

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**UMA METODOLOGIA DE ANÁLISE DE  
CONFIABILIDADE À FADIGA UTILIZANDO A TEORIA  
DA DISTÂNCIA CRÍTICA**

**BRAITNER LOBATO DA SILVA**

**ORIENTADOR: JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA**

**TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO: ENM.TD-21A/14**

**BRASÍLIA/DF: ABRIL - 2014**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**UMA METODOLOGIA DE ANÁLISE DE  
CONFIABILIDADE À FADIGA UTILIZANDO A TEORIA  
DA DISTÂNCIA CRÍTICA**

**BRAITNER LOBATO DA SILVA**

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
DOUTOR EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, Dr.  
UnB/ENM (Orientador)**

---

**Prof. Cassius Olívio Figueiredo Terra Ruchert, Dr.  
EESC/USP (Membro Externo)**

---

**Prof. Antônio Carlos de Oliveira Miranda, Dr.  
UnB/ENC (Membro Externo)**

---

**Prof. Lucival Malcher, Dr.  
UnB/ENM (Membro Interno)**

---

**Prof. Fábio Comes de Castro, Dr.  
UnB/ENM (Membro Interno)**

**BRASÍLIA/DF, 06 DE DEZEMBRO DE 2013.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

SILVA, BRAITNER LOBATO DA

Uma metodologia de análise de confiabilidade à fadiga utilizando a Teoria da Distância Crítica [Distrito Federal] 2013.

xvii, 155p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Doutor, Ciências Mecânicas, 2013).

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Análise de Confiabilidade
2. Falha por Fadiga
3. Teoria da Distância Crítica

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SILVA, B. L. (2013). Uma Metodologia de Análise de Confiabilidade à Fadiga Utilizando a Teoria da Distância Crítica. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação EMM.TD-21A/2014, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 155p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Braitner Lobato da Silva.

TÍTULO: Uma metodologia de análise de confiabilidade utilizando a Teoria da Distância Crítica.

GRAU: Doutor

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Braitner Lobato da Silva

QNP 34 conjunto J casa 49.

72.236-410 Ceilândia – DF – Brasil.

Correio Eletrônico: lobatoae@gmail.com.br

## **DEDICATÓRIA**

Dedico esta obra a Deus para o louvor da Sua glória, “pois todas as coisas foram criadas por Ele, e tudo existe por meio dEle” conforme as palavras do apóstolo Paulo em sua carta aos Romanos, capítulo 11 e verso 36. Deixo registrado que “... pela graça de Deus, sou o que sou; e a sua graça, que me foi concedida, não se tornou vã; antes, trabalhei muito mais do que todos eles; todavia, não eu, mas a graça de Deus comigo” (1 Coríntios 15.10).

## **AGRADECIMENTOS**

Sou grato a Deus pela oportunidade de desenvolver ciência e servir ao próximo com dons e talentos capazes de gerar transformação de vidas. Estendo meus agradecimentos aos meus progenitores por todo investimento direto e indireto ao longo de minha trajetória acadêmica, profissional e pessoal. Agradeço aos irmãos e amigos que me incentivaram nos momentos de contentamento e desafio, dentre os quais destaco Ana Lídia Cardoso, Camilla Soares, Fernanda Coelho e família, Caio César e família, Raquel Lopes, Alena Naima e Rayssa Cristina. Reconheço também a importância dos professores Jorge Luiz, José Alexander, Fábio Castro, Lucival Malcher, Antônio Miranda, Cassius Ruchert e Aida Fadel que contribuíram significativamente com seus conhecimentos e sabedoria. É válido mencionar os colegas de pesquisa que com companheirismo, simpatia e encorajamento dividiram anos de trabalho: Marcus Sá, Erich Souza, Rafael Nunes, Dalmo Costa, Alexander Franco, Rodrigo Muñoz, Felipe Dias e Eduard Bernardes. Por fim, destaco o apoio dos técnicos Arthur, Pereira, Marcos e Társis. A esses e a tantos outros eu externo minha gratidão.

“Tudo o que fizerem, seja em palavra ou em ação, façam-no em nome do Senhor Jesus, dando por meio dele graças a Deus Pai” (Colossenses 3.17)

## **RESUMO**

### **UMA METODOLOGIA DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE À FADIGA UTILIZANDO A TEORIA DA DISTÂNCIA CRÍTICA**

A presente tese visa investigar o domínio de atuação do conceito de distância crítica considerando a estocasticidade da falha por fadiga. Como ferramenta numérica propõe uma abordagem probabilística baseada na análise de confiabilidade para avaliar a falha por fadiga utilizando a Teoria da Distância Crítica na formulação da função de estado limite de falha. Para tanto, simulações numéricas foram conduzidas tendo como dados de entrada os parâmetros de fadiga do aço ASTM A743 CA6NM e as características geométricas de espécimes entalhados para investigar o comportamento estocástico das predições da tensão na distância crítica e do limiar de propagação de trincas. Probabilisticamente o modelo de confiabilidade foi verificado a partir da análise de sensibilidade dos parâmetros que controlam a falha por fadiga, a previsão da margem de segurança e a estimação da probabilidade de falha. Os resultados mostraram que o conceito de distância crítica se comporta bem em um domínio de entalhes agudos até suaves e que relações entre o raio do entalhe e o tamanho da seção transversal na região do entalhe da ordem de 1% podem marcar a transição entre entalhe agudo e suave. As predições da distância crítica, da tensão na distância crítica e do limiar de propagação de trincas são sensíveis aos parâmetros associados ao limite de fadiga do espécime entalhado independentemente da geometria e da abordagem adotada. Além disso, verificou-se que o conhecimento da distribuição de probabilidade das funções de resistência e de solicitação permite a estimação da tensão de resistência à fadiga média para dada probabilidade de falha, bem como, a previsão da probabilidade média de falha para dado nível de solicitação. Essas informações são de grande valia para a otimização de projetos mecânicos.

**Palavras-chave:** Análise de Confiabilidade, Falha por Fadiga e Teoria da Distância Crítica.

## **ABSTRACT**

### **A METHODOLOGY OF A RELIABILITY ANALYSIS MODEL OF FATIGUE USING THE THEORY OF CRITICAL DISTANCES**

This thesis aims to investigate the work domain of critical distance concept considering the stochasticity of the fatigue failure. As a numerical tool it is proposed a probabilistic approach based on reliability analysis to assess fatigue failure using the Theory of Critical Distances on the formulating of the limit state of failure. Therefore, numerical simulations were carried out using fatigue parameters of ASTM A743 CA6NM alloy steel and geometrical characteristics of notched specimens as input data to investigate the predicted stochastic behavior of the stress on the critical distance and of the threshold stress intensity factor. Probabilistically the reliability model was verified from the sensibility analysis of the parameters which control the fatigue failure, of the predictions of safety margin and of the estimates of probability of failure. The results showed that the concept of critical distance behaves well from sharp notches until blunt and that relations between the notch root radius and the net section of the order of 1% can mark the transition between sharp and blunt notches. The predictions of the critical distance, of the fatigue stress on the critical distance and of the threshold stress intensity factor are sensitive to the parameters associated to notch endurance limit regardless of the geometry and the critical distance approach adopted. Furthermore, the knowledge about the probability density functions of the capacity and demand allows the estimation of the mean fatigue strength to specific probability of failure, as well, the prediction of the mean strength for a specific probability of failure, as well, allows the prediction of the mean probability to failure for a requested level of load. Those informations are valuable to mechanical design optimization.

**Keywords:** Reliability Analysis, Fatigue Failure and Theory of Critical Distances.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. MOTIVAÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2. ESTADO DA ARTE .....</b>	<b>2</b>
<b>1.3. JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS.....</b>	<b>5</b>
<b>1.3.1. Objetivos.....</b>	<b>6</b>
<b>1.4. ORGANIZAÇÃO DA TESE .....</b>	<b>6</b>
<b>2. FADIGA E FRATURA .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
<b>2.2. MECANISMOS FÍSICOS DE FADIGA .....</b>	<b>8</b>
<b>2.2.1. Iniciação da trinca .....</b>	<b>11</b>
<b>2.2.2. Propagação da trinca.....</b>	<b>12</b>
<b>2.2.3. Falha catastrófica.....</b>	<b>14</b>
<b>2.3. ABORDAGEM TENSÃO-VIDA .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3.1. Curva S-N.....</b>	<b>15</b>
<b>2.3.2. Métodos de Determinação do Limite de Resistência à Fadiga .....</b>	<b>17</b>
2.3.2.1. Método da Escada.....	18
<b>2.3.3. Efeito da Tensão Média na Propagação de Trinca.....</b>	<b>22</b>
<b>2.4. PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA .....</b>	<b>24</b>
<b>2.4.2. Efeito da Tensão Média na Propagação de Trinca.....</b>	<b>27</b>
<b>2.4.3. Comprimento Característico, <math>L</math>.....</b>	<b>28</b>
<b>2.5. FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS .....</b>	<b>31</b>
<b>2.5.1. Mecanismo de Fadiga em Corpos Entalhados .....</b>	<b>31</b>
<b>2.5.2. Fator de Concentração de Tensão.....</b>	<b>32</b>
<b>2.5.3. Fator de Redução da Resistência à Fadiga.....</b>	<b>33</b>
<b>2.5.1. Abordagens de Fadiga em Corpos Entalhados.....</b>	<b>35</b>
<b>2.6. MÉTODOS DE DISTÂNCIAS CRÍTICAS .....</b>	<b>36</b>
<b>2.6.1. Método do Ponto .....</b>	<b>39</b>
<b>2.6.2. Método da Linha.....</b>	<b>40</b>
<b>2.6.3. Métodos da Área e do Volume.....</b>	<b>42</b>

2.7. EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA DISTÂNCIA CRÍTICA.....	42
3. ANÁLISE DE CONFIABILIDADE.....	45
3.1. INTRODUÇÃO.....	45
3.2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE.....	47
3.2.1. Variáveis Aleatórias.....	47
3.2.2. Distribuições de Probabilidade.....	48
3.2.3. Principais Distribuições de Probabilidade Discreta e Contínua.....	50
3.2.3.1. Distribuição Binomial .....	50
3.2.3.2. Distribuição de Poisson .....	51
3.2.3.3. Distribuição Normal .....	52
3.2.3.4. Distribuição Lognormal.....	52
3.2.4. Modelagem Probabilística de Parâmetros de Fadiga .....	54
3.3. ANÁLISE DE INCERTEZAS .....	55
3.3.1. Fontes de Incerteza .....	55
3.3.2. Estimativa de Primeira Ordem para uma Função, $g(X)$ .....	57
3.3.3. Estimativa de Primeira Ordem para a Média, $E[g(X)]$ .....	57
3.3.4. Estimativa de Primeira Ordem para a Variância, $Var[g(X)]$ .....	58
3.3.5. Estimativa de Segunda Ordem para a Média, $E[g(X)]$ .....	59
3.3.6. Estimativa de Segunda Ordem para a Variância, $Var[g(X)]$ .....	59
3.4. ESTADO LIMITE .....	61
3.5. O PROBLEMA FUNDAMENTAL.....	62
3.5.1. Função de Falha .....	62
3.5.2. Análise de Confiabilidade.....	63
3.5.3. Análise de Sensibilidade .....	63
3.5.4. Análise de Correlação entre Variáveis.....	64
3.5.4.1. Coeficiente de Correlação de Pearson .....	64
3.5.4.2. Coeficiente de Correlação de Spearman.....	65
3.5.5. Abordagem por Derivadas Parciais .....	66
3.6. MÉTODOS DE CONFIABILIDADE.....	67
3.6.1. Método Exato: Simulação de Monte Carlo .....	68

3.6.2. Método Aproximado: FORM .....	69
5.6.3.1. Análise de sensibilidade segundo o método FORM.....	71
3.6.3. Método Aproximado: FOSM.....	72
<b>4. METODOLOGIA .....</b>	<b>73</b>
<b>4.1. MODELAGEM NUMÉRICA DE ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>73</b>
4.1.1. Modelagem Geométrica.....	75
4.1.2. Malha de Elementos Finitos.....	76
4.1.3. Condições de Contorno e Carregamento.....	78
4.1.4. Material e suas Propriedades.....	79
4.1.5. Análise dos Resultados Preliminares .....	80
4.1.6. Simulação Numérico-Probabilística.....	80
4.1.6.1. Definição das variáveis de entrada .....	81
4.1.6.2. Definição das variáveis de saída.....	84
4.1.6.3. Seleção do método probabilístico e da técnica de amostragem.....	84
4.1.7. Considerações Sobre Fontes de Erro em Simulações Numéricas.....	84
<b>4.2. ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA TENSÃO NA DISTÂNCIA CRÍTICA.....</b>	<b>85</b>
4.2.1. Procedimento Numérico-Estocástico de Determinação da Tensão na Distância Crítica .....	85
4.2.2. Procedimento de Validação da Abordagem de Tensão na Distância Crítica	87
4.2.3. Considerações sobre Ensaios com Entalhes Severos .....	88
<b>4.3. METODOLOGIA ESTOCÁSTICA PARA ESTIMAR O LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS .....</b>	<b>89</b>
<b>4.4. MODELO DE CONFIABILIDADE À FADIGA CONSIDERANDO A TEORIA DA DISTÂNCIA CRÍTICA .....</b>	<b>90</b>
4.4.1. Abordagem Probabilística com Base na Distância Crítica. ....	91
4.4.2. Abordagem Probabilística com Base na Tensão de Fadiga. ....	91
4.4.3. Análises de Confiabilidade .....	95
4.4.3.1. Análise de sensibilidade .....	95
4.4.3.2. Análise de confiabilidade com base na margem de seguran, $G(X)$ , e na probabilidade de falha, $P_f$ . ....	95

<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>97</b>
<b>5.1. COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA ESTIMAÇÃO DA TENSÃO NA DISTÂNCIA CRÍTICA.....</b>	<b>97</b>
<b>5.1.1. Validação da Abordagem de Distância Crítica para Estimar a Tensão.....</b>	<b>97</b>
5.1.1.1. Predição do limite de fadiga do material, $\Delta\sigma_0$ .....	97
5.1.1.2. Predição do limite de fadiga do componente entalhado, $\Delta\sigma_{0nom}$ .....	100
<b>5.1.2. Análise Estocástica da Distância Crítica .....</b>	<b>103</b>
<b>5.1.3. Análise Estocástica da Estimativa da Tensão na Distância Crítica .....</b>	<b>104</b>
<b>5.2. COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA ESTIMAÇÃO INDIRETA DO LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS .....</b>	<b>106</b>
<b>5.2.1. Análise Estocástica da Previsão Numérica da Distância Crítica.....</b>	<b>106</b>
<b>5.2.2. Análise Estocástica da Estimativa do Limiar de Propagação de Trincas</b>	<b>108</b>
<b>5.3. ABORDAGEM DE CONFIABILIDADE DA FALHA POR FADIGA .....</b>	<b>110</b>
<b>5.3.1. Análise de Sensibilidade .....</b>	<b>110</b>
5.1.1.1. Análise de sensibilidade da distância crítica, $d$ .....	111
5.1.1.2. Análise de sensibilidade da previsão da distância a partir do limite de fadiga, $d_p$ .....	111
5.1.1.3. Análise de sensibilidade da predição do limiar de propagação de trincas segundo o conceito de distância crítica,.....	112
<b>5.3.2. Análise da Margem de Segurança.....</b>	<b>114</b>
5.1.1.5. Análise da margem de segurança .....	115
<b>5.3.3. Análise da Probabilidade de Falha .....</b>	<b>117</b>
<b>6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>119</b>
<b>6.1. CONCLUSÕES.....</b>	<b>120</b>
<b>6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>122</b>
<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>123</b>
<b>APÊNDICE A. CARACTERIZAÇÃO À FADIGA DO AÇO ASTM A743 CA6NM ...</b>	<b>139</b>
<b>A.1. LIMITE DE FADIGA .....</b>	<b>139</b>
<b>A.1.1. Procedimento Experimental de Resistência à Fadiga .....</b>	<b>139</b>
<b>A.1.2. Resultados Experimentais dos Ensaios de Fadiga .....</b>	<b>140</b>
<b>A.2. LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS .....</b>	<b>143</b>

