-processamento - visualização dos resultados.

A primeira fase da simulação inicia-se determinando os elementos usados na análise, que são: FLUID30 e SHELL63. O FLUID30 é um elemento linear acústico tridimensional definido por 8 nós, usado para modelagem de meio fluido e sugerido por diversos autores (FAHY e GARDONIO, 2007; TOURINHO, 2013; FERREIRA, 2012). Ele possui diversas configurações de geometrias, dentre elas a hexaédrica, cada nó possui 1 GDL de pressão sonora e 3 para deslocamentos translacionais através de x, y e z. O elemento é capaz de modelar a interação fluido-estrutura, pois permite a seleção de todos os nós dos elementos da porção de fluido ligados à interface fluido-estrutura. Foram necessários dois elementos FLUID30, um para representar os elementos em contato com as paredes (KEYOPT(2)=0) e outro para representar os elementos da parte interna da cavidade (KEYOPT(2)=1). Para melhor exemplificação, a parte acústica foi modelada em duas camadas, a do interior da cavidade, com o FSI desabilitado e uma camada adjacente à placa com a opção FSI habilitada, desta forma o modelo em elementos finitos consome menos tempo computacional. E o SHELL63 é um elemento linear estrutural tridimensional definido por 4 nós. Cada nó possui 6 GDLs sendo, três para deslocamentos translacionais e três rotacionais na direção e em torno de x, y e z, respectivamente. Este elemento por sua vez, foi usado para a modelagem da placa de alumínio, pois possui grande aplicação na modelagem de estruturas

em que a espessura é muito pequena em relação às outras dimensões. Desta forma, o número de elementos do modelo são 4480 possuindo então 5544 nós.

Em seguida é necessário determinar as propriedades dos materiais, sendo eles o ar e o alumínio. As tabelas A.1, A.2 e A.3 a seguir, introduziram os respectivos valores que caracterizam esses materiais.

**Tabela A.1:** Dados da cavidade acústica.

<b>CAVIDADE</b>	
<b>Dimensões</b>	$Lx = 0.500 \text{ m}$
	$Ly = 0.800 \text{ m}$
	$Lz = 0.326 \text{ m}$

**Tabela A.2:** Dados do fluido à temperatura de 20°C ao nível do mar.

<b>FLUIDO – Ar</b>	
<b>Densidade</b>	$\rho_f = 1.21 \text{ kg/m}^3$
<b>Velocidade do som</b>	$c = 346 \text{ m/s}$

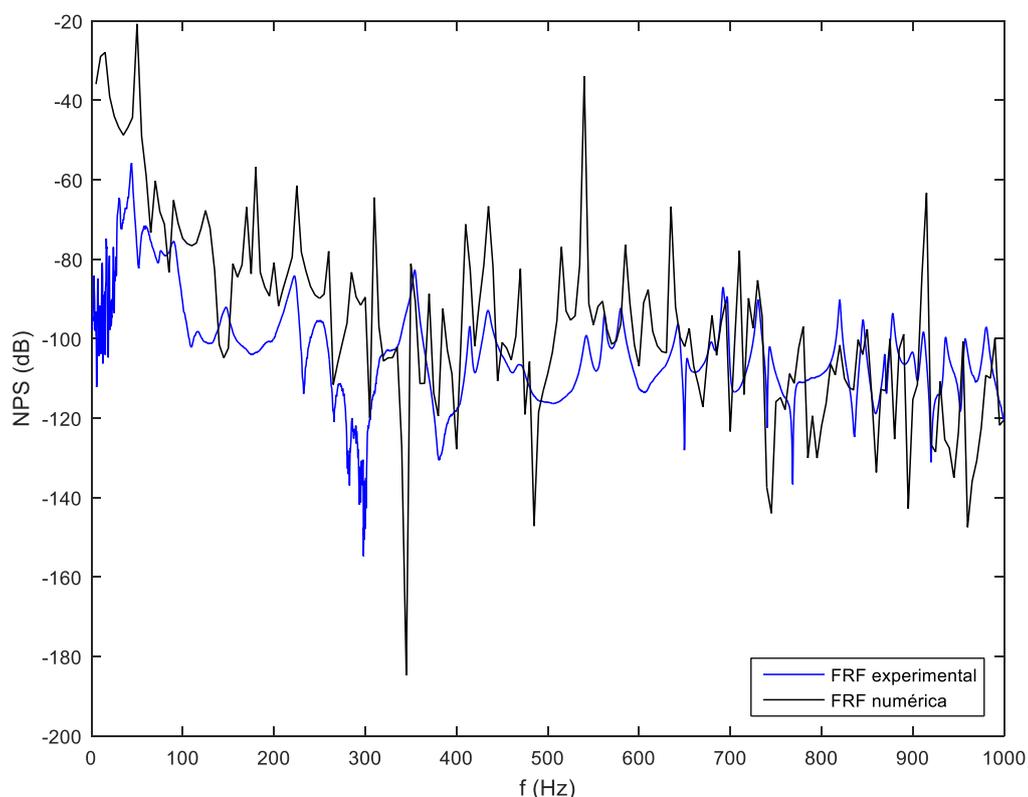
**Tabela A.3:** Dados da parede flexível esbelta.

<b>PLACA DE ALUMÍNIO</b>	
<b>Dimensões</b>	$Lx = 0.550 \text{ m}$
	$Ly = 0.850 \text{ m}$
	$Lz = 0.001 \text{ m}$
<b>Densidade</b>	$\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$
<b>Módulo de Young</b>	$E = 71 \text{ GPa}$
<b>Coefficiente de Poisson</b>	$\nu = 0.33$

Enfim, define-se a excitação, aplicando sobre quatro nós da parte lateral inferior da cavidade numérica a pressão de 1Pa. Essa região especificada refere-se aproximadamente à mesma região de excitação da cavidade experimental.

Esta análise numérica, por ser limitada pelas condições existentes na análise experimental, sofreu diversas adaptações de forma que os modelos numérico-experimental estivessem compatíveis.

Uma das principais adaptações, é a análise do amortecimento estrutural de modo que, em primeiro instante, para o sistema não-amortecido as FRFs numéricas são muito diferentes das experimentais, por possuírem uma grande quantidade de formas modais relacionadas a vibração da placa que não aparecem nos resultados experimentais (Fig. A.1).