<b>A.2.1. Procedimento Experimental de Propagação de Trincas .....</b>	<b>143</b>
<b>A.2.2. Resultados Experimentais de Propagação de Trinca .....</b>	<b>143</b>
<b>A.3. LIMITE DE FADIGA DE COMPONENTES ENTALHADOS .....</b>	<b>147</b>
<b>A.3.1. Aplicação do Método da Escada para Determinação do Limite de Fadiga de Corpos Entalhados.....</b>	<b>147</b>
<b>A.3.2. Resultados Experimentais para a Resistência à Fadiga de Componentes Entalhados Segundo o Método da Escada.....</b>	<b>148</b>
A.3.2.1. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 8 mm.....	148
A.3.2.2. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 3 mm.....	149
A.3.2.3. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 5 mm.....	150
A.3.2.3. Comportamento da resistência à fadiga dos componentes entalhados .....	151
<b>APÊNDICE B. RESULTADOS NUMÉRICOS PARA A MARGEM DE SEGURANÇA.....</b>	<b>153</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Definições de carregamentos cíclicos com amplitude constante.....	16
Tabela 2.3. Soluções particulares do modelo de Kwofie (Silva <i>et al.</i> , 2010). .....	24
Tabela 3.1. Resumo das principais distribuições de probabilidade e suas características...	54
Tabela 4.1. Comparação do fator de concentração de tensões para calibração da malha. ..	78
Tabela 4.2. Composição química em peso. ....	79
Tabela 4.3. Propriedades mecânicas.....	79
Tabela 4.4. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para a resistência à fadiga e o limiar de propagação de trincas. ....	80
Tabela 4.5. Caracterização probabilística das fontes de incerteza: a) Propriedades estatísticas das variáveis de entrada, b) da variável Força e c) da variável Raio. ....	82
Tabela 4.6. Fator de concentração de tensões analítico e resultados experimentais para a resistência à fadiga para $2 \cdot 10^6$ ciclos. ....	88
Tabela 5.1. Estimativas do limite de fadiga do aço ASTM A743 CA6NM a partir de espécimes entalhados: (a) limite de fadiga do material, (b) abordagem de distância crítica, (c) modelo de Peterson e (d) modelo de Neuber. ....	98
Tabela 5.2. Estimativas do limite de fadiga de corpos entalhados para o aço ASTM A743 CA6NM considerando o limite de fadiga experimental, os modelos de Distância Crítica, Peterson e Neuber para os raios de (a) 3 mm, (b) 5 mm e (c) 8 mm. ....	101
Tabela A.1. Dados geométricos do corpo de prova cilíndrico. ....	139
Tabela A.5. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para fadiga. ....	143
Tabela A.6. Resultados experimentais para o limiar de propagação de trincas. ....	146
Tabela A.7. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para fratura.....	146
Tabela A.8. Características geométricas dos espécimes planos entalhados. ....	148
Tabela A.9. Parâmetros experimentais do Método da Escada. ....	148
Tabela A.10. Resistência à fadiga para cada entalhe segundo o Método da Escada.....	152
Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança, G(X)....	153
Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança (continuação a).....	154

Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança (continuação b). .....	155
---	-----

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Exemplos de carregamentos aleatórios de fadiga (modificado de Rosa, 2002)..	9
Figura 2.2. Exemplos fontes iniciadoras de trincas: (a) inclusão e (b) junta soldada, adaptado de Rösler <i>et al.</i> (2007).	9
Figura 2.3. Exemplos de pontos críticos oriundos de regiões concentradoras de tensão (Rosa, 2002).	10
Figura 2.4. Estágios de propagação de trinca adaptado e modificado de (a) Bailey (2012) e (b) Meneghetti <i>et al.</i> (2007).	10
Figura 2.5. Diferentes fases de vida à fadiga e seus fatores relevantes (adaptado de Beden <i>et al.</i> , 2009).	11
Figura 2.6. Micrografia de (a) bandas de cisalhamento e (b) extrusões, modificado de <i>apud</i> Rösler <i>et al.</i> (2007).	11
Figura 2.7. Catalisadores de trincas: (a) defeito em haste de conexão e (b) ataque corrosivo, modificado de <i>apud</i> Rösler <i>et al.</i> (2007).	12
Figura 2.8. Estágios de propagação de trinca por fadiga (modificado de Lee <i>et al.</i> , 2005).	13
Figura 2.9. Aspectos microscópicos de fratura (a) intergranular e (b) transgranular frágil por clivagem de aço dúctil com ampliação de 500x ( <i>apud</i> Liu, 2005).	14
Figura 2.10. Estrias por fadiga em (a) aço, (b) liga de alumínio AA2024-T42 e (c) liga de alumínio fundido, adaptado de Totten (2008).	14
Figura 2.11. (a) Superfície de falha de um eixo (Lassen e Récho, 2006) e (b) esquema de superfície de falha adaptado de Meyers e Chawla (2009).	14
Figura 2.12. Curva S-N para o aço ASTM A743 CA6NM, $R = -1$ (Silva <i>et al.</i> , 2011).	15
Figura 2.13. Trincas não propagantes na raiz de um entalhe, modificado de <i>apud</i> Schijve (2009).	16
Figura 2.14. Exemplo do Método da Escada.	19
Figura 2.15. Modos de falhas por fadiga.	25
Figura 2.16. Placa com trinca sujeita a carregamento cíclico uniaxial.	25
Figura 2.17. Taxa de crescimento da trinca <i>versus</i> variação do fator de intensidade de tensão	27
Figura 2.18. Representação esquemática do diagrama de Kitagawa e Takahashi (1976).	29
Figura 2.19. Diagrama de Atzori e Lazzarin (2001).	31

Figura 2.20. Efeito da geometria do entalhe na distribuição de tensão a frente da raiz do concentrador de tensão em placa plana infinita. ....	33
Figura 2.22. (a) Componentes de tensão posicionadas no ponto $r, \theta$ a partir da raiz do entalhe. (b) Formalização esquemática do Método do Ponto e (c) do Método da Linha. ....	41
Figura 2.23. (a) Variações típicas do limite de fadiga com a tensão média, (b) do limiar de propagação de trincas com a razão de carregamento e (c) comportamento típico da variação do valor de $L$ com a razão de carregamento para aço (c), adaptado de Taylor (2007). ....	43
Figura 3.1. Curvas de distribuição de probabilidade: (a) Normal, (b) Lognormal, (c) Uniforme, (d) Triangular, (e) Exponencial e (f) Weibull. ....	53
Figura 3.3. Probabilidade de falha, $P_f$ , e índice de confiabilidade, $\beta$ . ....	63
Figura 3.4. Ilustração esquemática do algoritmo de Monte Carlo. ....	69
Figura 3.5. Transformação do espaço original para o espaço normal padrão. ....	70
Figura 3.6. Aproximação linear do método FORM. ....	71
Figura 5.7. Fluxograma do método FOSM. ....	72
Figura 4.1. Placa com duplo entalhe em V. ....	75
Figura 4.2. Modelagem geométrica de 1/4 da placa plana com entalhe em V. ....	75
Figura 4.3. Elemento finito adotado (Lawrence, 2010). ....	76
Figura 4.4. Malha de elementos finitos para entalhe com raio de (a) 5 mm e (b) 0,5 mm. ....	76
Figura 4.5. Quantidade média de elementos da malha para cada entalhe. ....	77
Figura 4.6. Quantidade média de nós da malha para cada entalhe. ....	77
Figura 4.7. Quantidade média de nós da malha para cada entalhe. ....	78
Figura 4.8. Ilustração esquemática da predição da tensão de fadiga a partir da distância crítica. ....	86
Figura 4.9. Placa plana com duplo entalhe semicircular ..... ( $b = 80$ mm, $c = 30$ mm, $d = 7,5$ mm, $e = 160$ mm). ....	87
Figura 4.10. Ilustração esquemática da estimativa numérica da distância crítica e do limiar de propagação de trincas. ....	90
Figura 4.11. Análise de confiabilidade com base na Distância Crítica. ....	92
Figura 4.12. Abordagem probabilística com base na distância a partir da raiz do entalhe. ....	93
Figura 4.13. Abordagem probabilística com base na tensão de fadiga. ....	94

Figura 5.1. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 3 mm considerando (a) o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	99
Figura 5.2. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 5 mm considerando (a) o modelo de distância crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	99
Figura 5.3. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 8 mm considerando (a) o modelo de distância crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	99
Figura 5.4. Estimativas do limite de fadiga, $\Delta\sigma_0$ , da liga ASTM A743 CA6NM.....	100
Figura 5.5. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 3 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	102
Figura 5.6. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 5 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	102
Figura 5.7. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 8 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber. ....	102
Figura 5.8. Estimativas do limite de fadiga dos espécimes entalhados para o aço ASTM A743 CA6NM. ....	103
Figura 5.9. Distribuição de frequências para a distância crítica para raios de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm. ....	103
Figura 5.10. Distribuição da tensão de fadiga predita na distância crítica, $\Delta\sigma_{0D}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm. ....	104
Figura 5.11. Distribuição da predição do limite de fadiga segundo o modelo de Peterson, $\Delta\sigma_{0P}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm. ....	104
Figura 5.12. Distribuição da predição do limite de fadiga segundo o modelo de Neuber, $\Delta\sigma_{0N}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm. ....	105
Figura 5.13. Estimativa média da tensão de fadiga em função da geometria do entalhe. .	105
Figura 5.14. Avaliação da dispersão das predições para a tensão de fadiga. ....	106
Figura 5.15. Distribuição de frequências para a predição numérica da distância crítica para raios de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm. ....	107

Figura 5.16. Relação adimensional entre a distância crítica e a geometria do entalhe. ....	107
Figura 5.17. Dispersão das predições da distância crítica. ....	108
Figura 5.18. Distribuição da predição do limiar de propagação, $\Delta K_{thD}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm. ....	109
Figura 5.19. Relação entre o limiar de propagação de falhas predito e a geometria do entalhe. ....	109
Figura 5.20. Avaliação da dispersão das predições do limiar de propagação de trincas. ...	110
Figura 5.21. Análise de incertezas associadas à distância crítica. ....	111
Figura 5.22. Análise de incertezas associadas à predição da distância crítica. ....	112
Figura 5.23. Análise de incertezas associadas à predição do limiar de propagação de trincas de acordo com o conceito de distância crítica. ....	113
Figura 5.24. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga de acordo com o conceito de distância crítica. ....	113
Figura 5.25. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga conforme o modelo de Peterson. ....	114
Figura 5.26. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga conforme o modelo de Neuber. ....	114
Figura 5.27. Histograma da margem de segurança para o raio de 0,025 mm segundo (a) a distância crítica, $G_d$ , (b) a predição de fadiga por distância crítica, $G_D$ ; (c) pelo modelo de Peterson, $G_P$ ; e (d) pelo modelo de Neuber, $G_N$ . ....	115
Figura 5.28. Histogramas da margem de segurança para o raio de 1 mm segundo (a) a distância crítica, $G_d$ , (b) a predição de fadiga por distância crítica, $G_D$ ; (c) pelo modelo de Peterson, $G_P$ ; e (d) pelo modelo de Neuber, $G_N$ . ....	116
Figura 5.29. Margem de segurança para a distância crítica segundo o Método do Ponto e para as predições do limite de fadiga segundo o modelo de Distância Crítica, Peterson e Neuber. ....	117
Figura 5.30. Probabilidade de falha conforme a relação entre o raio e a dimensão resistente, $r/d_n$ , para as abordagens propostas. ....	118
Figura A.1. Corpo de prova cilíndrico do tipo ampulheta. ....	139
Figura A.2. Máquina universal de ensaios MTS 810. ....	140
Figura A.2. Curvas S-N para diversas razões de carregamento, $R$ . ....	141
Figura A.3. Curva de tensão média versus tensão alternada. ....	142

Figura A.4. Corpo de prova do tipo C(T) para ensaios de propagação de trinca (ASTM E 647 11, 2011).	144
Figura A.5. Curvas $da/dN$ versus $\Delta K$	145
Figura A.6. Curvas $da/dN$ versus $\Delta K$ para a região 1.	145
Figura A.7. Diagrama de dispersão da relação de dependência entre o limiar de propagação de trincas e a razão de carregamento.	146
Figura A.8. Placa plana com duplo entalhe semicircular.	147
Figura A.9. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 8 mm.	149
Figura A.10. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 3 mm.	150
Figura A.11. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 5 mm (etapa 1).	151
Figura A.12. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 5 mm (etapa 2).	151

## NOMENCLATURA

### SÍMBOLOS LATINOS

$a$	Comprimento de trinca
$a^*$ $a'$	Distância crítica
$A$	Coefficiente de resistência à fadiga
$cv$	Coefficiente de variação
$D$	Comprimento
$d$	Distância crítica experimental
$d_p$	Distância crítica predita
$d_n$	Dimensão associada à seção resistente
$E$	Módulo de elasticidade
$esp$	Espessura
$G$	Margem de segurança
$K$	Tenacidade à fratura
$K_f$	Fator de redução de resistência à fadiga
$K_t$	Fator de concentração de tensão
$K_c$	Fator de intensidade de tensão crítico
$K_i$	Fator de Marin para correção da resistência à fadiga
$L$	Comprimento característico
$M$	Margem de segurança
$n_i$	Número de eventos menos frequentes
$N, N_f$	Número de ciclos de fadiga
$P_f$	Probabilidade de falha
$r, r_n$	Raio na ponta do entalhe
$s$	Desvio padrão
$\sigma_i$	Níveis de tensão
$w_g$	Comprimento da seção do espécime

### SÍMBOLOS GREGOS

$\alpha$	Constante que representa a hipótese adotada no modelo de tensão média
$\alpha_i$	Coefficiente de sensibilidade com base no coeficiente de correlação de Spearman
$\Delta K$	Variação do fator intensidade tensão
$\Delta K_{th}$	Limiar de propagação de trincas
$\Delta K_{thD}$	Limite de fadiga predito pelo modelo de Peterson
$\Delta \sigma$	Variação de tensão
$\Delta \sigma_{remota}$	Amplitude de tensão remota
$\Delta \sigma_0$	Amplitude do limite de resistência à fadiga do material
$\Delta \sigma_{0nom}$	Amplitude do limite de resistência à fadiga nominal do componente
$\Delta \sigma_0^p$	Tensão de fadiga predita
$\Delta \sigma_{max}$	Amplitude da tensão máxima
$\Delta \sigma_e$	Limite de fadiga de espécime sem entalhe

$\mu_{DM}$	Limite de fadiga médio segundo Dixon-Mood
$\mu$	Média
$\sigma_a$	Amplitude de tensão
$\sigma_\varepsilon$	Tensão na raiz do entalhe
$\sigma_i$	Níveis de tensão
$\sigma_{rt}$	Resistência à tração
$\sigma_{DM}$	Desvio do limite de fadiga segundo Dixon-Mood
$\sigma_m$	Tensão média
$\theta$	Ângulo

### GRUPOS ADIMENSIONAIS

$b$	Expoente de resistência à fadiga
$C$	Constante da lei de Paris
$c$	Expoente de ductilidade à fadiga
$F$	Fator de forma
$K_f$	Fator de redução da resistência à fadiga
$K_t$	Fator de concentração de tensões
$m$	Expoente da lei de Paris
$R$	Razão de carregamento
$\gamma_\sigma$	Coefficiente de ajuste do modelo de Walker para tensão de fadiga
$\gamma_K$	Coefficiente de ajuste do modelo de Walker para limiar de propagação

### SUBSCRITOS

$a$	Amplitude
$d$	Distância Crítica
$D$	Distância Crítica
$DM$	Dixon-Mood
$máx$	Máximo
$mín$	Mínimo
$N$	Neuber
$P$	Peterson

### SIGLAS

FDP	Função Distribuição de Probabilidade
MA	Método da Área
MDM	Método de Dixon-Mood
MEF	Método de Elementos Finitos
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MMFF	Método da Mecânica da Fratura Finita
ML	Método da Linha
MP	Método do Ponto
MTI	Método da Trinca Imaginária
MV	Método do Volume
S-N	Tensão-vida
TDC	Teoria da Distância Crítica

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. MOTIVAÇÃO

O projeto de sistemas mecânicos cada vez mais sofisticados e seguros requer a maximização da resistência mecânica e a minimização dos custos de produção. Os mais diversos segmentos da indústria perseguem o mesmo objetivo, como por exemplo, os setores aeronáutico, automobilístico, naval, aeroespacial, hidráulico, energético, siderúrgico, alimentício e civil. A otimização do dimensionamento de componentes e estruturas parte da estreita correlação entre a capacidade resistiva e a solicitação demandada pelos mesmos. Os principais requisitos de um projeto são funcionalidade, segurança, durabilidade, custo e minimização de impactos ambientais (EPA, 2001). Certamente, a segurança se destaca pelo fato de evitar que um evento catastrófico culmine em óbitos e/ou prejuízos financeiros incontestáveis. A segurança está intimamente ligada à probabilidade de falha uma vez que são eventos complementares. Portanto, a correta caracterização dos parâmetros e mecanismos que conduzem à falha é de suma importância para a correta estimativa de falha.

Nesse contexto, a maioria dos sistemas mecânicos é solicitada dinamicamente e aleatoriamente sendo sujeitos ao que se denomina de falha por fadiga. Esse mecanismo de falha se baseia em um dano progressivo e irreversível a partir de regiões concentradoras de tensão submetidas a carregamentos que variam ao longo do tempo (ASTM E1823, 2011). O processo de fadiga comumente apresenta significativa dispersão em seus resultados. O mesmo ocorre na caracterização do tamanho inicial de trinca, nas taxas de crescimento e nas propriedades do material, por exemplo. Os principais fatores que influenciam a falha por fadiga são: propriedades do material, carregamento e geometria que está intimamente relacionada com o processo de fabricação. Os métodos probabilísticos têm ganhado aceitação como uma abordagem para contabilizar as incertezas associadas a várias fontes na predição da vida à fadiga (Grell e Laz, 2010).

Dentre as abordagens probabilísticas, a análise de confiabilidade se destaca por lidar diretamente com a relação entre a capacidade e a demanda de um projeto. A capacidade está associada à resistência mecânica de um sistema ou componente mecânico. Intrinsecamente encontra-se a dificuldade de precisar deterministicamente suas propriedades mecânicas tendo em vista a variabilidade concernente à obtenção do material, ao processo de fabricação e à

natural degradação conforme o uso. A demanda diz respeito às solicitações a que se submetem os componentes do projeto. Na maioria das vezes, os carregamentos são modelados e têm suas estimativas aproximadas, além disso, podem variar conforme o funcionamento e as diferentes interações com os demais elementos de máquinas. A ocorrência de múltiplos resultados sem um padrão característico é descrita pela incerteza e estocasticidade. Tais fatos explicam a dispersão dos dados e a necessidade de tratá-los do ponto de vista probabilístico.