**Figura A.1:** Análise comparativa numérico-experimental sem amortecimento.

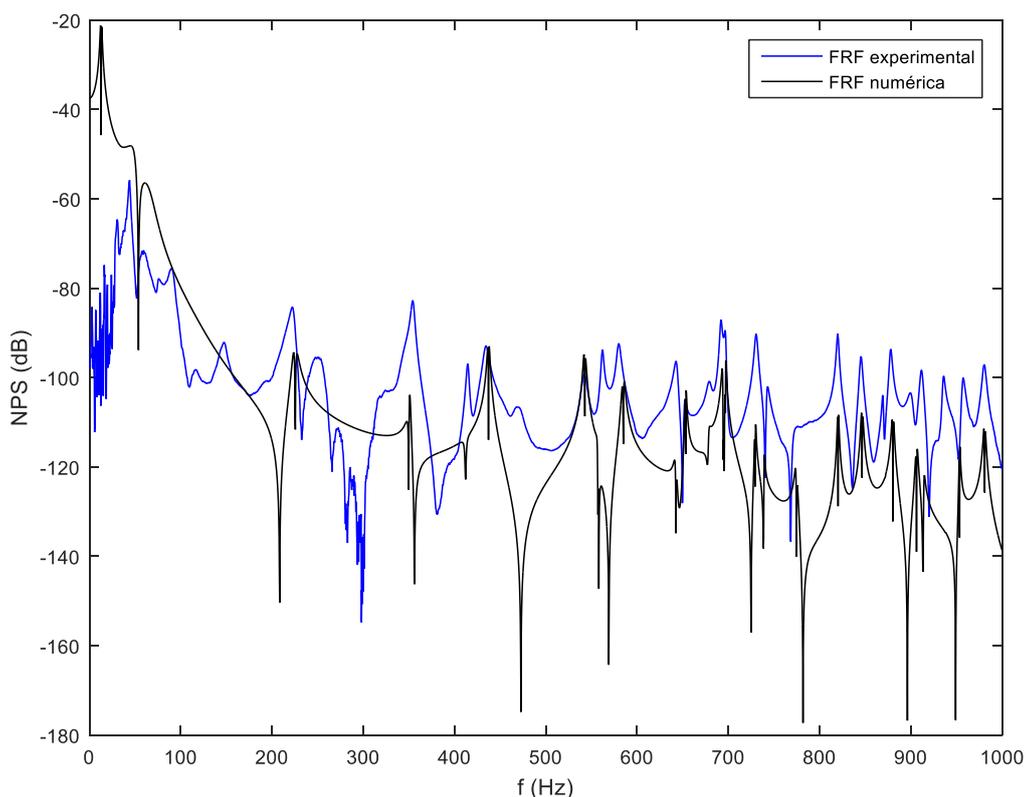
Fisicamente esse amortecimento se manifesta de várias formas, a partir de uma fita adesiva emborrachada afixada entre as áreas de contato da cavidade e da placa – para evitar o choque entre os componentes e os efeitos que esses choques podem causar, permitindo uma análise vibracional e acústica do sistema mais eficiente; até o próprio amortecimento que os componentes por si só inserem ao sistema.

Entendendo então a necessidade do uso dessa característica importante, Craig (1981) nos mostra que o amortecimento viscoso proporcional ( $C_{visc}$ ) em estruturas metálicas é da

ordem de 0.1% e aplicando à equação 0.1, em que  $\omega_{n,1}$  refere-se a primeira frequência natural da estrutura, têm-se um amortecimento proporcional ( $\xi$ ) de 0.001%.

$$\xi = \frac{C_{visc}}{2\pi\omega_{n,1}} \quad (0.1)$$

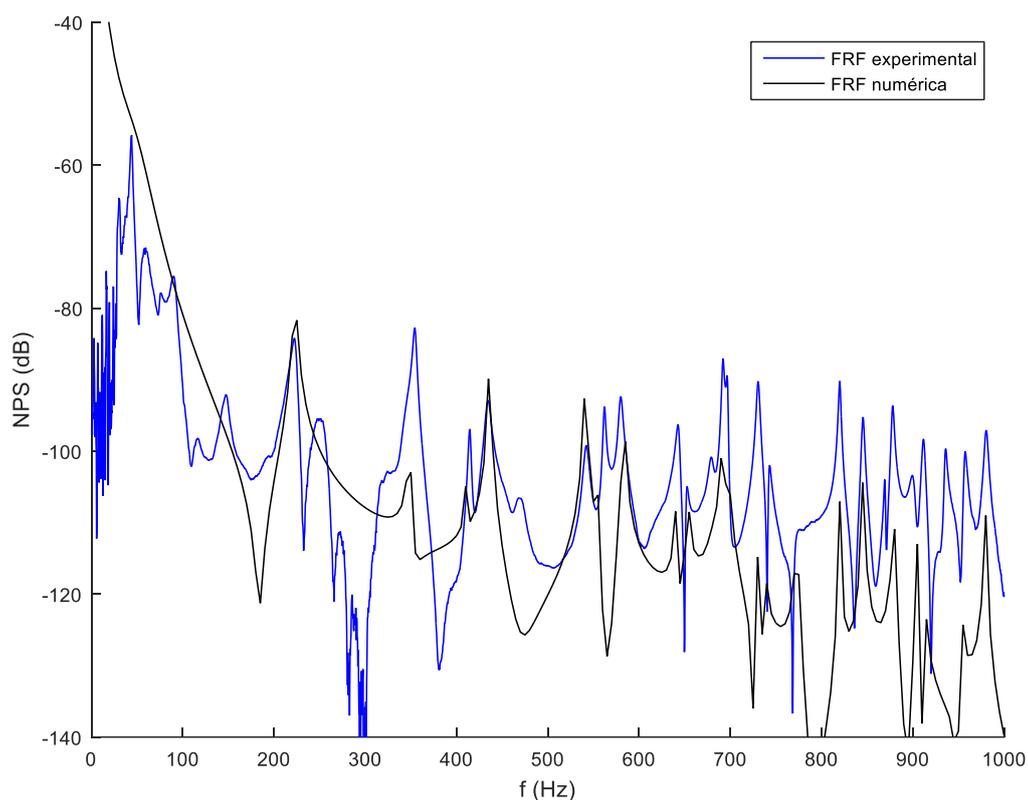
Aplicando-se então o comando DAMP com esse respectivo valor, têm-se uma melhora na aproximação das frequências naturais numérico-experimentais (Fig. A.2).



**Figura A.2:** Amortecimento estrutural de 0.001% utilizado na análise comparativa numérico-experimental.

Para melhor obter a correspondência do amortecimento fez-se análises diminuindo e aumentando o amortecimento viscoso. Desta forma, evidencia-se que aumentando a proporção de amortecimento alguns modos estruturais vão desaparecendo tendo em vista o modelo experimental, como se pode ver entre 400 Hz e 500 Hz, isso implica que os efeitos do acoplamento entre cavidade-placa estão respondendo bem.

Observando a Figura A.3, percebe-se claramente o desaparecimento de alguns modos estruturais, devido aumento do amortecimento estrutural de 0.001% para 0.01%.