## **1.2. ESTADO DA ARTE**

Os primeiros estudos da confiabilidade e do processo de investigação das incertezas dos parâmetros intrínsecos a projetos estruturais com base em tratamentos estatísticos têm sido creditados a Mayer (1926). Mais tarde, Wierzbicki (1936) assumiu que os parâmetros associados à solicitação e à resistência poderiam ser modelados por variáveis aleatórias. Dessa forma os conceitos probabilísticos foram incorporados à segurança estrutural e ao problema fundamental da confiabilidade: a interferência capacidade-demanda (resistência-solicitação). O início da década de 70 também foi marcado pelo trabalho de Wirsching e Yao (1970) que revisaram os trabalhos conduzidos na análise estatística de experimentos de fadiga e enfatizaram o uso da distribuição de Weibull. Na sequência, Yao (1974) desenvolveu um modelo para avaliar a vida à fadiga para carregamentos aleatórios fundamentado na média e na variância. Durante as décadas de 80 e 90, a investigação dos problemas com o crescimento de trinca por fadiga tornou-se mais recorrente conforme a mecânica da fratura e os processos de medição do tamanho de trinca se desenvolviam. Virkler *et al.* (1979) observaram e registraram que o mecanismo de propagação de trinca contém uma natureza estatística e pode ser melhor tratado estocasticamente a partir da consideração da variabilidade dos parâmetros que controlam o mecanismo.

Durante a década de 90, Chen (1991) apresentou uma abordagem para estimar a confiabilidade de fadiga através de técnicas de primeira ordem. Kam e Birkinshaw (1994) fizeram uma compilação dos principais trabalhos registrados no campo da confiabilidade correlata à fadiga e Min *et al.* (1995) revisitaram os principais métodos de previsão de confiabilidade à fadiga a partir da interferência entre as distribuições de probabilidade do dano acumulado e do dano crítico. No início deste século, Rackwitz (2001) trouxe à tona as limitações dos métodos de confiabilidade baseados em aproximações de primeira e segunda ordem (FOSM, FORM e SORM) quando comparados ao Método de Monte Carlo através das

seguintes técnicas de amostragem: amostragem do Hipercubo Latino, amostragem por Importância, Simulação Direcional e amostragem Adaptativa.

Torstensson (2004) estudou as consequências da escolha da distribuição de probabilidade no modelo carregamento-resistência para a análise de confiabilidade em fadiga. Mais especificamente, ele investigou o uso da distribuição Lognormal e Weibull e concluiu que a primeira é mais recomendada principalmente quando os dados disponíveis são limitados. Schijve (2005) comparou três funções de distribuição de probabilidade (log Normal, Weibull de 3 parâmetros e log Normal de 3 parâmetros) com aplicação em fadiga. No mesmo trabalho ele recapitulou diversas fontes de dispersão em ensaios de fadiga, em fadiga de estruturas em serviço e encontrou limitações das previsões estatísticas. Liu *et al.* (2008) aplicou um modelo multiaxial de fadiga para analisar a confiabilidade de rodas de uso ferroviário. Para tanto fizeram uso de modelos de iniciação, propagação de trincas e da proposta de El Haddad advinda do diagrama de Kitagawa e Takahashi para determinar o tamanho de trinca crítico. Simulações numéricas foram conduzidas com base na proposta de Monte Carlo e a vida total de fadiga foi estimada. Por fim, concluíram que o uso de um modelo baseado na distribuição Lognormal e Weibull foi satisfatório para caracterizar a distribuição da vida à fadiga.

Golden *et al.* (2010) analisou probabilisticamente a vida sob fadiga de espécimes sujeitos a fadiga por fretting. Nesse trabalho o método de Monte Carlo foi usado para determinar a média e o desvio padrão da previsão de vida a fim de comparar com resultados experimentais. As variáveis aleatórias que definiram os parâmetros envolvidos no mecanismo de fretting foram avaliadas quanto à capacidade de influenciar a previsão do número de ciclos para a falha. Essa sensibilidade foi avaliada por intermédio de derivadas parciais da vida à fadiga com respeito à função densidade de probabilidade dos parâmetros envolvidos. A indústria automotiva também tem utilizado conceitos probabilísticos para dimensionamento. Componentes estruturais automotivos são largamente dimensionados a partir de simulações computacionais sob uma condição mínima de resistência e máxima condição de carregamento aplicado. Na realidade, esses parâmetros são variáveis aleatórias e como tais apresentam incertezas. Dessa forma, tal dimensionamento deve ser tratado de forma probabilística. Filho (2011) discutiu técnicas de previsão de confiabilidade em componentes estruturais automotivos quando submetidos à interferência carregamento-capacidade e avaliou como as mesmas podem influenciar o dimensionamento.

Mais recentemente, o método de Monte Carlo foi usado para analisar o efeito que a variabilidade do campo estocástico das imperfeições geométricas e das variáveis aleatórias (módulo de elasticidade, tensão de escoamento e espessura) provocam na variação da carga de ruptura. Este trabalho foi conduzido por Nogueira e Real (2012) ao longo do estudo não-linear da flambagem de placas finas através do Método de Elementos Finitos. Dong *et al.* (2012) publicaram um trabalho sobre a confiabilidade de turbinas eólicas em razão da elevada quantidade de ciclos e altos níveis de carregamentos dinâmicos gerados pelo vento. As principais incertezas foram identificadas, caracterizadas e quantificadas; a história de carregamento foi obtida com base na abordagem SN-Miner-Palmgren e a análise de confiabilidade foi conduzida fundamentada na análise de mecânica da fratura do crescimento da trinca.

Riesch-Opperman *et al.* (2012) pontuaram contribuições significativas da abordagem probabilística de confiabilidade para avaliar a predição de falhas em materiais frágeis através do comportamento da curva-*R* aplicado a problemas de contato com o auxílio da distribuição de Weibull. No mesmo ano, Kocanda e Jaszal (2012) propuseram um método probabilístico que facilita a simplificação da descrição do crescimento de trinca por fadiga sob carregamento de amplitude variável e da estimação de vida à fadiga. Isso foi possível através do uso de equações diferenciais finitas com os coeficientes originais da fórmula de Paris que modelam a dinâmica do crescimento de trincas.

Na área de confiabilidade e fadiga, Ahmadi *et al.* (2011) investigaram o efeito do fator concentração de tensões na avaliação da integridade de estruturas com base em uma abordagem de confiabilidade à fadiga e na mecânica da fratura, Lee e Song (2012) estudaram a análise de confiabilidade baseada em elementos finitos de sequências de falhas induzidas por fadiga e Echard *et al.* (2014) apresentaram um método de análise de confiabilidade para projetos de fadiga considerando a influência da incerteza dos parâmetros que caracterizam as funções de capacidade e de demanda. Na área de fadiga e Teoria da Distância Crítica (TDC), Silva (2009) e Susmel e Taylor (2010) de forma independente propuseram uma metodologia híbrida para estimar o limiar de propagação de trincas. Mais tarde, Silva *et al.* (2012) apresentaram um estudo a respeito das limitações de aplicação dessa metodologia alternativa e levantaram questionamentos a respeito da influência da dispersão dos parâmetros de fadiga e de distância crítica, bem como da geometria do entalhe quanto ao gradiente de tensões na estimativa do limiar de propagação de trincas e da tensão de fadiga na distância crítica. No

mesmo ano, Araújo e Castro (2012) publicaram uma análise comparativa entre modelos multiaxiais de tensão e de trincas paradas baseadas na amplitude do fator de intensidade de tensão para fadiga por *fretting*. Em seguida, Zheng *et al.* (2013) propuseram uma modelagem numérica de trinca de fadiga baseada na TDC.

### 1.3. JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

No projeto de fadiga o uso da curva S-N está bem estabelecido. Carregamentos repetidos podem conduzir à falha do material mesmo quando os níveis de tensão são inferiores ao estado limite de falha que pode ser, por exemplo, o limite de escoamento. Estas curvas predizem a falha por fadiga sob solitação cíclica de amplitude constante, mas não incorporam informações relacionadas à detecção e medição da trincas (Stephens *et al.*, 2001; Cheung e Li, 2003). Além disso, a presença de descontinuidades geométricas afeta consideravelmente os níveis de falha por fadiga como investigou Gough (1924) ao introduzir o conceito de fator de sensibilidade a partir da necessidade de investigar a redução da resistência do material quando sob carregamentos dinâmicos. A Teoria da Distância Crítica (TDC) é um conjunto de propostas que avalia o efeito de descontinuidades geométricas na falha por fadiga considerando o gradiente de tensões na raiz do entalhe a partir de um comprimento característico (Taylor, 1999).

As análises determinísticas podem apresentar resultados incompletos sobre a segurança da estrutura por se valerem apenas de valores médios e não incorporarem a variabilidade de suas variáveis. Estas abordagens requerem informações aleatórias a respeito dos defeitos ou das trincas. Além disso, a aleatoriedade do carregamento, da geometria e das propriedades do material influenciam significativamente a confiabilidade da estrutura. Sendo assim, a fadiga juntamente com os métodos probabilísticos apresentam uma ferramenta muito útil para resolver estes problemas como endossam os seguintes autores: Xiang e Liu (2011), Lee *et al.* (2006), Lee e Kim (2006), Anderson (2005), Righiniotis e Chryssanthopoulos (2003) e Steven *et al.* (1996).

A possibilidade de prever o nível de segurança para dadas condições de carregamento e de estimar o grau de solitação que define um risco de falha aceitável são parâmetros relevantes para a equipe de projetos. O fato de considerar a dispersão das variáveis de entrada, tanto quanto seja possível, traz informações que agregam credibilidade e permitem identificar e

quantificar as principais fontes de incerteza que geram dispersão nos resultados a fim de dirimir e/ou mitigar erros de projeto. Estas são algumas das razões pelas quais o estudo em questão encontra aplicação prática e interesse comercial.

### **1.3.1. Objetivos**

O presente trabalho se insere no universo da interface entre fadiga e confiabilidade e tem por objetivo geral investigar o domínio de atuação do conceito de distância crítica do ponto de vista estocástico para entalhes severos e suaves. Nesse sentido, propõe como ferramenta de análise uma abordagem probabilística de falha por fadiga baseada na análise de confiabilidade considerando a Teoria da Distância Crítica na formulação da função de falha. Os objetivos específicos que contribuem para o objetivo geral deste tese são: *(i)* análise do comportamento estocástico da tensão na distância crítica, *(ii)* análise do comportamento estocástico da estimação do limiar de propagação de trincas, *(iii)* análise de sensibilidade dos parâmetros que controlam a falha por fadiga e *(iv)* análise de confiabilidade com base na margem de segurança e da probabilidade de falha.

A relevância deste trabalho se configura na possibilidade de *(i)* proporcionar a otimização da relação custo-benefício de projetos mecânicos a partir de fatores de segurança melhor definidos com base na probabilidade de falha; *(ii)* possibilitar projetos de componentes para uma probabilidade de falha especificada diante de condições de contorno específicas; e *(iii)* quantificar a contribuição de cada variável aleatória na variabilidade das propriedades de fadiga através de análise de sensibilidade.

## **1.4. ORGANIZAÇÃO DA TESE**

O conteúdo da tese está estruturado em 6 capítulos de modo que o Capítulo 1 introduz o trabalho apresentando sua motivação, o cenário histórico-científico em que a análise de confiabilidade e a fadiga se situam e destaca seus objetivos gerais e específicos.

O Capítulo 2 apresenta os conceitos mais relevantes de fadiga, os principais mecanismos de falha que integram este projeto de pesquisa desde suas bases fenomenológicas até seus principais modelos físicos e matemáticos. Nesse capítulo, descreve-se a abordagem S-N e a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), na sequência apresenta-se em detalhes o

mecanismo de falha por fadiga em componentes entalhados e revisita-se a Teoria da Distância Crítica (TDC).

O Capítulo 3 focaliza a análise de confiabilidade como instrumento de investigação probabilística da falha por fadiga passando pelas fontes e análise de incertezas que dão origem às variáveis aleatórias e suas correspondentes distribuições probabilísticas. Na sequência, os estados limites são pontuados com o intuito de definir as condições críticas de serviço de sistemas mecânicos ou estruturais. Por fim, o problema fundamental da confiabilidade – capacidade *versus* demanda – é tratado matematicamente e seus principais métodos numéricos são apresentados.

O Capítulo 4 descreve a metodologia em quatro etapas. A primeira apresenta a metodologia numérica básica para a modelagem em elementos finitos; a segunda versa sobre o comportamento estocástico da tensão na distância crítica; a terceira diz respeito ao comportamento estocástico da estimação indireta do limiar de propagação de trincas; e a quarta descreve o procedimento para a análise de confiabilidade à fadiga a partir da análise de sensibilidade, da margem de segurança e da probabilidade de falha.

O Capítulo 5 refere-se à apresentação e discussão dos resultados obtidos numericamente para a análise estocástica da tensão na distância crítica, para o estudo estocástico da estimação do limiar de propagação de trincas e do modelo de confiabilidade mediante a análise de sensibilidade dos parâmetros que controlam a fadiga e investigação da margem de segurança e da probabilidade de falha considerando a TDC na formulação da função de falha.

O Capítulo 6 é destinado a pontuar as conclusões mais relevantes, as contribuições e desdobramentos da tese, bem como apresentar as sugestões para trabalhos futuros. Por fim, o Apêndice apresenta em detalhes a caracterização à fadiga da liga de aço ASTM A743 CA6NM adotado e a descrição dos resultados numéricos para a margem de segurança de todos os casos analisados.

## **2. FADIGA E FRATURA**

### **2.1. INTRODUÇÃO**

A falha por fadiga é um processo de alteração permanente, progressivo e localizado que ocorre num material sujeito a condições que produzem tensões e deformações num ponto ou em vários pontos e que pode culminar em trincas ou em fratura completa do componente após um número suficiente de ciclos de solicitações (ASTM E1823, 2011). Conforme Meyers e Chawla (2009), a definição acima exclui o fenômeno de fadiga estática que descreve as tensões de corrosão que causam trincas em vidros e cerâmicos na presença de umidade. Esses materiais são expostos a crescimento de trinca subcrítico quando submetidos a carregamentos estáticos em ambientes agressivos.

Os materiais metálicos quando submetidos a tensões flutuantes ou repetitivas rompem-se a tensões muito inferiores às determinadas nos ensaios estáticos de tração e compressão. Alguns exemplos desses carregamentos são observados na Figura (2.1) tais como em reservatórios, no funcionamento de válvulas, mola de reação e equipamentos agrícolas. A ruptura que ocorre nessas condições de esforço é reconhecida como falha por fadiga. Esse fenômeno ocorre após um tempo considerável do material em serviço. À medida que o desenvolvimento tecnológico incorporou novos componentes e equipamentos submetidos continuamente a esforços dinâmicos e a vibrações, o fenômeno da fadiga passou a representar uma das maiores causas de falha em serviço de componentes de materiais metálicos. A falha por fadiga é particularmente imprevisível, pois acontece sem que haja qualquer aviso prévio (Garcia *et al.*, 2000).

### **2.2. MECANISMOS FÍSICOS DE FADIGA**

Metais de engenharia são compostos por agregados de pequenos grãos de cristal. Dentro de cada grão a estrutura também é anisotrópica devido à variação da orientação dos planos cristalinos que o compõem. Estas heterogeneidades não são oriundas apenas de características microestruturais, elas também podem ser provenientes de inclusões de outros materiais e até mesmo de defeitos internos gerados no processo de fabricação (vide Figura 2.2a), especialmente se houver soldagem (vide Figura 2.2b), ou ao longo do serviço como cita Pook (2000) e Murakami (2002).

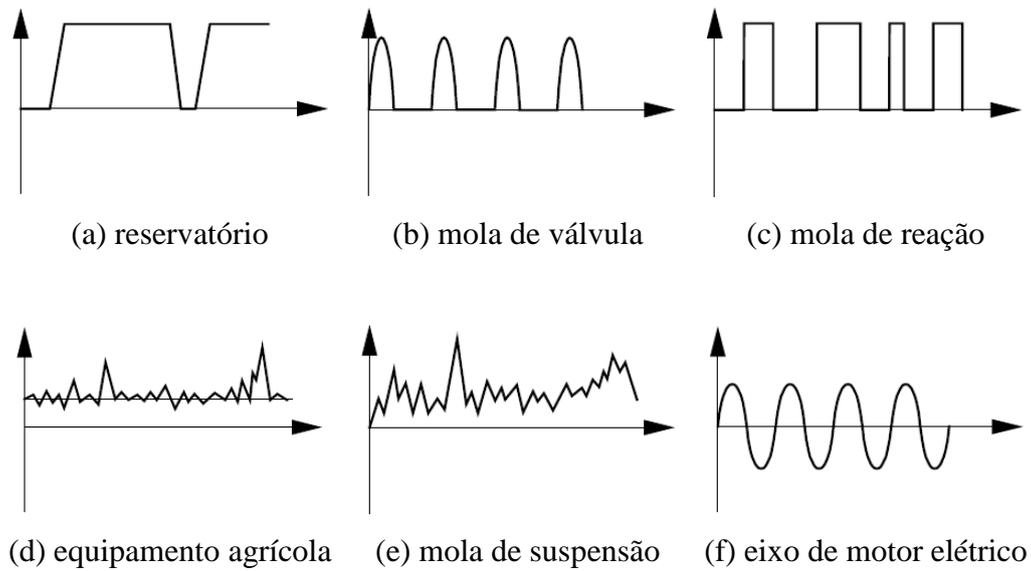
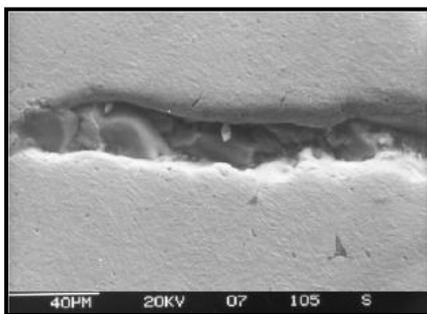
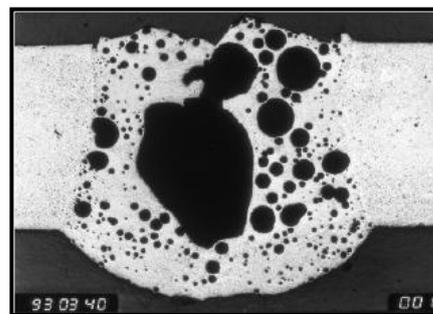


Figura 2.1. Exemplos de carregamentos aleatórios de fadiga (modificado de Rosa, 2002).

Como resultado, tem-se uma distribuição de tensões não uniforme. Além dessas, tem-se as causas macroestruturais que correspondem a regiões de discontinuidades geométricas como exemplifica a Figura (2.3). Nas regiões em que os níveis de tensão são elevados encontram-se os pontos preferenciais para o início do dano por fadiga de forma que os mesmos são denominados de concentradores de tensão.



(a) Inclusão de escória em forjamento



(b) Junta soldada sob pressão

Figura 2.2. Exemplos fontes iniciadoras de trincas: (a) inclusão e (b) junta soldada, adaptado de Rösler *et al.* (2007).

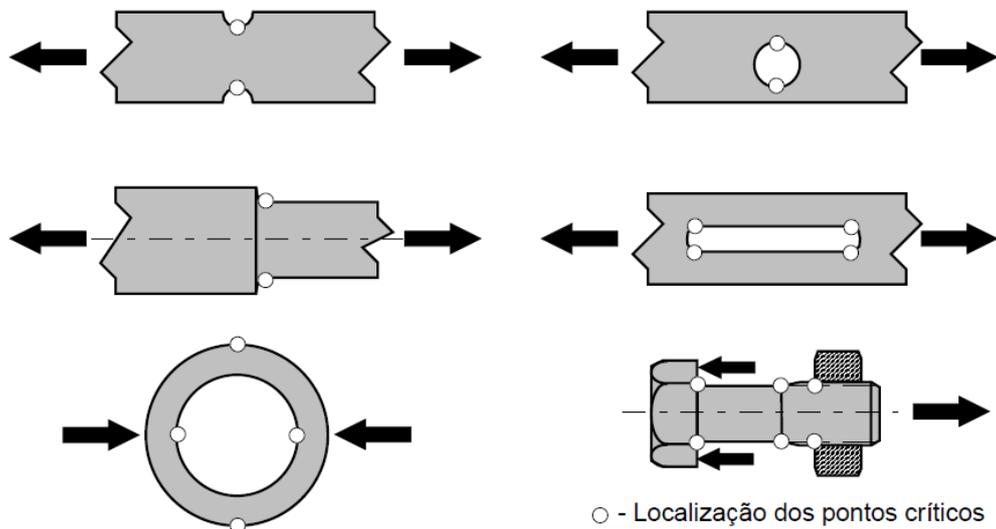


Figura 2.3. Exemplos de pontos críticos oriundos de regiões concentradoras de tensão (Rosa, 2002).

O mecanismo de falha por fadiga apresenta três estágios distintos: a (i) nucleação da trinca, a (ii) propagação da trinca e a (iii) falha catastrófica pela quebra do material como mostra a Figura (2.4). Os dois primeiros estágios foram introduzidos por Forsyth (1961).

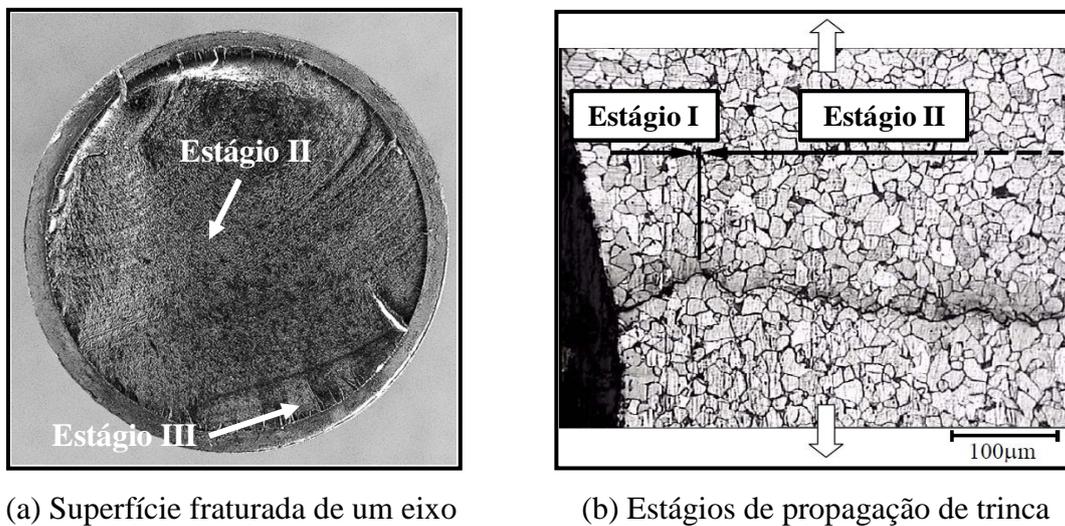


Figura 2.4. Estágios de propagação de trinca adaptado e modificado de (a) Bailey (2012) e (b) Meneghetti *et al.* (2007).

O período de iniciação da trinca é composto pelas bandas de cisalhamento, nucleação da trinca e pelo crescimento de microtrinca sendo bem caracterizado pelo fator concentração de tensão,  $K_t$ , quanto à falha por fadiga. O período de crescimento é formado pelo crescimento de macrotrinca e é descrito pelo fator de intensidade de tensão,  $K$ . A fratura repentina define a

ruptura do material de modo que é caracterizada pela tenacidade à fratura,  $K_c$ . A Figura (2.5) apresenta essas fases em esquema em nível adequado para este trabalho (Beden *et al.*, 2009).

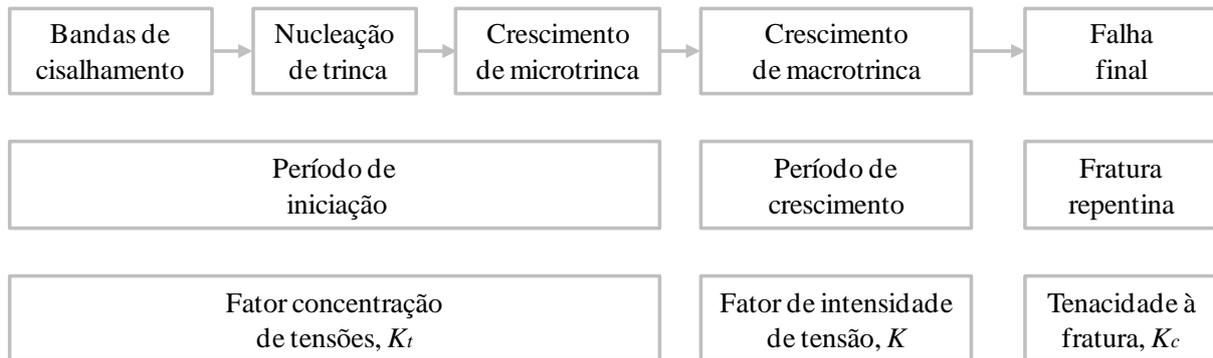
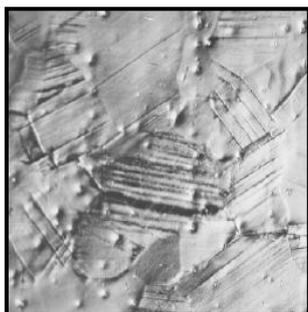


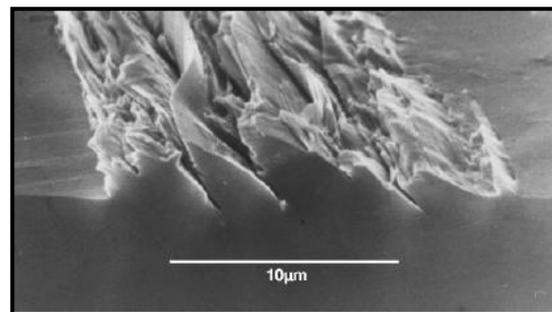
Figura 2.5. Diferentes fases de vida à fadiga e seus fatores relevantes (adaptado de Beden *et al.*, 2009).

### 2.2.1. Iniciação da trinca

O entendimento do período de nucleação da trinca ainda não está bem consolidado e é objeto de muitos estudos e pesquisas tanto no âmbito acadêmico quanto industrial. Envolve o estudo das ligações atômicas, contornos e formas de grãos da estrutura cristalina, bandas de escorregamento e interação da matriz metálica com as partículas não metálicas (Teixeira, 2004), vide Figura (2.6a).



(a) Bandas de cisalhamento

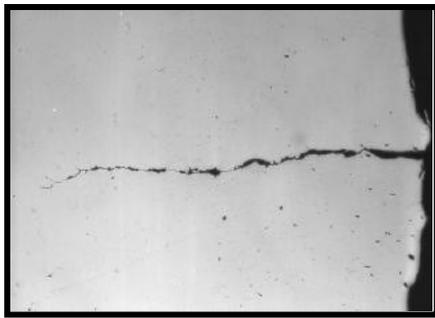


(b) Micrografia de extrusões

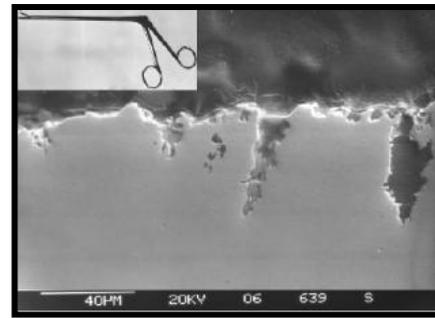
Figura 2.6. Micrografia de (a) bandas de cisalhamento e (b) extrusões, modificado de *apud* Rösler *et al.* (2007).

As trincas têm início em planos cisalhantes localizados, em regiões de alta concentração de tensão ou em regiões de baixa resistência local. Na prática, todos os componentes mecânicos apresentam descontinuidades que variam de microscópicas a macroscópicas. Elas podem ser introduzidas durante o processo de fabricação ou durante a manufatura. A nucleação de uma trinca por fadiga também pode ser potencializada por inclusões (Figura 2.2a), contornos de

grão, porosidade acentuada, defeitos de solidificação, concentração acentuada de defeitos na estrutura cristalina devido a processos de conformação (Figura 2.7a) e pontos de corrosão (Figura 2.7b) conforme Garcia *et al.* (2000).



(a) Defeito em haste de conexão



(b) Ataque corrosivo em tesoura

Figura 2.7. Catalisadores de trincas: (a) defeito em haste de conexão e (b) ataque corrosivo, modificado de *apud Rösler et al.* (2007).

Para regiões livres de defeitos, pode ocorrer escoamento local devido à concentração de tensão, mesmo que a tensão nominal no local esteja bem abaixo do valor da tensão de escoamento do material. A deformação plástica localizada causa distorções e cria bandas de deslizamento, regiões de intensa deformação devido a movimentos cisalhantes ao longo dos contornos dos cristais do material. Por outro lado, a presença de defeitos internos deve reduzir o tempo necessário para a nucleação de trincas, uma vez que esses defeitos já apresentam a conduta de concentrar localmente à tensão aplicada. À medida que os ciclos de tensão ocorrem, bandas de deslizamento adicionais aparecem e agrupam-se em trincas microscópicas. Materiais frágeis podem pular esse estágio inicial e proceder diretamente para propagação da trinca em locais de existência de vazios ou inclusões, que atuam como trincas microscópicas (Norton, 2004).

### 2.2.2. Propagação da trinca

Uma vez que a trinca nucleia e o carregamento persiste, a mesma tende a crescer ao longo do plano máximo de cisalhamento e através dos contornos de grãos (Brown e Miller, 1973). O processo de propagação é dividido em dois estágios, Figura (2.8). No estágio I, uma pequena trinca propaga através de um comprimento da ordem de poucos grãos ao longo do plano de máxima tensão cisalhante. O estágio II envolve o crescimento da trinca na direção normal ao plano do carregamento, vide Figura (2.4b e 2.8).

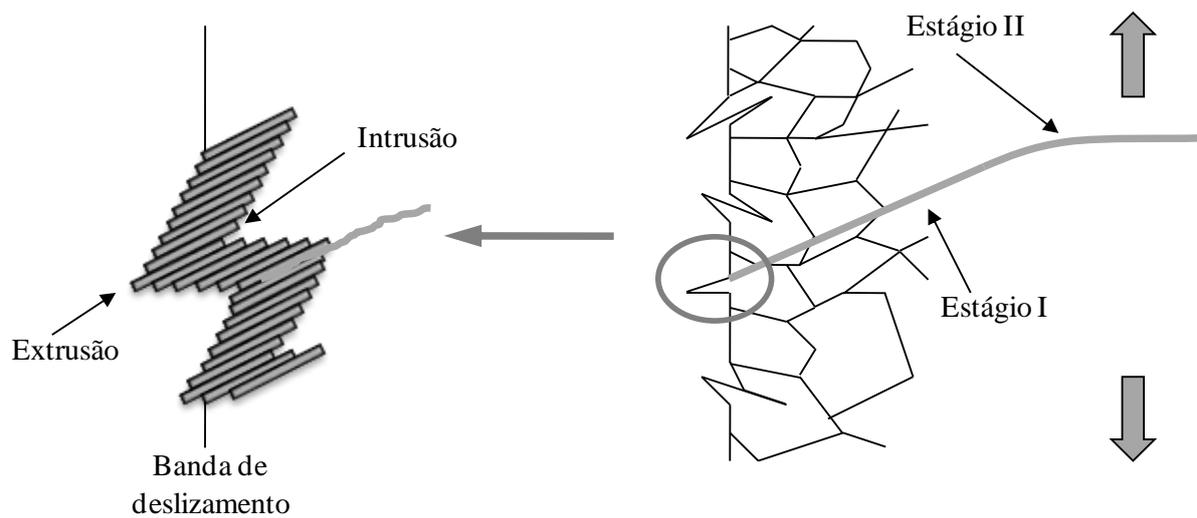
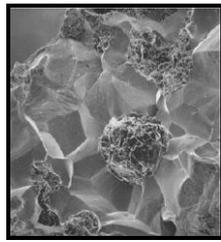


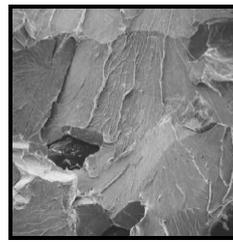
Figura 2.8. Estágios de propagação de trinca por fadiga (modificado de Lee *et al.*, 2005).

A trinca mais pontiaguda gera uma concentração de tensões maior que a proporcionada pelo entalhe original. Nesse ínterim, uma zona plástica se desenvolve na ponta da trinca cada vez que uma tensão de tração lhe alonga. Isso faz com que no estágio 2 a trinca seja menos afetada pelas propriedades microestruturais, pois a formação dessa zona é maior que a microestrutura do material. Por outro lado, essa zona ameniza as tensões na ponta da trinca e reduz a concentração de tensão efetiva. Assim a trinca cresce um pouco mais. Quando a tensão de fadiga passa a ser compressiva ou nula, a trinca se fecha. O escoamento cessa momentaneamente e a trinca se torna pontiaguda novamente com comprimento maior. Esse processo continua enquanto a tensão varia de valores abaixo da tensão de escoamento para outros acima da tensão de escoamento, na ponta da trinca (Norton, 2004).

A trinca se propaga em planos normais aos de tensão máxima de tração e o seu crescimento se deve à tensão de tração, ainda que tensões cisalhantes iniciem o processo de fadiga em materiais dúcteis. Sua propagação pode ser intergranular (trincas que se propagam pelos contornos de grãos) ou intragranular (trincas que se propagam através dos grãos), vide Figuras (2.9a e 2.9b) respectivamente. Além disso, tensões de compressão não contribuem com a propagação da trinca, visto que as mesmas tendem a fechá-las (Garcia *et al.*, 2000). A trinca em fadiga avança de maneira cíclica e a cada novo ciclo de tensão ou etapa de abertura/fechamento esse avanço deixa na superfície de fratura marcas características que podem ser observadas ao microscópio eletrônico como mostra a Figura (2.10).

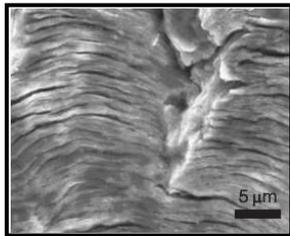


(a) fratura intergranular

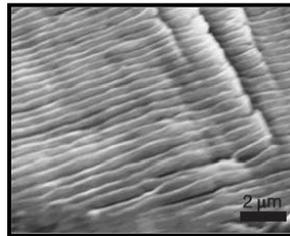


(b) fratura transgranular frágil

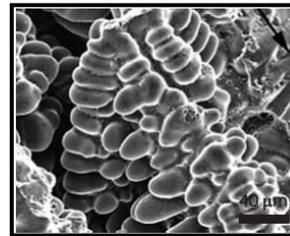
Figura 2.9. Aspectos microscópicos de fratura (a) intergranular e (b) transgranular frágil por clivagem de aço dúctil com ampliação de 500x (*apud* Liu, 2005).