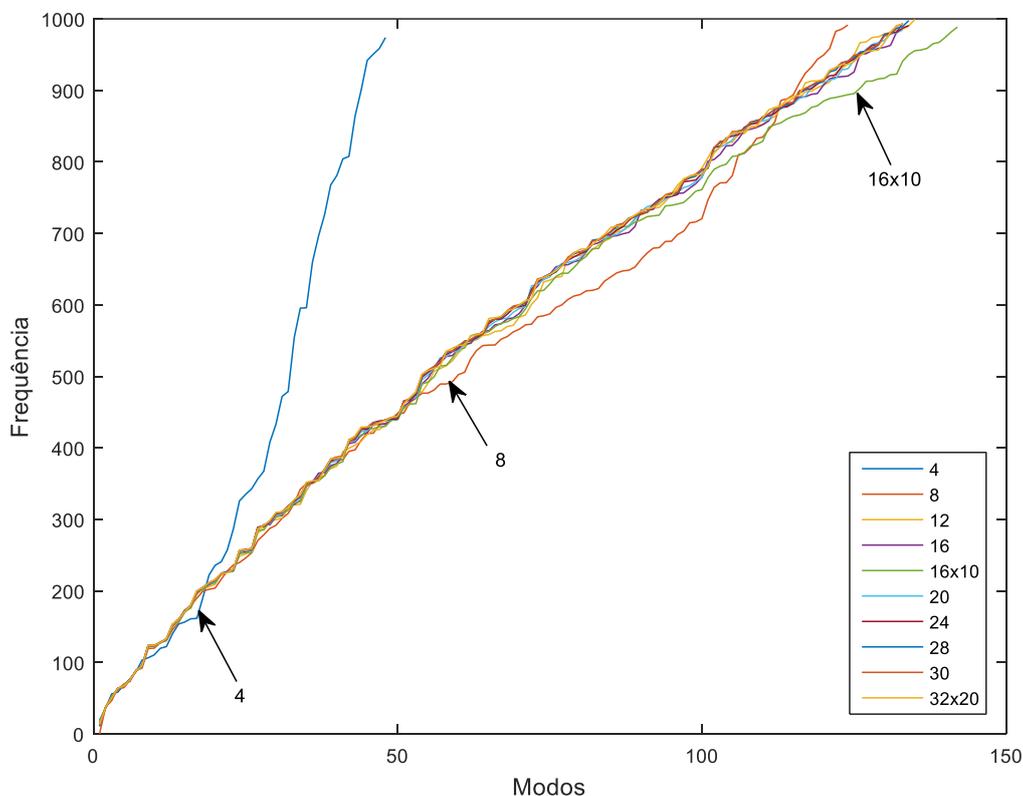
**Figura A.3:** Amortecimento estrutural de 0.01% utilizado na análise comparativa numérico-experimental.

Tendo-se definido as propriedades principais dos materiais, gera-se então as geometrias do modelo de acordo com as propriedades definidas nas Tab. A.1, A.2 e A.3. Desta forma é possível construir a malha do sistema.

Para então discretizar o domínio de simulação em pequenos volumes, quanto maior o número de elementos e de nós mais a solução numérica tenderá a se aproximar da solução real. Porém quanto mais denso a malha maior será o custo e o tempo da simulação. Pensando nisso foi feito um teste de convergência das malhas para se ter uma malha ideal que fornece uma boa precisão dos resultados com os recursos computacionais disponíveis.

Deste modo o teste de convergência de malhas foi realizado comparando e variando a densidade de elementos da malha desde a mais grosseira (64 elementos) até a mais refinada (27000 elementos). Como se pode ver na Figura 0.4, perceber-se-á que as malhas de número 4 (64 elementos), 8 (512 elementos) e com 16x10 (1120 elementos), apresentam a pior convergência e as demais se misturam tendo uma proximidade maior. E na Figura A.4 vê-se

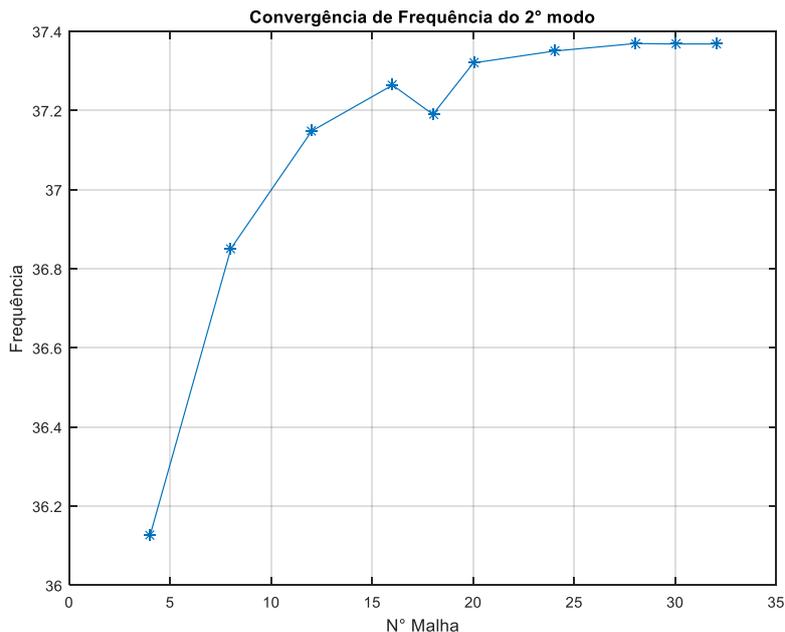
que com o teste de convergência a frequência tende a um valor ótimo conforme aumenta-se e melhora-se a discretização do sistema. Logo a malha a qual foi discretizado a placa do modelo experimental no modelo numérico foi o 32x20 (4480 elementos).



**Figura A.4:** Comparação da densidade de malha da estrutura.

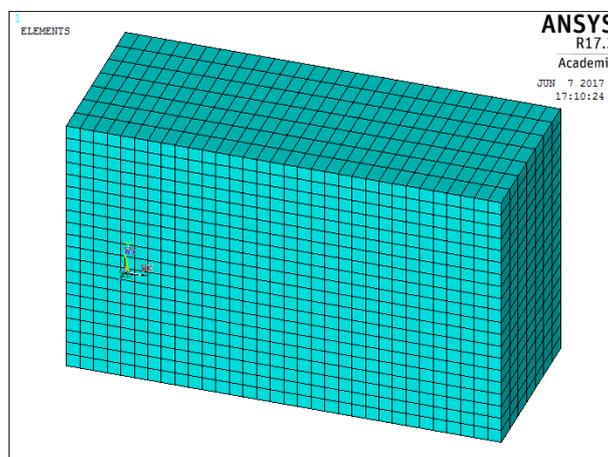
Aumentando a discretização da malha mais os valores das frequências naturais do sistema para cada modo, convergem. Como se pode ver na Figura A.5, a malha vai convergindo para o valor exato da frequência natural do segundo modo. Fazendo-se esta mesma análise para todos os outros modos, pode-se então determinar a discretização mais precisa para sua análise.