(a) aço



(b) liga de alumínio



(c) alumínio fundido

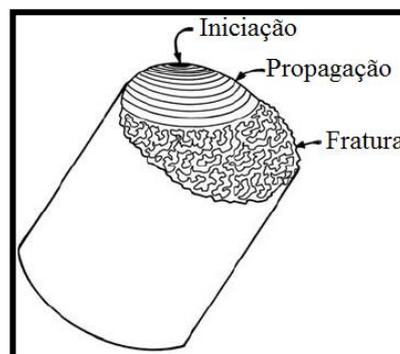
Figura 2.10. Estrias por fadiga em (a) aço, (b) liga de alumínio AA2024-T42 e (c) liga de alumínio fundido, adaptado de Totten (2008).

### 2.2.3. Falha catastrófica

Enquanto as tensões trativas perdurarem suficientemente a trinca continuará a crescer. Em um dado momento, a trinca assumirá um tamanho grande o bastante para elevar o fator de intensidade tensão do material,  $K$ , na extremidade da trinca até o nível de tenacidade à fratura,  $K_c$ , quando ocorrerá uma falha repentina de maneira instantânea. A Figura (2.11) mostra a superfície de falha de um eixo e ilustra a porção do material que rompeu catastróficamente quando a trinca atingiu seu tamanho limite (Callister, 2007).



(a) Superfície de falha de um eixo.



(b) Esquema de superfície de falha.

Figura 2.11. (a) Superfície de falha de um eixo (Lassen e Récho, 2006) e (b) esquema de superfície de falha adaptado de Meyers e Chawla (2009).

## 2.3. ABORDAGEM TENSÃO-VIDA

### 2.3.1. Curva S-N

A abordagem Tensão-Vida ( $S-N$ ) consiste na caracterização da vida à fadiga em termos da tensão nominal. Wöhler (1870), analisando o processo de fadiga em eixos ferroviários, sugeriu um diagrama denominado de curva  $S-N$ , Figura (2.12), que relaciona a amplitude de tensão nominal em um corpo de prova padrão com o número de ciclos até a fratura. Em 1910, Basquin notou que os dados gerados poderiam ser descritos por um modelo linear, em escala log-log, para os casos em que os dados de fadiga são provenientes de amostras aleatórias.

Para alguns tipos de material, como os metais ferrosos e o titânio, verifica-se experimentalmente um patamar de vida constante abaixo do qual se tem, teoricamente, vida infinita. Este patamar é conhecido como limite de fadiga e ocorre tipicamente entre  $10^6$  e  $10^7$  ciclos (Susmel e Taylor, 2007), ou seja, nessas condições, as falhas não devem acontecer. Do ponto de vista científico, o limite de fadiga pode ser definido em termos da formação de trincas não propagantes de acordo com Frost (1957 e 1959), Miller (1993) e Akiniwa *et al.* (2001), como pode ser visto na Figura (2.13). Todavia, para metais não ferrosos tal limite não é bem definido, como mostra a Figura (2.12). Nesses casos, define-se o limite de fadiga acima de  $10^7$  ciclos (Susmel e Taylor, 2007). A resistência à fadiga é a tensão correspondente a uma vida específica de fadiga de alto ciclo.

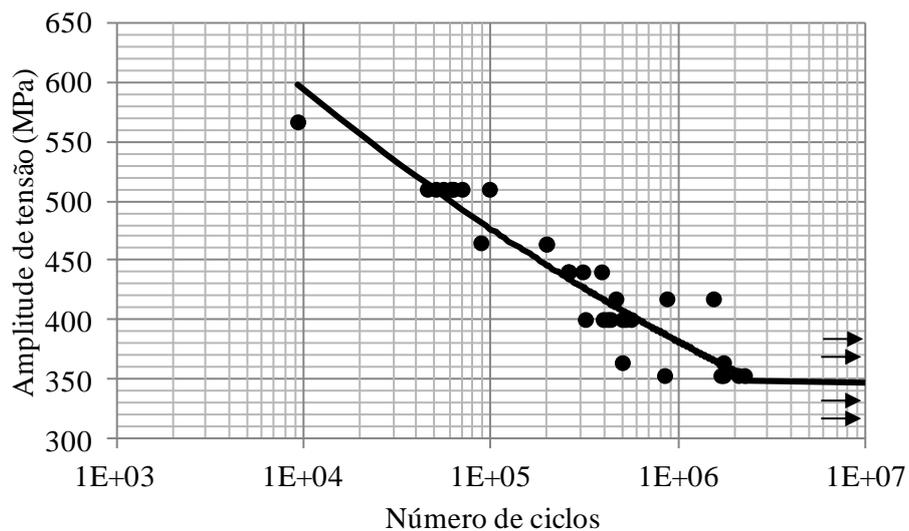


Figura 2.12. Curva S-N para o aço ASTM A743 CA6NM,  $R = -1$  (Silva *et al.*, 2011).

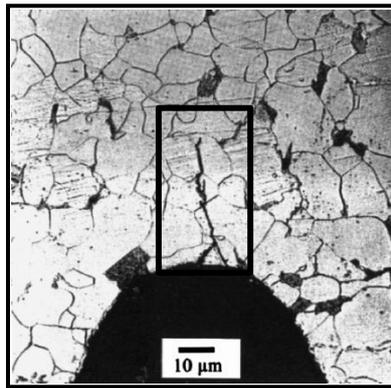


Figura 2.13. Trincas não propagantes na raiz de um entalhe, modificado de apud Schijve (2009).

A Equação (2.1) formula matematicamente a proposta de Basquin (1910), onde  $\sigma_a$  é a tensão alternada,  $N_f$  é o número de ciclos de fadiga,  $A$  é o coeficiente de resistência à fadiga e  $b$  é o expoente de resistência à fadiga, sendo os dois últimos parâmetros são determinados experimentalmente. A notação comumente utilizada para caracterizar um carregamento cíclico com amplitude constante é mostrada na Tabela (2.1).

$$\sigma_a = A(N_f)^b \quad (2.1)$$

Tabela 2.1. Definições de carregamentos cíclicos com amplitude constante.

Representação gráfica	$\sigma_a = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$	Tensão alternada
	$\sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} + \sigma_{m\acute{i}n}}{2}$	Tensão média
	$\Delta\sigma = \sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}$	Amplitude de tensão
	$R = \frac{\sigma_{m\acute{i}n}}{\sigma_{m\acute{a}x}}$	Razão de carregamento

Devido a heterogeneidades microestruturais, diferenças superficiais, variáveis metalúrgicas, alinhamento do corpo de prova no equipamento, efeito da razão de carregamento, a frequência dos ensaios e do meio, por exemplo, os resultados de vida à fadiga são bem dispersos. Essa variação no valor da vida em fadiga,  $N$ , para vários corpos sob o mesmo nível de tensão pode levar a incertezas de projeto significativas quando a vida em fadiga e/ou a resistência à fadiga estiverem sendo consideradas (Callister, 2007). Uma vez que os resultados experimentais são obtidos, geralmente, em condições controladas em laboratório, espera-se que o limite de

fadiga de um componente mecânico ou estrutural não corresponda ao seu real valor. Shigley *et al.* (2006) apontaram algumas variáveis que corroboram para essa dispersão: material (composição e variabilidade), manufatura (método, tratamento térmico, corrosão por microabrasão, condição de superfície e concentração de tensões), ambiente (corrosão, temperatura, estado de tensão e tempo de relaxação) e projeto (tamanho, forma, vida, estado de tensão, concentração de tensão, velocidade, microabrasão e escoriação).

### **2.3.2. Métodos de Determinação do Limite de Resistência à Fadiga**

A fim de determinar as características estatísticas do limite de fadiga, dois métodos foram propostos: (i) método da projeção do raio (Wirshing, 1983) e o (ii) método da projeção paralela. Ambos assumem que os dados do limite de fadiga de alto ciclo podem ser extrapolados a partir de dados de fadiga de baixo ciclo. Os dados típicos de baixo ciclo, a amplitude de tensão,  $\sigma_a$ , e o número de ciclos de fadiga,  $N_f$ , são definidos pela equação de Basquin, Equação (2.1). O método proposto por Wirshing admite que a distribuição do limite de fadiga possa ser extrapolada para um dado número de ciclos por linhas de ajuste que relacionam a resistência à fadiga e o conjunto de dados de fadiga de baixo ciclo. Por outro lado, o método da projeção paralela assume que o expoente de resistência à fadiga,  $b$ , é uma constante, pois o mesmo está mais relacionado ao mecanismo de falha do que à variabilidade das propriedades materiais (Lin *et al.*, 2001).

Sendo assim, os dados experimentais podem ser ajustados pelo método dos mínimos quadrados e o coeficiente,  $A$ , e o expoente,  $b$ , de resistência à fadiga podem ser determinados. Consequentemente, a trajetória de falha com decaimento constante pode ser obtida definindo a distribuição do limite de fadiga para uma vida específica. Lin *et al.* (2001) verificou através de simulações estatísticas que o método da projeção paralela é mais adequado do que o método da projeção do raio para predizer a resistência à fadiga. Segundo Nicholas (2006) para um conjunto limitado de ensaios, o Método da Escada apresenta resultados bem próximos aos encontrados pela Projeção Paralela quanto ao limite de fadiga. Durante anos, esse parâmetro material foi tido como uma constante. Diferentemente, aquele método assume que a resistência à fadiga é uma variável estatística. Epremian e Mehl (1952) apontaram em seus primeiros trabalhos experimentais que o limite de resistência à fadiga é um parâmetro aleatório e não determinístico.

### 2.3.2.1. Método da Escada

Durante os primeiros estudos estatísticos a respeito do número de ciclos para a fratura, Ranson e Mehl (1949) introduziram um novo método estatístico e abreviado conhecido por *Staircase Testing* que é largamente usado até hoje. As principais distribuições que são usadas para modelar os resultados são a Normal e a Weibull, contudo as distribuições Lognormal e Mínimo Extremo Valor também são úteis (Nicholas, 2006).

Duas técnicas de redução de dados são usadas na determinação dos parâmetros estatísticos dos resultados experimentais: o método de Dixon-Mood (1948) e o método de Zhang-Kececioglu (1998). Ambos são derivados da estimativa de máxima verossimilhança e podem assumir as distribuições Normal e Weibull para modelar a resistência à fadiga, respectivamente. Segundo Lin *et al.* (2001), o método de Dixon-Mood apresenta predições melhores e mais conservativas do que o método de Zhang-Kececioglu.

O método de Dixon-Mood, popularizado por Little (1972), utiliza uma metodologia sistematicamente simples em que o corpo de prova é testado em uma dada tensão inicial para um número específico de ciclos ou até a falha. Inicialmente, o limite de fadiga e o seu desvio padrão são estimados, por exemplo, através do método da projeção paralela ou curva *S-N*. Em seguida, o experimento tem início em uma tensão um pouco acima da média estimada. Se o corpo de prova falhar antes da vida analisada, o próximo espécime será ensaiado em um nível menor de tensão. Caso contrário, um novo ensaio será conduzido em um nível mais alto de tensão. Dessa forma, cada ensaio é dependente do ensaio anterior e o experimento prossegue com o nível de tensão aumentando ou diminuindo (Lee *et al.*, 2005). Esse procedimento é ilustrado na Figura (2.14). Experimentos conduzidos com os degraus, espaçamento entre os níveis de tensão, não uniformes podem ser estatisticamente mais eficientes do que os uniformes, entretanto sua análise é mais morosa tornando-os menos usuais do ponto de vista prático (Little, 1972).

O procedimento estatístico-matemático foi apresentado por Dixon e Mood (1948) e também está registrado na ASTM STP 91-A (1963). O mesmo preceitua que a média,  $\mu_{DM}$ , e o desvio padrão,  $\sigma_{DM}$ , sejam determinados pelo uso dos dados de menor frequência, isto é, ou somente as falhas ou somente as sobrevividas. Os níveis de tensão,  $S_i$ , são numerados,  $i$ , e igualmente espaçados com um degrau,  $d$ , escolhido previamente, onde  $i = 0$  é definido para o nível de

menor tensão,  $S_0$ . O incremento de tensão,  $d$ , deve estar dentro de um intervalo que vai da metade ao dobro do desvio padrão do limite de fadiga estimado inicialmente (Lin *et al.*, 2000) ou ser menor que 5% deste mesmo limite de fadiga médio (Lee *et al.*, 2005).

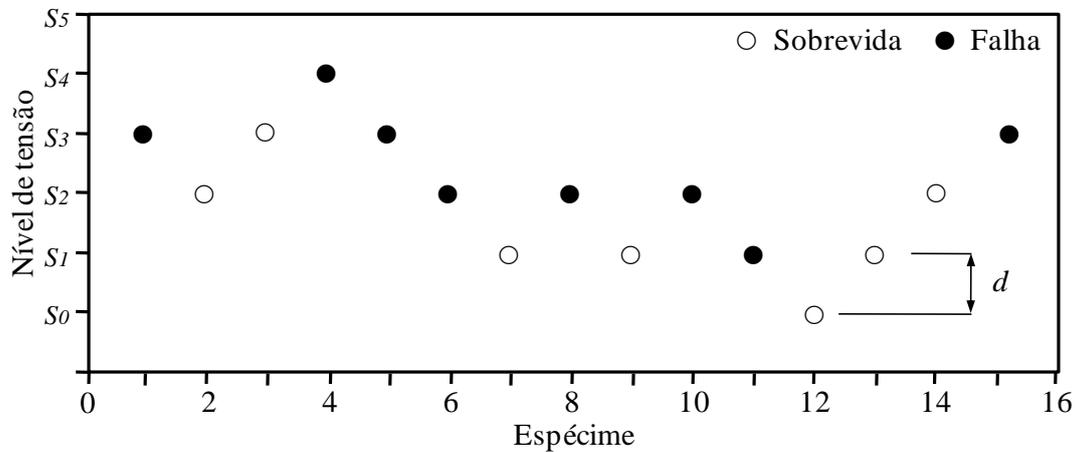


Figura 2.14. Exemplo do Método da Escada

Os propositores do método sugeriram que o degrau seja menor do que o dobro do desvio padrão (Dixon e Mood, 1948). Seus trabalhos originais apontaram um valor entre  $2/3$  e  $3/2$  do desvio padrão (Pollak, 2006a). Simulações recentes conduzidas por Pollak (2006b) testificaram que independente do tamanho da amostra, incrementos de tensão maiores conduzem a um maior erro na estimação da dispersão, entretanto, leva á redução da variância. A partir do mesmo trabalho observa-se que para valores de degrau da ordem de 1,6 a 1,75 do desvio padrão obtém-se erro na dispersão e dispersão menores em relação a pequenos valores de degrau.

Denotando por  $n_i$ , o número de eventos menos frequentes em um nível de tensão,  $i$ , duas quantidades  $A$  e  $B$  podem ser calculadas de acordo com a Equação (2.2) e a Equação (2.3), respectivamente.

$$A = \sum i.n_i \quad (2.2)$$

$$B = \sum i^2.n_i \quad (2.3)$$

A Equação (2.4) apresenta a estimativa da média.

$$\mu_{DM} = S_0 + d \left( \frac{A}{\sum n_i} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (2.4)$$

onde o sinal positivo (+) é usado se o evento mais frequente for a falha e o sinal negativo (-), se for a sobrevida. O desvio padrão é estimado pela Equação (2.6) ou pela Equação (2.8). O importante é notar que o cômputo das observações é baseado na incidência de valores do evento de menor frequência: falha ou sobrevida (Nicholas, 2006).

Se

$$\frac{B \sum n_i - A^2}{(\sum n_i)^2} \geq 0.3 \quad (2.5)$$

então

$$\sigma_{DM} = 1.62d \left[ \frac{B \sum n_i - A^2}{(\sum n_i)^2} + 0.029 \right] \quad (2.6)$$

Caso contrário, se

$$\frac{B \sum n_i - A^2}{(\sum n_i)^2} < 0.3 \quad (2.7)$$

então

$$\sigma_{DM} = 0.53d \quad (2.8)$$

O Método da Escada é popularmente conhecido por estimar o limite de resistência à fadiga a partir de uma amostra relativamente pequena (Brownlee, 1953). Como dito anteriormente, geralmente os resultados são analisados usando o método da máxima verossimilhança ou pelas aproximações de Dixon e Mood para a determinação da estimativa média e do desvio padrão. Nesse sentido, Braam e van der Zwaag (1998), Svensson e de Maré (1999), Lin *et al.*

(2001) e Rabb (2003) trabalharam no sentido de avaliar e melhorar a confiabilidade do desvio padrão estimado por estes métodos propondo correções para o mesmo. Svensson *et al.* (2000) propuseram um fator de correção linear chamado de correção de Svensson-Lóren e encontraram uma melhora significativa no erro da dispersão quando da avaliação do procedimento de máxima verossimilhança para o Método da Escada. A Equação (2.9) mostra a estimativa linear para o desvio padrão corrigido por Svensson-Lóren,  $\sigma_{SL}$ , onde  $\sigma_{DM}$  é o desvio padrão baseado em Dixon e Mood e  $N$  é o número total de corpos de prova testados.

$$\sigma_{SL} = \sigma_{DM} \left( \frac{N}{N-3} \right) \quad (2.9)$$

Na sequência, um fator de correção não linear mais elaborado foi desenvolvido com base em simulações e proposto para amostras pequenas. O novo fator, Equação (2.10), contabiliza o tamanho da amostra e do degrau. De forma que  $A$ ,  $B$  e  $m$  são constantes baseadas no número de espécimes, vide Tabela (2.2), e  $s$  é o desvio padrão.

$$\sigma_{SLC} = A\sigma_{DM} \left( \frac{N}{N-3} \right) \left( B \frac{\sigma_{DM}}{s} \right)^m \quad (2.10)$$

Tabela 2.2. Constantes do fator de correção não linear (Pollak *et al.*, 2006).