Por fim pode-se então determinar a malha a ser usada para a análise do modelo em questão. Tendo em vista um melhor desempenho em todos os testes de convergência e por ser o modelo mais ideal e aproximado do modelo real, a malha 32x20x7 foi a selecionada (Fig. A.6).



**Figura A.5:** Convergência de malha em relação a frequência a cada modo.

Um outro fator que pesou bastante na decisão da malha foi a proximidade com o protótipo real, pois a placa como se viu foi discretizada em 16x10 (em relação a x e y, respectivamente) com espaçamento de 50 mm entre cada nó. Levando-se em conta que a primeira e última coluna e linha da malha da placa apoia-se em 25 mm de espessura da cavidade, a análise modal partia de 25 mm até 825 mm em relação a x e de 25 mm até 525 mm em relação a y. Devido a isso também, foi determinado usar a discretização de 32x20 (em relação a x e y, respectivamente) com espaçamento de 25mm entre cada nó. Logo foi possível identificar e selecionar exatamente os pontos nas mesmas posições de análise numérico-experimental da placa.



**Figura A.6:** Malha determinada após uma série de análises.

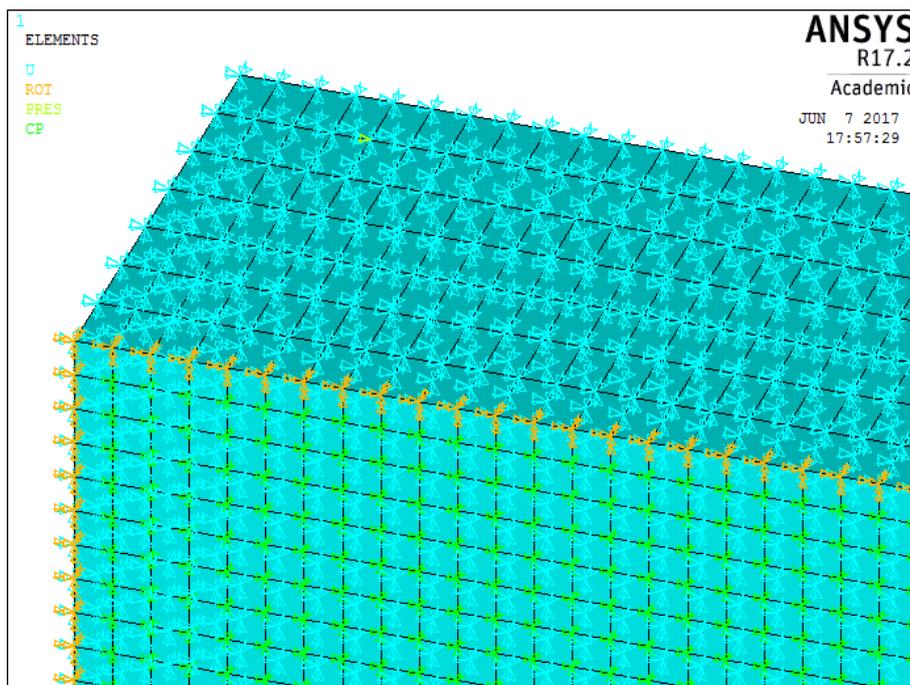
Em seguida, foram determinadas as condições de contorno para o volume, de acordo com a proposta do modelo real. De modo que foram restringidas as translações dos nós em contato com as paredes rígidas (UX, UY e UZ igual a zero) e pelo fato dos nós das bordas da placa estarem contidos no mesmo plano definido como paredes rígidas, esses também já se restringem automaticamente. Por fim é restringido as rotações dos nós nas bordas da placa (ROTX, ROTY e ROTZ igual a zero). Na Figura A.7, pode-se ver o efeito das condições de contorno, onde em laranja estão a restrição em relação a rotação e em azul a restrição em relação a translação.

Adiante, é definido então a interface placa-cavidade (Fig. A.7) em que as translações dos nós da placa são iguais aos dos nós da cavidade em contato com a placa. Da forma que foi elaborado os nós da placa e da cavidade coincidem em termos de posição, devido isso é que se pode acoplar as translações dos nós coincidentes (UX, UY e UZ). Desta forma, sabe-se que em um sistema apoiado somente a translação UZ dos nós acoplados não são nulas. Contudo aplica-se o comando FSI do ANSYS, que relaciona os nós acoplados da interface placa-cavidade com os nós dos elementos da porção de fluido.

E por fim, é aplicado o carregamento de pressão acústica (Fig. A.7) de 1Pa nas posições  $x = 0.1$ ,  $y = 0.5$  e  $z = 0.1$  referente ao nó 1620 da cavidade, de forma que esta é a posição da excitação de entrada que mais se aproxima do modelo real experimentado.

Após todos esses passos, parte-se para a segunda etapa da análise numérica, que é a solução do problema. Logo, define-se o tipo de análise: modal ou harmônica. Na análise modal foram extraídos todos os possíveis modos na faixa de frequência de 0 a 1000 Hz e o tipo de método de extração modal foi o não-simétrico. E na análise harmônica, a faixa de frequência também foi de 0 a 1000 Hz com um passo de frequência  $\Delta f = 0.3125$ , pois em conformidade com o experimental são 3200 amostras.

A terceira etapa então, que se refere ao pós-processamento, visa a questão dos resultados, ficando a critério do programador o que melhor lhe convier. Neste caso foi possível obter para cada uma dessas análises as formas modais, as frequências naturais e as FRFs da problemática interação fluido-estrutura deste modelo numérico.