Número de espécimes	$A$	$B$	$m$
8	1,30	1,2	1,72
10	1,08	1,2	1,10
12	1,04	1,2	0,78
15	0,97	1,2	0,55
20	1,00	1,2	0,45
30	1,00	1,2	0,22
50	1,00	1,2	0,15
> 50	Usar Svensson-Lóren		

Na tentativa de minimizar os erros da estimativa da variabilidade da resistência à fadiga, o método *bootstrapping* foi identificado como um possível meio de reduzi-los. O *bootstrap* é uma base de simulação de dados que utiliza múltiplas configurações a partir dos dados reais para melhorar a inferência estatística sobre a população (Efron e Tibshirani, 1993). De acordo com Pollak (2006) esse método pode ser resumido na seguinte declaração: Assumindo que os dados coletados representam com precisão a verdadeira distribuição, quais são os outros

resultados que poderiam ser obtidos se o teste fosse repetido? O algoritmo de *bootstrap* aplicado ao Método da Escada é baseado na associação de probabilidades de falha usando o número de sobrevividas e falhas em cada nível de tensão. Seguindo os mesmos passos de um ensaio real e considerando as mesmas variáveis (tensão inicial, degrau e número de espécimes) a simulação é realizada. No entanto, este método carece de pelo menos quatro níveis de tensão para ser efetivo. A combinação da correção do erro e o *bootstrapping* provê um resultado mais robusto e confiável para a dispersão quando se usa a abordagem de Dixon-Mood (Pollak, 2006). Ainda sobre esse tema, recentemente Wallin (2011) propôs a utilização da distribuição Binomial como alternativa para a obtenção de melhores limites de confiança. O mesmo foi além ao declarar que o método da Escada não é recomendado para estimar a dispersão da resistência à fadiga.

### 2.3.3. Efeito da Tensão Média na Propagação de Trinca

Embora a amplitude de tensões governe a iniciação e a propagação de trincas, a tensão média de tração acelera e a tensão média de compressão retarda o processo de fadiga (Mann, 2006). Inicialmente, modelos empíricos foram propostos por Gerber em 1874, Goodman em 1899, Haigh em 1917 e Soderberg em 1930 para descrever o efeito da tensão média na resistência de fadiga de alto ciclo, conforme Lee (2005), Dowling (1999) e Radaj (1995). Gerber sugeriu um modelo parabólico e Goodman, um modelo linear para analisar os dados em um gráfico  $(\sigma_{\max}/\sigma_u)$  versus  $(\sigma_{\min}/\sigma_u)$ , vide Equações (2.15) e (2.14), respectivamente. Haigh foi o primeiro a apresentar os dados de fadiga em um gráfico  $\sigma_a$  versus  $\sigma_m$ . Com o intuito de resolver problemas sob condições com relativamente baixa amplitude e considerável tensão média, Smith, Watson e Topper – SWT (Smith *et al.*, 1970) sugeriram um modelo em que a tensão equivalente ao limite de resistência à fadiga para carregamento alternado é expresso pela Equação (2.16). No mesmo ano, Walker (1970) apresentou um critério semelhante usando um fator  $\gamma$  que proporciona o ajustamento da curva em relação aos dados experimentais, Equação (2.17).

A partir de considerações empíricas, Berkovits e Fang (1993) e Kwofie (2001) propuseram um modelo matemático para descrever o efeito da tensão média no comportamento do limite de fadiga. Esse modelo consiste na substituição da constante da relação de Basquin por uma função que depende da tensão média,  $\sigma_m$ , do limite de resistência à fadiga para carregamento

reverso,  $\sigma_{ar}$ , da resistência à tração,  $\sigma_{rt}$ , da tensão de escoamento,  $\sigma_y$ , e de uma constante  $\alpha$  que depende da hipótese adotada inicialmente, vide Equação (2.11).

$$\sigma_a = \sigma_{ar} e^{\left(-\alpha \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}}\right)} \quad (2.11)$$

Expressando a Equação (2.11) em série de potência, tem-se a Equação (2.12).

$$\sigma_a \cong \sum_{i=0}^N \frac{1}{i!} \left(-\alpha \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}}\right)^i \quad (2.12)$$

Considerando que o argumento da função exponencial tende a zero, o termo de ordem superior converge rapidamente para zero também. Neste caso, a Equação (2.12) assume a forma da Equação (2.13). A Tabela (2.3) apresenta alguns modelos que podem ser facilmente obtidos a partir de hipóteses específicas para o valor de  $\alpha$ .

$$\sigma_a \cong \sigma_{ar} \left(1 - \alpha \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}}\right) \quad (2.13)$$

A principal razão pela qual a propagação de trinca varia com a razão de carregamento é o fechamento da trinca. Walker (1970) e Elber (1971) foram os precursores na investigação desse tema para ligas de alumínio. Elber propôs uma relação que modelasse a amplitude do fator intensidade tensão efetivo para a liga de alumínio 2024-T3 com validade para  $-0,1 \leq R \leq 0,7$ . Anos depois, Schijve (1981) a modificou para abranger um intervalo maior:  $-1 \leq R \leq 1$ . Walker (1970) propôs uma amplitude de tensão,  $\Delta\sigma_{Walker}$ , para  $R = 0$ , como uma função da máxima tensão,  $\sigma_{max}$ , e da razão de carregamento,  $R$ , vide Equação (2.18). Expressando  $\sigma_{max}$  em termos da amplitude de tensão e de  $R$ , temos a Equação (2.19).

$$\Delta\sigma_{Walker} = (1 - R)^\gamma \sigma_{max} \quad (2.18)$$

$$\Delta\sigma_{Walker} = \frac{\Delta\sigma}{(1 - R)^{1-\gamma}} \quad (2.19)$$

Tabela 2.3. Soluções particulares do modelo de Kwofie (Silva *et al.*, 2010).

Hipóteses	Equação resultante	Modelo	Equação
$\alpha = 1$	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}} = 1$	Goodman	(2.14)
$\alpha = f\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}}\right) = \frac{\sigma_m}{\sigma_{rt}}$	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right)^2 = 1$	Gerber	(2.15)
$\alpha = f(R, \sigma_{rt}, \sigma_m) = -\frac{\sigma_{rt}}{2\sigma_m} \ln\left(\frac{1-R}{2}\right)$	$\sigma_a = \sigma_{ar} \left(\frac{1-R}{2}\right)^{0.5}$	SWT	(2.16)
$\alpha = f(R, \sigma_{rt}, \sigma_m) = -\frac{\sigma_{rt}}{\gamma\sigma_m} \ln\left(\frac{1-R}{2}\right)$	$\sigma_a = \sigma_{ar} \left(\frac{1-R}{2}\right)^\gamma$	Walker	(2.17)

## 2.4. PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA

O estudo da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) se origina no estudo das tensões na vizinhança de uma trinca. Essa descontinuidade geométrica, quando solicitada, apresenta um campo de tensões específico conforme o tipo de carregamento. A Figura (2.15) ilustra os três principais tipos de movimentos relativos das superfícies de uma trinca. O modo I está relacionado ao carregamento trativo, o modo II diz respeito ao cisalhamento no plano e o modo III, ao cisalhamento fora do plano. O campo de tensões, na vizinhança da trinca, é delineado a partir de uma combinação desses modos (Meneghetti *et al.*, 2007).

Nessa abordagem, a trinca pode ser avaliada em termos de um parâmetro denominado fator de intensidade de tensão,  $K$ , introduzido independentemente por Irwin (1957) e Williams (1957) com o propósito de quantificar o campo de tensões no regime elástico. Para cada modo citado anteriormente existe um fator intensidade tensão correspondente ( $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ ), de modo que o valor crítico,  $K_{Ic}$ , para o modo I é uma propriedade material reconhecida como tenacidade à fratura. Considerando uma placa infinita com uma trinca sujeita a um carregamento cíclico uniaxial, ilustrada na Figura (2.16), o campo de tensões em torno da trinca pode ser função da amplitude do fator intensidade de tensão,  $\Delta K$ , conforme a Equação (2.20). De maneira que  $F$  é um fator de correção da forma e do carregamento,  $\Delta\sigma_{remota}$  é a tensão aplicada desconsiderando o tamanho da trinca e  $a$  é o tamanho da trinca. Este campo de tensões pode ser descrito pelas Equações (2.21), (2.22) e (2.23), para o modo I de carregamento.

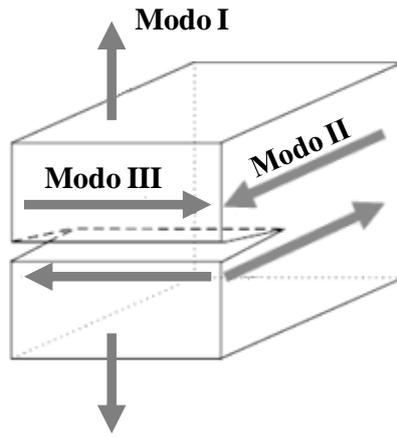


Figura 2.15. Modos de falhas por fadiga.

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = F \Delta \sigma_{remota} \sqrt{\pi a} \quad (2.20)$$

$$\Delta \sigma_x = \frac{\Delta K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.21)$$

$$\Delta \sigma_y = \frac{\Delta K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.22)$$

$$\Delta \tau_{xy} = \frac{\Delta K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.23)$$

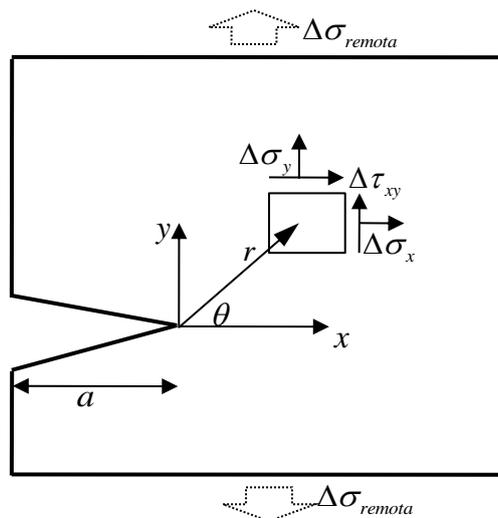


Figura 2.16. Placa com trinca sujeita a carregamento cíclico uniaxial

Esta abordagem foca sua atenção no mecanismo de propagação de trincas de um tamanho inicial,  $a_0$ , até um tamanho crítico,  $a_c$ , no qual ocorrerá fratura. A Figura (2.17) mostra a correlação entre a taxa de crescimento da trinca por ciclo de carregamento,  $da/dN$ , e a variação do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ . A região I corresponde ao início da trinca e caracteriza-se por valores pequenos de  $\Delta K$ , além disso, há grande dependência da microestrutura e das propriedades do material. Para magnitudes maiores de  $\Delta K$  (região II), a taxa de crescimento da trinca é mais estável, depende pouco da microestrutura e do material, é sensível à combinação do meio, da variação da tensão média, da frequência e pode ser governada por uma lei de potência que segundo Paris e Erdogan (1963) pode ser descrito pela Equação (2.24), também chamada de lei de Paris, onde  $C$  e  $m$  são constantes materiais. Na região III a trinca cresce instavelmente e depende diretamente da microestrutura, do efeito da razão de carregamento, da espessura e ocorre rapidamente (Sharan e Dung, 2012).

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.24)$$

Frost e Dugdale (1957) observaram experimentalmente que para valores abaixo de  $\Delta K_{th}$  não ocorre a propagação de trincas, tendo em vista que as alterações ainda se encontram no âmbito atômico. Suas pesquisas indicaram uma significativa desaceleração na taxa de crescimento de trincas a baixas tensões. Portanto, ele sugeriu a existência de um limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , abaixo do qual não deveria haver crescimento das mesmas. Este valor limite é uma propriedade do material que pode ser determinado por um procedimento padrão avaliado por normas específicas de ensaio (ASTM E647-11e1, 2011).

É importante ressaltar que o comportamento da propagação de uma trinca é fortemente influenciado pelas tensões médias, condições ambientais e pela microestrutura do material na região I, todavia a região II não depende da microestrutura. A determinação do  $\Delta K_{th}$  não depende da espessura do corpo de prova utilizado, entretanto a determinação do fator intensidade tensão crítico,  $K_c$ , na região III, exige um estado de deformação plana. Sendo assim,  $\Delta K_{th}$  é uma propriedade material que varia conforme o material e a razão de carregamento.

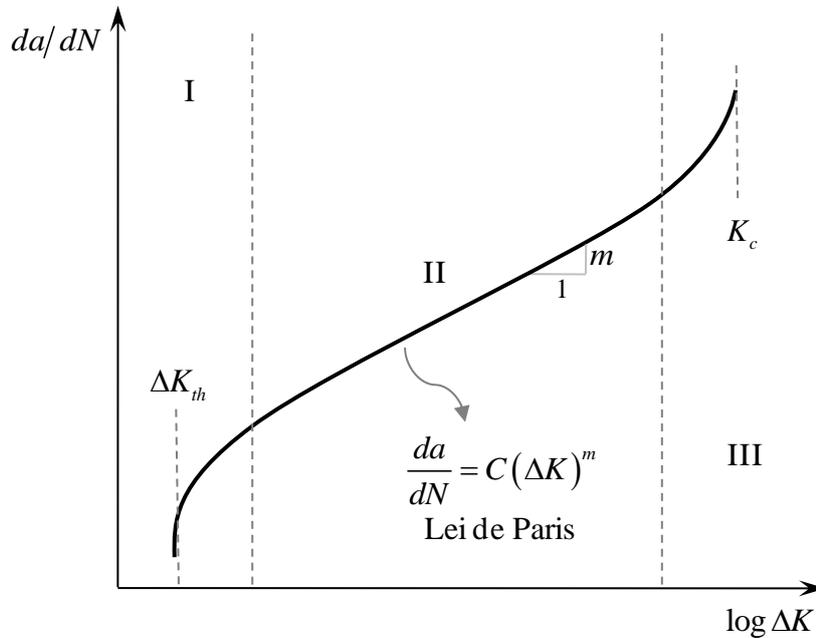


Figura 2.17. Taxa de crescimento da trinca *versus* variação do fator de intensidade de tensão

#### 2.4.2. Efeito da Tensão Média na Propagação de Trinca

Expressando a Equação (2.19) em termos da amplitude do fator intensidade tensão, temos a Equação (2.25), a partir da consideração feita na Equação (2.18). Para razões de carregamento positivas os valores de  $\gamma$  variam entre 0,3 e 0,8 que indicam forte e fraca dependência da tensão média, respectivamente, conforme Mann (2006).

$$\Delta K_{\text{Walker}} = \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\gamma}} \quad (2.25)$$

Durante o fechamento da trinca o componente está solicitado compressivamente e por isso não há propagação. Nesse caso específico o expoente de Walker,  $\gamma$ , é nulo. O real comportamento de fechamento é complicado em virtude da rugosidade superficial, da oxidação e da zona de deformação plástica antes da frente de propagação da trinca, entre outros fatores. Nesse sentido, a amplitude do fator intensidade de tensão efetivo,  $\Delta K_{\text{eff}}$ , é comumente definido pela Equação (2.26), onde  $\Delta K_{op}$  é o fator intensidade tensão em que a trinca se abre e que geralmente é positivo, mas pode ser negativo.

$$\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{op}} \quad (2.26)$$

Sendo assim, para expressar a abertura completa e o seu fechamento em um carregamento cíclico, a Equação (2.26) pode ser reescrita como na Equação (2.27).

$$\Delta K_{\text{eff}} = \begin{cases} K_{\text{max}} - K_{\text{op}}, & \text{se } K_{\text{min}} \leq K_{\text{op}} \\ K_{\text{max}} - K_{\text{min}} = \Delta K, & \text{se } K_{\text{min}} \geq K_{\text{op}} \end{cases} \quad (2.27)$$

Sabendo que razão de tensão na qual a trinca começa a ficar completamente aberta pode ser representada por  $R_{\text{eff}}$ , a Equação (2.28) pode ser perfeitamente disposta de acordo com a Equação (2.31).

$$\Delta K_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{1-R_{\text{eff}}}{1-R} \Delta K, & \text{se } R \leq R_{\text{eff}} \\ \Delta K, & \text{se } R \geq R_{\text{eff}} \end{cases} \quad (2.28)$$

### 2.4.3. Comprimento Característico, $L$ .

Sabendo que trincas curtas são definidas como aquelas cujo tamanho é menor do que dez vezes o comprimento característico,  $L$ , Kitagawa e Takahashi (1976) propuseram a existência de um tamanho crítico de trinca abaixo do qual  $\Delta K$  decresce com a taxa de crescimento da trinca. A Figura (2.18) ilustra o diagrama de Kitagawa-Takahashi que sintetiza a aproximação de duas curvas assintóticas de modo que a intersecção entre as mesmas define o comprimento característico proposto por El Haddad *et al.* (1980). Anos depois, Yates e Brown (1987) sugeriram que o comprimento máximo de uma trinca não propagante seja igual à constante de trinca curta proposta por El Haddad *et al.* (1979b). De acordo com o modelo de Yates e Brown o comprimento de uma trinca não propagante depende de propriedades materiais de fadiga e da geometria do componente. Todavia, Taylor (2001) sugeriu que o comprimento máximo desse tipo de trinca depende apenas de propriedades materiais de fadiga e é aproximadamente igual a  $2L$ , onde  $L$  é o comprimento material característico, definido por Taylor (1999), como expõe a Equação (2.29).