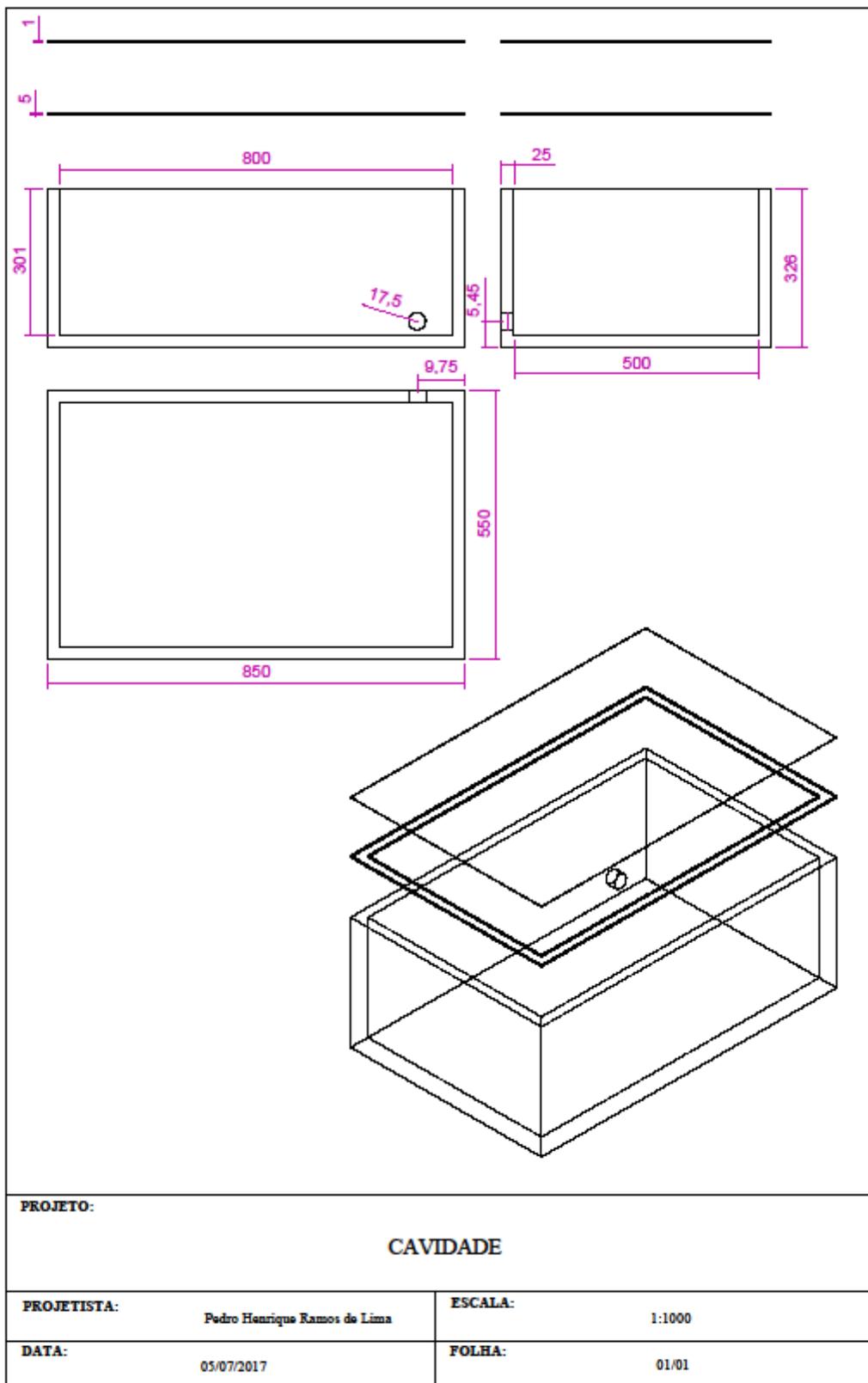


**Figura A.7:** Condições de contorno (azul – translação e laranja – rotação), ponto de pressão (amarelo) e interface cavidade placa (verde).

### Considerações Finais

Contudo, a inserção do amortecimento de 0,001% na análise numérica aproximou os resultados da simulação aos obtidos empiricamente retirando picos ruidosos das FRFs. Fazendo total sentido seu uso uma vez que o sistema experimental possui diversos padrões amortecedores. Sendo importante salientar que o uso desse amortecimento deve ser devidamente analisado, pois atenua diversos picos da FRF e seu uso indiscriminado pode invalidar a análise numérico-experimental.

## B. Esquemático do Sistema



## C. Código Matlab

### ALGORÍTMO GERAL

```

%% Limpando a memória
close all
clear all
clc

%% Título:
%Codigo_Matlab

% Calcula a resposta vibroacústica de uma placa retangular simplesmente
% apoiada e acoplada à uma cavidade rígida. Uma fonte acústica age sob à
% placa, causando a vibração desta e gerando pressão acústica no interior
% da cavidade. A mobilidade da placa é medida, obtendo-se as frequências
% naturais e formas modais do sistema.

%% Dados de entrada

tic %Inicio do tempo de execução do código
discx=6; %Número de nós em x
discy=6; %Número de nós em y
dix=0.05; %Passo entre os nós em x
diy=0.05; %Passo entre os nós em y
disc=discx*discy; %Quantidade total de nós analisados
df=0.3125; %Passo da frequência - 1000Hz(Freq.Amost)/3200(N° Amostras)
fa_max=1000; %Frequência máxima a ser analisada

% Cálculo da densidade modal
L1=0.550; %Largura
L2=0.850; %Comprimento
L3=0.001; %Espessura
V=L1*L2*L3; %Volume
S=2*L1*L2+2*L2*L3+2*L3*L1; %Área
L=4*L1+4*L2+4*L3; %Perímetro
c0=346; %Velocidade do som no ar
D=4*pi*V*(fa_max^3)/(3*(c0^3))+pi*(fa_max^2)*S/(4*(c0^2))+fa_max*L/(8*c0)
; %Densidade Modal
modn=6*round(D); %Quantidade de modos

%% Aquisição de dados

Nb = 1;
e=1;
JJ=['A','B','C','D','E','F']; %Matriz coluna das amplitudes adquiridas
for J=JJ;
    q=1; %Posição de preenchimento em linhas da matriz Amp
    for j=[1,3,5,6,8,10] %Matriz linha das amplitudes adquiridas

        EnsaioExp_H1{Nb} = load(['ensaio_', J num2str(j) num2str(Nb)
'_H1.txt']); %Extrai os dados da FRF H1
        EnsaioExp_coe{Nb} = load(['ensaio_', J num2str(j) num2str(Nb)
'_coe.txt']); %Extrais os dados da coerência

        coe=EnsaioExp_coe{Nb}(:,2)'; %Coerência
        f = EnsaioExp_H1{Nb}(:,1); %Banda de frequências
    end
end

```

```

magn=EnsaioExp_H1{Nb}(:,2)'; %Amplitude da minha FRF
magnrir=db2mag(magn); %Transforma dB em magnitude
pha=EnsaioExp_H1{Nb}(:,3)'; %Fase da minha FRF
re=sqrt((magnrir.^2)./(1+(tan(pha)).^2)); %Define parte real
im=(tan(pha)).*(sqrt((magnrir.^2)./(1+(tan(pha)).^2))); %Define
parte imaginária

amp=magnrir.*exp(i*pha*pi/180); %Amplitude

% Amplitude e frequência para o PRF
H((q)+(Nb-1)*2,:)=complex(re,im);
fa((q)+(Nb-1)*2,:)=f;

%Matriz Amplitude do sistema
for ll=1:3200
    Amp(q+(ll-1)*6, strfind(JJ, sprintf('%s',J)))=real(amp(1,ll));
end

%Frequências naturais pelo Método PP
[fa_min,fnat,magnat,f,mag]=freqnat(coe,magn,pha,df,modn,fa_max);

for kk=1:length(fnat)
    FNAT(kk,e)=fnat(1, kk);
end
e=e+1;

%% FRFs e fase de cada nó medido

    fig=figure(1);
    set(fig,'visible','off')
    subplot(2,1,1)
    semilogy(f,log(abs(amp)), 'k','linewidth',1)
    set(gca,'XTick',0:100:1000,'YTick',[-16:2:-
8],'FontSize',12)

    title(['Ponto',num2str(J),num2str(j)])
    axis([0 1000 -16 -8])
    grid on
    subplot(2,1,2)
    plot(f,pha,'k','linewidth',1)
    axis([0 1000 -180 180])
    saveas(fig,(sprintf('FRF\\P%s%dL3.png',J,j)))
    q=q+1;
end
Nb=Nb+3;
end

%% Análise geral e obtenção das Freq Nat por meio do Método PP
md=1:modn;
fnats=compara(FNAT);
n=size(fnats);
p=1;
fnats=sort(fnats);
for i=1:n(1,2)
    while fnats(i)>=f(p,1)
        fnatf(i)=f(p,1);
        modn(i)=p;
        p=p+1;
    end
end
nf=size(amp);

```

```

%% INTERPOLACAO PP
x(1)=1;
y(1)=1;
for i=2:discx
    x(i)=x(i-1)+distx;
end
for i=2:discy
    y(i)=y(i-1)+disty;
end
[X,Y]=meshgrid(x,y);
nf=size(amp);
Ampx=zeros(6,6,nf(1,2));
d=1;
e=1;
for i=1:nf(1,2) %laço sobre a frequencia
    w=1;
    for j=1:6
        w=1;
        for k=1:6
            Ampx(j,k,i)=Amp(d,w);
            w=w+1;
        end
        d=d+1;
    end
    %Formas modais apenas das freq nat identificadas para o MAC PP
    if e<=length(modn) && i==modn(e)
        for jj=1:6
            for kk=1:6
                Ampv(kk+(jj*6-6),e)=Ampx(jj,kk,i);
                if jj==6 && kk==6
                    e=e+1;
                end
            end
        end
    end
end
end
    %Programa para selecionar só as formas modais das frequências
naturais
    %identificadas, alinhado para gerar as formas modais
for j=1:length(modn)
    for i=1:length(f)
        if i==modn(j)
            Ampfnats(:, :, j)=Ampx(:, :, i);
        end
    end
end
end

% Interpolação
yint=linspace(y(1),y(6),10);
xint=linspace(x(1),x(6),16);
[XI,YI]=meshgrid(xint,yint);

for i=1:n(1,2)
    Ampxint(:, :, i)=interp2(X,Y,Ampfnats(:, :, i),XI,YI);
    a={yint,xint};
    [Ampxs(:, :, i),p]=csaps(a,Ampxint(:, :, i),[],a);
end

%AUTOMAC PP

```

```

c=1;%início da leitura
r=24;%faixa que ser quer percorrer para leitura (máximo é o length(modn))
for p=1:r
    for h=1:r
        numODS(p,h)=abs(Ampv(:,c-1+p)'*Ampv(:,c-1+h)); %Numerador
    end
end
for p=1:r
    for h=1:r
        denODS(h,p)=Ampv(:,c-1+p)'*Ampv(:,c-1+p); %Denominador
    end
end

MACODS=(numODS.*numODS)./(denODS'.*denODS); %Equação para cálculo

%Resultados
figure(2)
b=bar3(MACODS);
colorbar
colormap jet
for k = 1:length(b)
    zdata = b(k).ZData;
    b(k).CData = zdata;
    b(k).FaceColor = 'interp';
end
title('AUTOMAC PP Experimental')

%% Método Polinomial de Frações Racionais (PRF)

%Teste de Convergência
modnc=round(D);
for cnv=1:1:8
    modncnv=cnv*modnc;
    clear alpha freq damp Ci Oi

    %Calculo e aquisição dos dados iniciais
    for i=1:disc

[alpha(i,:),freq(i,:),damp(i,:),Ci(i,:),Oi(i,:)]=rfp(H(i,:),fa(i,:),48,fa
_min,max(fnats));
        end

    % Comparação
    for i=1:disc
        for qr=1:n(1,2)
            indmin=find(freq(i,:)<=fnats(qr),1,'last');
            indmins=size(indmin);
            if indmins(1,2)==0
                indmin=1;
            end
            indmax=find(freq(i,*)>=fnats(qr),1,'first');
            difmin=abs(freq(i,indmin)-fnats(qr));
            difmax=abs(freq(i,indmax)-fnats(qr));
            if difmin<=difmax
                ind=indmin;
            elseif difmax<difmin
                ind=indmax;
            end
        end
    end
end

```

```

        fnatfrp(i,qr)=freq(i,ind);
        dampfrp(i,qr)=damp(i,ind);
        Cifrp(i,qr)=Ci(i,ind);
        Oifrp(i,qr)=Oi(i,ind);
    end
end

% Calcula média
for k=1:n(1,2)
    fnatffrp(k)=mean(fnatfrp(:,k));
    desvfnatffrp(k)=std(fnatfrp(:,k));
    etaffrp(k)=mean(dampfrp(:,k));
    desvetaffrp(k)=std(dampfrp(:,k));
end
for ii=1:n(1,2)
    Err(:,ii)=abs(fnatffrp(ii)-fnatf(ii))*100/fnatf(ii);
end

%Análise do Erro entre PRF e PP
figure(3)
h(cnv)=semilogy(modncnv/24:modncnv/24:modncnv,Err,'linewidth',1);
%h(cnv)=semilogy(fnatf,Err,'linewidth',1);
set(gca,'XTick',0:8:64,'YTick',[0.0001 0.001 0.1 1 10
100],'FontSize',11)
%set(gca,'XTick',200:100:1000,'YTick',[0.0001 0.001 0.1 1 10
100],'FontSize',11)
title(['Aproximação dos métodos: PP e PRF'])
ylabel('Erro relativo (%)')
xlabel('Frequências Naturais (Hz)')
axis([0 64 0.0001 100])
hold on;
legendInfo{cnv} = ['Densidade modal vezes ' num2str(cnv)];
end
legend(legendInfo,'Location','southwest')

%Inserção da fase
for i=1:disc
    for j=1:n(1,2)
        magnatfrfp(i,j)=Cifrp(i,j)*cos(Oifrp(i,j));
    end
end

%Geração de malha sem interpolação
x(1)=1;
y(1)=1;
for i=2:6
    x(i)=x(i-1)+distx;
end
for i=2:6
    y(i)=y(i-1)+disty;
end
[X,Y]=meshgrid(x,y);
magnatxrfp=zeros(6,6,n(1,2));
for i=1:n(1,2)
    w=1;
    for j=1:6
        w=1;
        for k=1:6
            magnatxrfp(j,k,i)=magnatfrfp(w,i);
            w=w+1;
        end
    end
end