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_0} \right)^2 \quad (2.29)$$

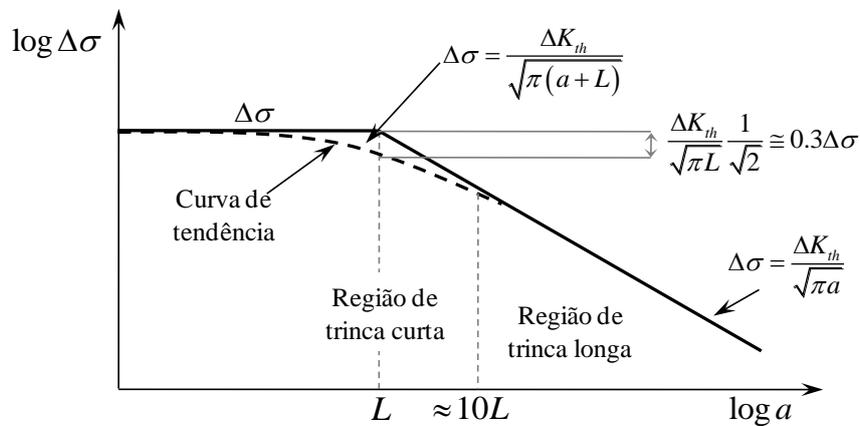


Figura 2.18. Representação esquemática do diagrama de Kitagawa e Takahashi (1976).

O diagrama da Figura (2.18) revela uma diminuição da ordem de 30% do limite de resistência à fadiga caso o material obedeça à relação proposta por El Haddad considerando que os resultados experimentais foram obtidos para tensões calculadas com base na área bruta. A partir do mesmo, observa-se que as trincas podem crescer até o valor  $L$  sem prejuízo no limite nominal de resistência à fadiga do material. Portanto, é válido considerar que as dimensões do volume estrutural são da ordem de  $L$  e que o processo de iniciação e propagação de trincas deve estar nesse domínio afim de que o limite de resistência à fadiga não seja reduzido. Uma trinca pode ser classificada através de seu comprimento,  $a$ , em relação ao comprimento característico,  $L$ , de modo que uma trinca é considerada longa quando  $a$  for maior que  $L$ . Esta abordagem tem dificuldades com a previsão da nucleação de trincas. Em casos reais, esse fato se agrava em virtude de defeitos não evidentes.

A partir do diagrama de Kitagawa e Takahashi apresentado na Figura (2.18) fica evidente que para valores de  $a$  maiores que dez vezes o comprimento característico,  $L$ , a MFLE é bem sucedida ao predizer o limite de fadiga na presença de trincas longas. Todavia, para valores menores de  $L$ , o limite de fadiga estimado pelas relações apresentadas no diagrama são maiores que os resultados experimentais, representados pela curva de tendência, e até maiores que o próprio limite de fadiga do material. Diferentes critérios foram desenvolvidos ao longo dos anos para estudar o comportamento de trincas curtas, como os propostos por Miller (1982), Tanaka (1987), Usami (1987) e Akinawa *et al.* (2001). Entre estas propostas, Topper e co-autores merecem destaque, como mostra a Equação (2.30). Nesse caso,  $L$  é tida como uma

trinca imaginária e, de acordo com Taylor (2007), atualmente é difícil encontrar uma conexão entre esta equação e a realidade física.

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi(L+a)}} \quad (2.30)$$

Quando o tamanho de uma trinca é próximo de  $L$  o fenômeno de propagação é fortemente influenciado por um comportamento elastoplástico dos grãos e pela morfologia do material na vizinhança na ponta do entalhe (Miller, 1993). A concepção de uma trinca imaginária força a obediência às leis da MFLE e por conseguinte leva em consideração a natureza empírica dos defeitos intrínsecos formalizados por Topper. A partir desta filosofia de abordagem a Equação (2.34) pode ser estendida para geometrias complexas incorporando um fator de correção geométrica,  $F$ , como pode ser visto na Equação (2.31).

$$\Delta\sigma_0 = \frac{\Delta K_{th}}{F\sqrt{\pi(a+L)}} \quad (2.31)$$

Os resultados mencionados acima podem ser aplicados também para prever o comportamento de entalhes que têm dimensões da ordem de  $L$ , entalhes curtos. Segundo estudos de Atzori *et al.* (2001), o diagrama de Kitagawa e Takahashi pode ser facilmente modificado para relacionar a sensibilidade dos materiais aos entalhes com a sensibilidade aos seus defeitos como, por exemplo, as trincas. A Figura (2.19) ilustra o comportamento dessas modificações. Pode-se inferir que entalhes se comportam como trincas curtas quando o tamanho de  $a$  se aproxima de  $L$ . Em contrapartida, quando  $a$  é maior que  $a^*$ , ver Equação (2.32), a análise de fadiga pode ser feita através das tensões elásticas determinadas na ponta da trinca. Finalmente, para tamanhos de trinca,  $a$ , que variam entre  $L$  e  $a^*$ , o limite de fadiga em entalhe pode ser bem previsto através dos conceitos de MFLE, onde os entalhes se comportam como trincas longas.

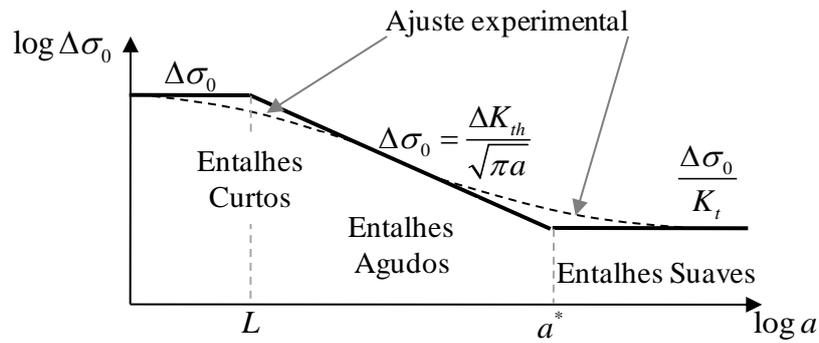


Figura 2.19. Diagrama de Atzori e Lazzarin (2001).

$$a^* = K_t^2 L \quad (2.32)$$

## 2.5. FADIGA EM CORPOS ENTALHADOS

### 2.5.1. Mecanismo de Fadiga em Corpos Entalhados

Partindo do pressuposto de que a matéria não é contínua, ela é composta de unidades discretas de várias escalas de tamanho (átomos, moléculas, precipitados, grãos etc). Contudo, inúmeros problemas na mecânica podem ser resolvidos assumindo que a matéria se comporta como se fosse contínua. Sendo assim, espera-se erros quando o campo de atuação for em escalas microestruturais. Parâmetros tais como resistência e tenacidade são fortemente afetados por características microestruturais e plasticidade local (Taylor, 2005).

O comportamento de uma trinca em um material metálico sujeito a carregamento cíclico pode ser observado em três níveis distintos: micro, meso e macro. A microtrinca está localizada dentro de um volume da ordem do grão material, a mesotrinca cobre vários grãos e, finalmente, a macrotrinca reúne uma quantidade maior de grãos rompidos. Em geral, considera-se a falha quando há trincas visíveis. Todavia, a presença de micro ou mesotricas pode não oferecer perigo para a integridade de componentes desde que o campo de tensões na zona de processamento do dano não seja favorável à propagação destas (Susmel, 2003b).

Para Miller (1993) e Akiniwa *et al.* (2001), em corpos de prova sem entalhe ou com entalhe suave a propagação de trincas esbarra em barreiras microestruturais que são os primeiros contornos de grão. Este é o início do estágio de iniciação de micro e mesotrinca, ou seja, o início do estágio I, vide Figuras (2.3b e 2.5). Contudo, na presença de entalhes agudos, as

trincas não propagantes são maiores (Frost, 1957 e 1959) e geralmente são determinadas pela análise da curva-*R*.

A aproximação com base na MFLE é válida apenas para trincas longas admitindo material homogêneo e isotrópico. Caso contrário, a plasticidade dominará o mecanismo de propagação em trincas curtas. Considerando que os processos físicos são basicamente dependentes da distribuição de tensões e da morfologia do material nas proximidades da região crítica, admiti-se a possibilidade da falha por fadiga em entalhes quando o componente mecânico é avaliado dentro de um volume estrutural.

### 2.5.2. Fator de Concentração de Tensão

Para todo processo de falha que um dado componente sofra, o ponto de início da falha está localizado onde o nível de sollicitação excede o nível de resistência do material. Isto ocorre seja por uma baixa resistência localizada ou por um aumento local na sollicitação atuante no material, na forma de tensão ou deformação. A tensão máxima,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , que ocorre na região próxima de uma descontinuidade geométrica é proporcional à tensão nominal atuante enquanto o material estiver dentro do regime elástico. O fator de proporcionalidade entre a tensão máxima no local perto da descontinuidade e a tensão nominal é denominado de fator de concentração de tensão,  $K_t$ , definido pela Equação (2.33). Esse fator,  $K_t$ , depende da geometria do componente e do modo de carregamento.

$$K_t = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{nom}} \quad (2.33)$$

A flexão e a torsão, por exemplo, são modos de carregamento que geram gradientes de tensão e tendem a concentrar tensões na superfície. Todavia, o efeito de descontinuidades geométricas é bem superior. O fator de concentração de tensão,  $K_t$ , pode ser obtido experimentalmente através da fotoelasticidade e da extensometria, por exemplo; numericamente, com métodos de modelagem por elementos finitos; e analiticamente através da teoria da elasticidade.

Considerando uma placa plana infinita com uma trinca e outra com as mesmas características mas com um furo circular submetidas à tensão normal, observamos que o gradiente de tensão gerado pela trinca é bem maior que o gerado pelo furo, como mostra a Figura (2.20). Além disso, as tensões geradas na raiz do entalhe são maiores para a trinca do que para o furo. Entretanto, as tensões decaem mais lentamente, para o furo, fazendo com que apresente maiores tensões à mesma distância do entalhe em relação à trinca, após certa distância da raiz da descontinuidade geométrica. Ou seja, para entender o efeito de características geométricas em falhas mecânicas é necessário considerar como as tensões se comportam em relação à distância do entalhe e não apenas com respeito às máximas tensões geradas. Os problemas que envolvem contato também exibem altos gradientes de tensão como o *fretting* (Araújo *et al.*, 2007), estes por sua vez também decrescem conforme se distanciam das regiões de contato. As duas principais ocorrências de concentração de tensões mais comuns são devidas a (i) descontinuidades geométricas e (ii) forças de contato, sendo que descontinuidades no contínuo incluem mudanças na geometria e nas propriedades materiais

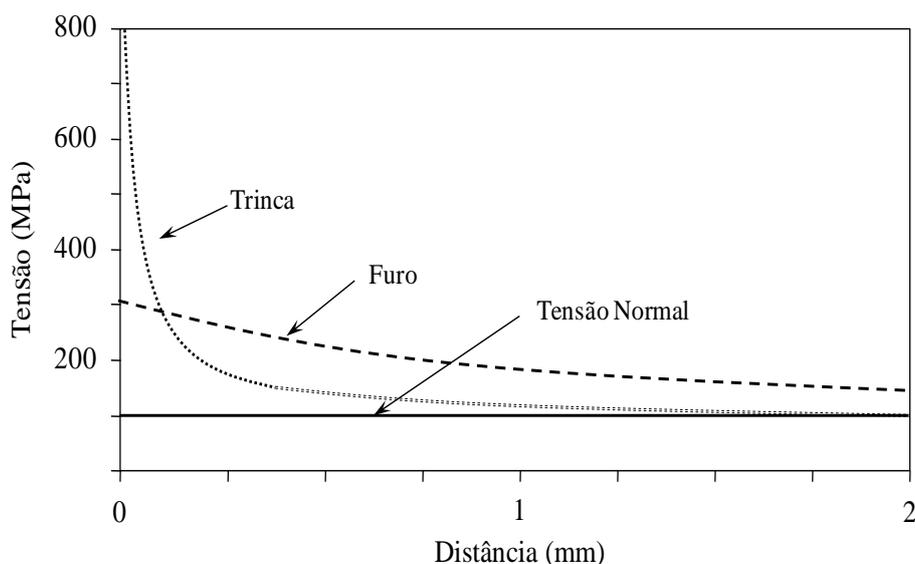


Figura 2.20. Efeito da geometria do entalhe na distribuição de tensão a frente da raiz do concentrador de tensão em placa plana infinita.

### 2.5.3. Fator de Redução da Resistência à Fadiga

Gough (1924) introduziu o conceito de fator de sensibilidade a partir da necessidade de caracterizar a redução da resistência mecânica diante de entalhes sob carregamentos cíclicos. Posteriormente, Thum e coautores (Schlitz, 1996) o definiram como sendo a razão entre o limite de fadiga para um espécime sem entalhe,  $\sigma_e$ , e o limite de fadiga de um corpo de prova

entalhado,  $\sigma_{entalhe}$ , vide Equação (2.34). A Equação (2.35) correlaciona o fator de redução da resistência à fadiga com o fator de sensibilidade ao entalhe,  $q$ , e o fator de concentração de tensões,  $K_t$ . Investigações experimentais indicam que para o intervalo de  $10^6$  a  $10^8$  ciclos os valores de  $K_f$  não são afetados. Além disso, para vidas de fadiga menores que  $10^6$  ciclos esses valores decaem rapidamente com respeito ao número de ciclos (Buch, 1988)

$$K_f = \frac{\sigma_e}{\sigma_{entalhe}} \quad (2.34)$$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (2.35)$$

A relevância do fator de redução da resistência à fadiga reside no fato de facilitar a obtenção do limite de fadiga para cada geometria o que outrora deveria ser determinado experimentalmente. Nas últimas quatro décadas, inúmeras propostas surgiram na tentativa de modelar a influência de entalhes no comportamento de fadiga. Kuhn e Hardrah (1952) foram os pioneiros e propuseram um modelo, Equação (2.36), com base nas tensões médias a frente da raiz do entalhe. De modo que  $\rho$  é o raio na raiz do entalhe,  $w$  é abertura do ângulo e  $A$  é uma constante material em função da resistência à tração do material.

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{\pi}{\pi - w} \sqrt{\frac{A}{\rho}}} \quad (2.36)$$

Em 1958, Neuber considerou que a falha por fadiga ocorre quando a média das tensões ao longo de uma distância a frente da raiz do entalhe se equivalem ao limite de fadiga. Em 1961, ele formulou a Equação (2.37) em que  $a_N = f(\sigma_{rt})$  é uma constante material empírica quantificada em função da resistência à tração,  $\sigma_{rt}$ , e do raio na raiz do entalhe,  $r$ . De forma que para aços com  $\sigma_{rt} > 550$  MPa,  $a_N$  pode ser estimado pela Equação (2.38), Neuber (1961b).

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a_N}{r}}} \quad (2.37)$$

$$a_N = 10^{\frac{134 - \sigma_{rt}}{586}} \quad (2.38)$$

Peterson (1959) assumindo que a falha por fadiga ocorre quando a tensão em um ponto específico a frente da raiz do entalhe corresponde ao limite de resistência à fadiga do material. Além disso, propôs que a distribuição de tensões à frente do concentrador de tensões decai linearmente como se observa na Equação (2.39), onde  $a_P$  é uma constante material função da resistência à tração estimada pela Equação (2.40).

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a_P}{r}}, \quad \sigma_{rt} < 1520 \quad (2.39)$$

$$a_P = \begin{cases} 0,185 \left( \frac{700}{\sigma_{rt}} \right) & , \sigma_{rt} < 700 \text{ MPa} \\ 0,254 \left( \frac{2079}{\sigma_{rt}} \right)^{1,8} & , \sigma_{rt} > 700 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2.40)$$

No entanto, Peterson notou que a Equação (2.39) não é recomendada na presença de valores muito pequenos de  $r$  (Lee *et al.*, 2005). Ao longo da década de 60, essas propostas empíricas foram utilizadas em fadiga de materiais metálicos. Quanto a materiais frágeis McClintock e Irwin (1965) e Novozhilov (1969) usaram-nas considerando o espaçamento atômico como comprimento crítico característico. Trabalhos recentes se destacam na caracterização analítica do efeito de entalhes em problemas de fadiga como Meggiolaro *et al.* (2007) e Castro e Meggiolaro (2013) que também podem ser usados como alternativa aos modelos clássicos de Neuber e Peterson, todavia não se fazem necessários para os propósitos desta tese.

### 2.5.1. Abordagens de Fadiga em Corpos Entalhados

A introdução de entalhes proporciona condições intermediárias entre corpos sem entalhe e com trincas. Alguns corpos com descontinuidade geométrica se comportam como corpos sem

entalhe, uma vez que o fator de concentração de tensões é levado em conta. Nestes casos a falha ocorre quando as tensões na raiz do entalhe alcançam o limite de resistência à tração,  $\sigma_n$ , para o caso de carregamento monotônico, ou o limite de resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , em situações onde o carregamento é dinâmico. Por outro lado, alguns entalhes são tão acentuados, com raio na raiz do entalhe suficientemente pequeno, que o seu comportamento é semelhante ao de trincas. Para esses casos, espera-se falha estática quando a tenacidade à fratura atingir seu valor crítico,  $K = K_c$ , ou o seu valor limiar de propagação da trinca,  $\Delta K = \Delta K_{th}$ , para situações cíclicas de carregamento.