```

```

end

%Formas modais apenas das freq nat identificadas para o MAC
for jj=1:6
    for kk=1:6
        Ampvrfp(kk+(jj*6-6),i)=magnatxrfp(jj, kk, i);
    end
end
end

% Interpolação de dados
yint=linspace(y(1),y(6),10);
xint=linspace(x(1),x(6),10);
[XI,YI]=meshgrid(xint,yint);
for i=1:n(1,2)
    magnatxintrfp(:, :, i)=interp2(X,Y,magnatxrfp(:, :, i),XI,YI);
    A={xint,yint};
    [magnatxsrfp(:, :, i),p]=csaps(A,magnatxintrfp(:, :, i), [],A);
end

%AUTOMAC PRF

c=1;%início da leitura
r=8;%faixa que se quer percorrer para leitura (máximo é o length(modn))
for p=1:r
    for h=1:r
        numPRF(p,h)=abs(Ampvrfp(:,c-1+p)'*Ampvrfp(:,c-1+h)); %Numerador
    end
end
for p=1:r
    for h=1:r
        denPRF(h,p)=Ampvrfp(:,c-1+p)'*Ampvrfp(:,c-1+p); %Denominador
    end
end

MACPRF=(numPRF.*numPRF)./(denPRF'.*denPRF); %Equação para o cálculo

%Resultados
figure(4)
b=bar3(MACPRF);
colorbar
colormap jet
for k = 1:length(b)
    zdata = b(k).ZData;
    b(k).CData = zdata;
    b(k).FaceColor = 'interp';
end
title('AUTOMAC PRF Experimental')

% Análise final de Resultados

% Aquisição das formas modais
MapAmp=Ampxs;

for ll=1:n(1,2)
    fig=figure(5);
    set(fig,'visible','off')
    surfc(MapAmp(1:10,16*ll-15:16*ll))
    %contourf(MapAmp(1:10,16*ll-15:16*ll))
    colormap jet

```

```

axis ij
axis normal
set(gca,'YTick',1:10,'YTickLabel',{'1',' ','3',' ','5','6',' ','8',' ','10'},'XTick',1:16,'XTickLabel',{'1',' ',' ','4',' ',' ','7',' ',' ','10',' ',' ','13',' ',' ','16'})
title(['Amp a ',num2str(fnats(ll)), 'Hz'])
caxis auto
grid on
saveas(fig,(sprintf('AmpPC\Amp%d.png',ll+1)))
Filme(ll)=getframe(fig);
end

%MAC PPxPRF

c=1;%início da leitura
r=10;%faixa que ser quer percorrer para leitura (máximo é o length(modn))
for p=1:r
    for h=1:r
        num(p,h)=abs(Ampv(:,c-1+p)*Ampvrfp(:,c-1+h)); %Numerador
    end
end
for p=1:r
    for h=1:r
        den_ODS(h,p)=Ampv(:,c-1+p)*Ampv(:,c-1+p); %Denominador PP
        den_PRF(h,p)=Ampvrfp(:,c-1+p)*Ampvrfp(:,c-1+p); %Denominador PRF
    end
end

MAC=(num.*num)./(den_ODS'.*den_PRF); %Equação para cálculo

%Resultado
figure(6)
b=bar3(MAC);
colorbar
colormap jet
for k = 1:length(b)
    zdata = b(k).ZData;
    b(k).CData = zdata;
    b(k).FaceColor = 'interp';
end
title('MAC PP versus PRF')

%% Término do tempo de execução do código
tf=toc;

```

## MÉTODO *PEAK PICKING* (PP)

```

function
[fa_min,fnatf,magnatf,f,mag]=freqnat(coe,magn,pha,df,modn,fa_max)

%Função que faz os gráficos e executa uma primeira análise dos dados
%obtidos.
%DADOS DE ENTRADA
%coe -> vetor coerência
%re -> vetor FRF parte real
%im -> vetor FRF parte imaginária
%DADOS DE SAÍDA
%fnat -> frequências naturais
%magnat -> magnitude das frequências naturais

```

%Referência: MELO FH, NOÉ G. R. DE (2013). Análise Modal Experimental  
 %de Cavidade acústica com Fonte Calibrada. Dissertação de Mestrado em  
 %Ciências Mecânicas, Publicação /13, Departamento de Engenharia  
 %Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150p.

```

%Lendo arquivo de dados
n=size(magn);%tamanho do vetor
f_min=0;
f_max=df*n(1,2);%frequência máxima
ens=load('ensaio_A61_H1.txt');
ncoe = length(ens);
f=ens(1:ncoe,1);%vetor de frequências
%mag=sqrt(magn.^2+pha.^2);
mag=magn;%20*log10(mag/10^-5);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=1;
while coe(t)<0.9993
    fa_min=f(t);
    t=t+1;
    if t==length(coe)
        break;
    end
end
%fa_min=50; % O limite experimental inferior emitido pela fonte é 50.
j=0;
for i=2:n(1,2)
    if f(i)>fa_min && f(i)<fa_max
        j=j+1;
        difa(j)=mag(i)-mag(i-1);%anterior
        difp(j)=mag(i)-mag(i+1);%posterior
        faux(j)=f(i);
        magaux(j)=mag(i);
    end
end
q=1;
for i=5:j-5
    if difa(i)>0 && difp(i)>0
        if difp(i-4)<0 && difp(i-3)<0 && difp(i-2)<0 && difp(i-1)<0
            if difp(i+3)>0 && difp(i+2)>0 && difp(i+1)>0 && difp(i)>0
                fnat(q)=faux(i);
                magnat(q)=magaux(i);
                q=q+1;
            end
        end
    end
end
modo=1:1:q-1;
mf=[modo;fnat];
for i=1:length(modo)
    fnatf(i)=fnat(i);
    magnatf(i)=magnat(i);
end
end
end

```

**ALGORÍTMO PARA COMPARAR E DETERMINAR OS PICOS QUE SE REPETEM (PP)**

```

function [fnats]=compara(fnatw)
    %Compara os resultados obtidos e fica com os que mais se repetem
    tirando
    %então uma média deles
    % fnatw -> vetor de frequências naturais sem filtro
    % fnats -> vetor de frequência naturais depois de filtrado

    %Referência: MELO FH, NOÉ G. R. DE (2013). Análise Modal Experimental
    %de Cavidade acústica com Fonte Calibrada. Dissertação de Mestrado em
    %Ciências Mecânicas, Publicação /13, Departamento de Engenharia
    %Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150p.

    as=size(fnatw);
    r=1;
    for i=1:as(1,1)
        for j=1:as(1,2)
            if fnatw(i,j)~=0
                fnataux=fnatw(i,j);
                e=1;
                for k=1:as(1,1)
                    for l=1:as(1,2)
                        if fnataux-fnatw(k,l)<5 && fnataux-fnatw(k,l)>-5
                            fnatmaux(e)=fnatw(k,l);
                            fnatw(k,l)=0;
                            e=e+1;
                        end
                    end
                end
                if e>9
                    fnats(r)=mean(fnataux);
                    r=r+1;
                end
            end
        end
    end
end
end

```

## MÉTODO PRF E FUNÇÃO ORTOGONAL

```

function [magnat,freq,damp,Ci,Oi]=rfp(H,fa,N,fa_min,fa_max)
    %RFP Modal parameter estimation from frequency response function
    using
    % rational fraction polynomial method.
    %
    % Syntax: [alpha,modal_par]=rfp(rec,omega,N)
    %
    % H = FRF measurement (mobility)
    % f = frequency range vector (Hz).
    % N = number of degrees of freedom.
    % alpha = FRF generated (mobility).
    %
    % freq = Natural frequencies (rad/sec)
    % damp = Damping ratio
    % Ci = Amplitude modal constant
    % Oi = Phase modal constant (rad)

    %Referência: MELO FH, NOÉ G. R. DE (2013). Análise Modal Experimental
    %de Cavidade acústica com Fonte Calibrada. Dissertação de Mestrado em
    %Ciências Mecânicas, Publicação /13, Departamento de Engenharia
    %Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150p.

```

```

w=fa.*2*pi;
tam=size(fa);
tam(1,2);
for i=1:tam(1,2)
    if fa(i)>fa_min && fa(i)<fa_max
        omega(i)=w(i);
        rec(i)=H(i);
    end
end
[r,c]=size(omega);
if r<c
    omega=omega.'; %omega is now a column
end
[r,c]=size(rec);
if r<c
    rec=rec.'; %rec is now a column
end
nom_omega=max(omega);
omega=omega./nom_omega; %omega normalization
m=2*N-1; %number of polynomial terms in numerator
n=2*N; %number of polynomial terms in denominator
%orthogonal function that calculates the orthogonal polynomials
[phimatrix,coeff_A]=orthogonal(rec,omega,1,m);
[thetamatrix,coeff_B]=orthogonal(rec,omega,2,n);
[r,c]=size(phimatrix);
Phi=phimatrix(:,1:c); %phi matrix
[r,c]=size(thetamatrix);
Theta=thetamatrix(:,1:c); %theta matrix
T=sparse(diag(rec))*thetamatrix(:,1:c-1);
W=rec.*thetamatrix(:,c);
X=-2*real(Phi'*T);
G=2*real(Phi'*W);
d=-inv(eye(size(X))-X.*X)*X.*G;
C=G-X*d; %C orthogonal numerator polynomial coefficients
D=[d;1]; %D orthogonal denominator polynomial coefficients
%calculation of FRF (alpha)
for n=1:length(omega),
    numer=sum(C.'*Phi(n,:));
    denom=sum(D.'*Theta(n,:));
    alpha(n)=numer/denom;
end
% plot(omega.*nom_omega/(2*pi),20*log10(abs(alpha)))
% hold on
% plot(f,20*log10(abs(H)),'r')
% dif=20*log10(abs(rec))-20*log10(abs(alpha));
A=coeff_A*C;
[r,c]=size(A);
A=A(r:-1:1).'; %A standard numerator polynomial coefficients
B=coeff_B*D;
[r,c]=size(B);
B=B(r:-1:1).'; %B standard denominator polynomial coefficients
%calculation of the poles and residues
[R,P,K]=residue(A,B);
[r,c]=size(R);
for n=1:(r/2)
    Residuos(n,1)=R(2*n-1);
    Polos(n,1)=P(2*n-1);
end
[r,c]=size(Residuos);
Residuos=Residuos(r:-1:1)*nom_omega; %residues

```

```

Polos=Polos(r:-1:1)*nom_omega; %poles
freq=abs(Polos); %Natural frequencies (rad/sec)
damp=-real(Polos)./abs(Polos); %Damping ratios
Ai=-2*(real(Residuos).*real(Polos)+imag(Residuos).*imag(Polos));
Bi=2*real(Residuos);
const_modal=complex(Ai,abs(Polos).*Bi);
Ci=abs(const_modal); %Magnitude modal constant
Oi=angle(const_modal); %Phase modal constant (rad)
freq=freq./(2*pi);
for i=1:r
    ind=find(omega.*nom_omega/(2*pi)<=freq(i),1,'last');
    magnat(i)=alpha(ind);
end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [P,coeff]=orthogonal(rec,omega,phitheta,kmax)
%ORTHOGONAL Orthogonal polynomials required for rational fraction
% polynomials method. (This code was written to be used with rfp.m)
%
% Syntax: [P,coeff]=orthogonal(rec,omega,phitheta,kmax)
%
% rec = FRF measurement (receptance).
% omega = frequency range vector (rad/sec).
% phitheta = weighting function (must be 1 for phi matrix or 2 for
% theta matrix).
% kmax = degree of the polynomial.
% P = matrix of the orthogonal polynomials evaluated at the
% frequencies.
% coeff = matrix used to transform between the orthogonal polynomial
% coefficients and the standard polynomial.
%
% Reference: Mark H.Richardson & David L.Formenti "Parameter
Estimation
% from Frequency Response Measurements Using Rational Fraction
% Polynomials", 1°IMAC Conference, Orlando, FL. November, 1982.

%*****
%Chile, March 2002, Cristian Andrés Gutiérrez Acuña,
crguti@icqmail.com

%*****
if phitheta==1
    q=ones(size(omega)); %weighting function for phi matrix
elseif phitheta==2
    q=(abs(rec)).^2; %weighting function for theta matrix
else
    error('phitheta must be 1 or 2.')
end
R_minus1=zeros(size(omega));
R_0=1/sqrt(2*sum(q)).*ones(size(omega));
R=[R_minus1,R_0]; %polynomials -1 and 0.
coeff=zeros(kmax+1,kmax+2);
coeff(1,2)=1/sqrt(2*sum(q));
%generating orthogonal polynomials matrix and transform matrix
for k=1:kmax,
    Vkml=2*sum(omega.*R(:,k+1).*R(:,k).*q);
    Sk=omega.*R(:,k+1)-Vkml*R(:,k);
    Dk=sqrt(2*sum((Sk.^2).*q));
    R=[R,(Sk/Dk)];
    coeff(:,k+2)=-Vkml*coeff(:,k);
    coeff(2:k+1,k+2)=coeff(2:k+1,k+2)+coeff(1:k,k+1);
end

```