Contudo, muitos entalhes não se comportam nesses extremos. Há casos em que durante a falha a tensão na raiz do entalhe é maior que  $\sigma_n$  e  $K$  é menor que  $K_c$ , ou seja, o entalhe é mais resistente do que se esperaria. Para essas situações, as relações citadas no tópico anterior não podem ser usadas nem como estimativas conservativas. Além disso, os entalhes apresentam efeitos complexos relativos ao tamanho do entalhe e do espécime que os contem. De forma que entalhes pequenos podem falhar com tensões locais maiores que  $\sigma_n$ , mas com intensidade de tensão menor que  $K_c$  (Taylor, 2007). De acordo com Taylor e Wang (2000), o uso da máxima tensão localizada (*hot spot*) geralmente provê estimativas pobres e conservadoras para o limite de fadiga em entalhe. Há inúmeras abordagens que procuram resolver esse problema, por exemplo: (i) abordagem de deformação local (Neuber, 1961), a (ii) abordagem da energia de deformação equivalente (Molski e Glinka, 1981; Glinka, 1985), o (iii) método de Smith e Miller (1978) e os (iv) métodos de distâncias críticas.

## 2.6. MÉTODOS DE DISTÂNCIAS CRÍTICAS

Os métodos de distância crítica foram desenvolvidos inicialmente por Siebel e Stieler (1955), Neuber (1958) e Peterson (1959) para a predição do limite de fadiga em entalhes através de soluções elásticas. A ideia central é que a amplitude do limite de fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ , não deve ser atingido somente no local de máxima tensão, mas também dentro de um volume crítico a frente do entalhe. Após o advento da Mecânica da Fratura, Klesnil e Lucas (1980) definiram o limite de fadiga em corpos entalhados em termos da amplitude do limiar do fator intensidade tensão,  $\Delta K_{th}$ , e da amplitude do limite de resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_0$ .

Os primeiros estudos de Neuber associavam o conceito de distância crítica ao fator de sensibilidade ao entalhe,  $K_f$  (Neuber, 1937; Kuhn e Hardrath, 1952; Neuber, 1961a). Neuber afirmou que as tensões elásticas próximas à raiz de um entalhe agudo não se comportam conforme a teoria do contínuo, uma vez que as mesmas se distribuem entre os cristais, grãos e precipitados do material. Ele propôs que as derivações matemáticas dos valores das tensões em áreas com elevados gradientes de tensão poderiam ser feitas através de volumes finitos ao invés de volumes infinitesimais como propõe a mecânica do contínuo (Neuber, 1958). Nesse sentido, ele desenvolveu uma aproximação para prever o limite de fadiga de corpos entalhados de maneira que a resistência à fadiga seja alcançada quando a média das tensões atuantes sobre uma porção da ordem do tamanho de grãos for equivalente ao limite de fadiga de um corpo não entalhado do mesmo material. Para Neuber, particularmente, essa porção está associada a uma linha de tamanho específico de modo que essa distância é tida como propriedade material. Peterson (1959), seguindo a mesma filosofia, propôs que o limite de fadiga seja atingido em um ponto específico a frente da raiz do entalhe. Todavia, essas abordagens empíricas enfrentavam a dificuldade de determinar a tensão nominal, caracterizada pelo fator de concentração de tensões,  $K_t$ , e das propriedades geométricas do raio de um entalhe em componente reais.

De acordo com Taylor (2007), a Teoria da Distância Crítica (TDC) não é um método, mas sim um conjunto de métodos que têm certas características em comum e que fazem uso da análise linear elástica e de um parâmetro material constante,  $L$ , denominado distância crítica, para prever o efeito de entalhes e outros concentradores de tensão pela consideração de um campo de tensões na região próxima à ponta do entalhe. Ou seja, a TDC leva em consideração a máxima tensão e o gradiente de tensão para a determinação do volume material altamente solicitado e passivo de iniciação e crescimento de trincas (Kasiri e Taylor, 2008). Tendo em vista que a TDC se desenvolveu a partir do elo com a MFLE, considere um trinca longa de comprimento  $a$  sob carregamento nominal,  $\sigma$ , que é bem inferior à tensão de escoamento do material,  $\sigma_y$ . A tensão elástica,  $\sigma(r)$ , na direção de abertura da trinca em função da distância,  $r \ll a$ , a partir da raiz do entalhe, onde  $K$  é o fator de intensidade de tensão, é dada pela Equação (2.41).

$$\sigma(r) = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \quad (2.41)$$

A falha obtida pela propagação da trinca ocorre quando  $K$  atinge o valor crítico de tenacidade à fratura,  $K_c$ . Para o modo I de carregamento denotamos por  $K_{Ic}$ . Isolando  $r$ , na Equação (2.41), para a condição crítica,  $r_c = L$ , temos a distância característica,  $L$ , formalizada na Equação (2.42).

$$L = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_c}{\sigma_r} \right)^2 \quad . \quad (2.42)$$

Ainda que esta análise seja exata para trincas pontiagudas não há uma derivação simples para entalhes. Taylor (1999) e Taylor e Wang (2000), a partir de comparações com resultados experimentais, mostraram que o limite de fadiga para corpos entalhados pode ser predito apenas substituindo  $K_c$  pelo limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , e tomando  $\sigma_r$  como sendo igual a amplitude de tensão no limite de resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , do espécime sem entalhe (Taylor, 2005), vide Equação (2.33). Importantes avanços foram obtidos para problemas de fadiga de alto ciclo de corpos entalhados por Tanaka *et al.* (1983), Taylor (1999), Taylor e Wang (2000), Susmel e Taylor (2003b), Taylor (2005), Taylor (2007) e Susmel (2008), Susmel e Taylor (2010) e Silva *et al.* (2011).

De acordo com Susmel e Taylor (2007b),  $L$  é corretamente definido se o limite de fadiga é determinado usando procedimentos apropriados como o Método da Escada. Para os mesmos autores se o limite de fadiga for obtido por extrapolação o uso da proposta por Taylor resultará numa definição híbrida dessa quantidade. Ou seja, o limiar de propagação que determina a não propagação de trincas longas será comparado com um limite de fadiga fictício que pode não estar relacionado com a não propagação de trincas microestruturais. No prosseguimento de suas investigações, Susmel e Taylor investigaram trincas não propagantes e constataram grande variabilidade nos resultados para a estimação do comprimento material característico,  $L$ , considerando a abordagem de Yates e Brown (1987) e a abordagem de Taylor (1999).

Os resultados encontrados apontaram que ambos os métodos não foram capazes de predizer o tamanho das trincas não propagantes para os casos em questão. Contudo, a proposta de Taylor que não leva em consideração o fator geométrico,  $F$ , forneceu resultados mais próximos dos encontrados experimentalmente. Essa considerável variabilidade pode ser explicada por

análises da curva- $R$  onde pequenas mudanças nas propriedades materiais ou no carregamento conduzem a grandes variações nas previsões do comprimento de trincas não propagantes, conforme Taylor (2001). As discrepâncias observadas entre as previsões e os resultados experimentais podem ser atribuídas principalmente ao fato da metodologia adotada se basear no cálculo do campo das tensões lineares elásticas, ou seja, não considerar o comportamento elastoplástico dos grãos próximos ao ápice do concentrador de tensões.

Entretanto, o uso das tensões elasticamente lineares é atraente do ponto de vista prático para projeto de componentes reais, pois reduz tempo e custo de produção pelo simples pós-processamento linear elástico de resultados de Elementos Finitos (Susmel, 2008). Além disso, apresenta considerável precisão quanto a previsões como afirmam os seguintes autores Taylor (1999), Susmel e Taylor (2003a, 2003b) e Meneghetti *et al.* (2007). A principal limitação no uso desta abordagem para previsões de trincas depende do fato de que as estimativas do limite de fadiga em corpos sem trinca correspondem a um problema de trinca curta. A propagação de trincas curtas depende primariamente de dois fatores: a plasticidade dos grãos e a morfologia do material perto do ápice do concentrador de tensão.

A TDC se apresenta de várias maneiras que vai desde a maneira mais simplista como o Método do Ponto (MP) até a mais laboriosa como o Método do Volume (MV), passando pelos Métodos da Linha (ML) e da Área (MA). Além dessas abordagens clássicas, outras pesquisas também são consideradas nesse conjunto de métodos, mas não contempladas no escopo deste trabalho como o Método da Trinca Imaginária (MTI) e o Método da Mecânica da Fratura Finita (MMFF). O MTI foi estudado inicialmente por Waddoups *et al.* (1971), aplicado à fadiga por El Haddad *et al.* (1979a) e analisado em pequenas trincas por Klesnil e Lucas (1980). O MMFF foi desenvolvido por Taylor *et al.* (2005) e apontou a condição de falha como sendo derivada de uma modificação do balanço de energia de Griffith.

### **2.6.1. Método do Ponto**

O Método do Ponto (MP) assume que a falha ocorrerá quando a tensão a uma distância  $l_{MP}$ , a partir da raiz do entalhe é igual à resistência monotônica do material,  $\sigma_0$ . A mesma abordagem usada para fratura frágil pode ser usada para prever a resistência à fadiga pela substituição da tensão cíclica apropriada,  $\Delta\sigma_0$ , como na Equação (2.43) sugerida por Tanaka

(1987) e Taylor (1999), vide Figura (2.22a e 2.22b). Argumentos teóricos têm mostrado que  $r_c = L/2$ , onde  $\Delta\sigma_1$  é gama da máxima tensão principal conforme a Equação (2.44), (Whitney e Nuismer, 1974; Tanaka, 1983 e Taylor, 1999).

$$\Delta\sigma_1(r = l_{MP}, \theta = 0) = \Delta\sigma_0 \quad (2.43)$$

$$\Delta\sigma_1(r = L/2, \theta = 0) = \Delta\sigma_f \quad (2.44)$$

Todavia, Lazzarin *et al.* (1997) argumentaram que a aplicação da gama de máxima tensão principal na coordenada  $(r = L/2, \theta = 0)$  deve ser corrigida por uma função adimensional a fim de considerar a forma da geometria do entalhe. Esse fator de correção dependente de  $L$  e do raio na raiz do entalhe,  $\rho$ , como formula a Equação (2.45). Na prática, esta correção não apresentou significativas mudanças nos resultados.

$$\Delta\sigma_1(r = L/2, \theta = 0) \frac{1 + \sqrt{2} \frac{L}{\rho}}{1 + \frac{L}{\rho}} = \Delta\sigma_0 \quad (2.45)$$

Atzori *et al.* (2001), após exaustivas investigações experimentais, concluíram que as diferentes formalizações da TDC dependem da geometria do entalhe e do valor de  $L$  para cada material.

### 2.6.2. Método da Linha

O ML determina o campo de tensões que atua próximo ao entalhe através da média sobre uma linha que vai desde a raiz do entalhe,  $r = 0$ , até uma determinada distância  $l_{ML}$  se igualar a  $\Delta\sigma_0$ , como expressa a Equação (2.46) e ilustra a Figura (2.22c). Novamente, pode-se mostrar por argumentos teóricos que o comprimento desta linha,  $l$ , está relacionado com  $L$  e vale  $2L$ , como aponta a Equação (2.47).

$$\Delta \hat{\sigma}_1(\Delta \sigma_1, l) = \frac{1}{l_{ML}} \int_0^{l_{ML}} \Delta \sigma_1(l, \theta = 0) dl = \Delta \sigma_0 \quad (2.46)$$

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \Delta \sigma_1(r, \theta = 0) dl = \Delta \sigma_0 \quad (2.47)$$

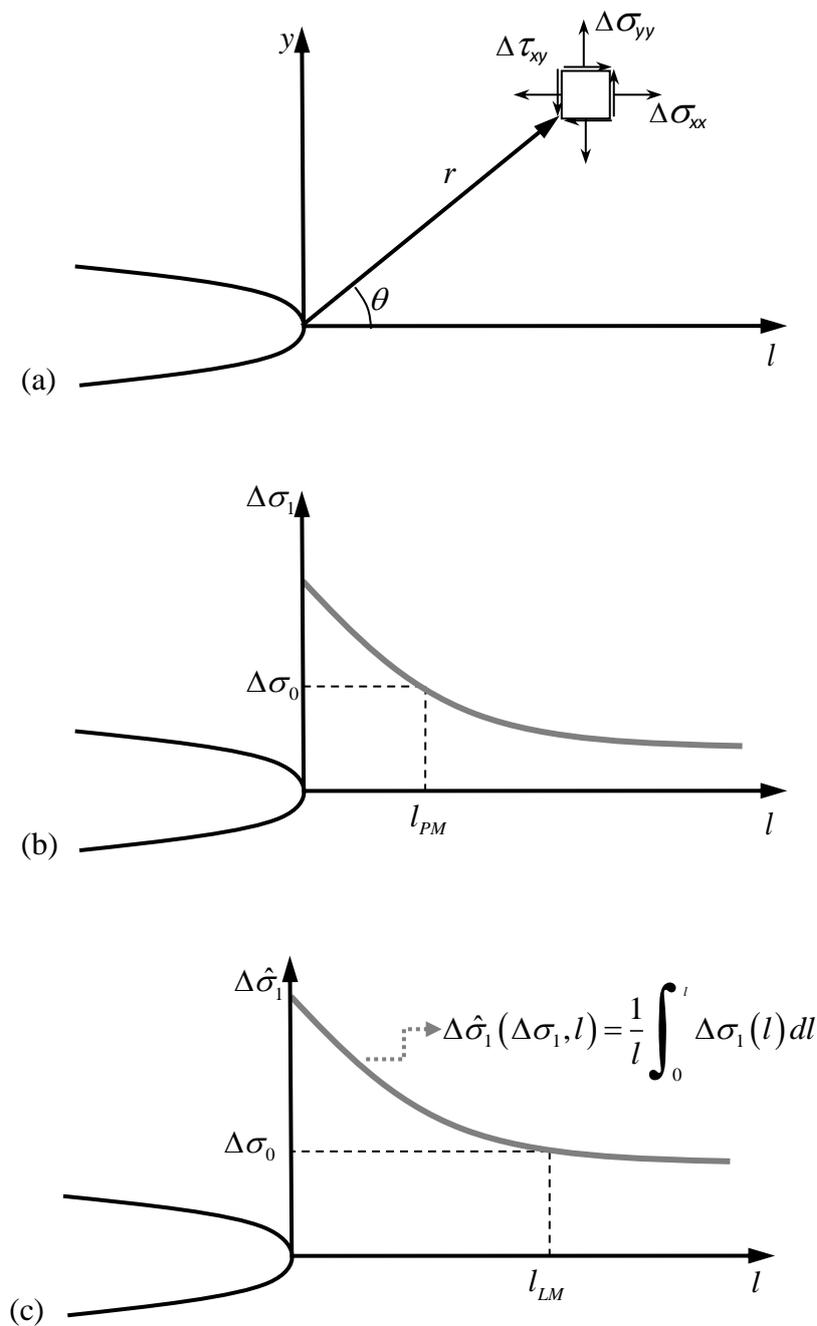


Figura 2.22. (a) Componentes de tensão posicionadas no ponto  $r, \theta$  a partir da raiz do entalhe. (b) Formalização esquemática do Método do Ponto e (c) do Método da Linha.

### 2.6.3. Métodos da Área e do Volume

De acordo com Susmel e Taylor (2007), o Método da Área envolve a média da gama das máximas tensões principais sobre uma área semicircular na vizinhança do entalhe até uma distância crítica  $l_{MA}$ . Taylor (1999) sugere por deduções teóricas que  $l_{MA} = L$ , assim a Equação (2.48) pode ser escrita na forma da Equação (2.49). Bellett *et al.* (2005) também sugeriu que a gama de tensões efetivas poderia ser calculadas pela média da máxima tensão linear elástica em um hemisfério centrado na raiz do entalhe conhecido com Método do Volume (MV). Através de argumentos teóricos, Bellett *et al.* (2005) sugeriram que os raios do semicírculo e da hemisfera para os Métodos da Área e Volume sejam  $1.32L$  e  $1.54L$ , respectivamente (Taylor, 2007). Ou seja, a definição de  $L$  pode ser usada para as quatro vertentes da TDC apresentadas.

$$\frac{4}{\pi d_{MA}^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{d_{MA}} \Delta\sigma_1(r, \theta) r dr d\theta = \Delta\sigma_0 \quad (2.48)$$

$$\frac{4}{\pi L} \int_0^{\pi/2} \int_0^L \Delta\sigma_1(r, \theta) r dr d\theta \cong \Delta\sigma_0 \quad (2.49)$$

A TDC é uma abordagem empírica, mas Taylor (2001) sugere sua aplicação no estudo do comportamento de trincas na raiz de entalhes até  $2L$ . Infelizmente essa ideia só justifica seu uso na presença de entalhes agudos sem fornecer nenhuma explicação de seu bom desempenho na presença de entalhes suaves (Susmel e Taylor, 2006).

## 2.7. EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA DISTÂNCIA CRÍTICA

Teoricamente e experimentalmente está bem estabelecido que tanto o limite de resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , quanto o limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , são influenciados por uma componente de tensão média. Todavia, ambos os parâmetros dependem de forma diferente da razão de carregamento,  $R$ . Considerando o modelo de Goodman, observa-se pela Figura (2.23a) que a resistência à fadiga decai com o aumento da razão de carregamento linearmente. Já o limiar de propagação de trincas decresce linearmente até uma razão de carregamento

específica,  $R^*$ , geralmente de 0,5 a 0,7, acima do qual  $\Delta K_{th}$  permanece constante, vide Figura (2.23b). Esse comportamento pode ser atribuído aos fenômenos que ocorrem durante o fechamento das trincas. De fato, esse comportamento não é generalizado para todos os materiais, contudo pequenas alterações no comportamento de  $\Delta\sigma_0$  e  $\Delta K_{th}$  podem ser suficientes para alterar sensivelmente o valor de  $L$  como mostra a Figura (2.23c) conforme Taylor (2007).

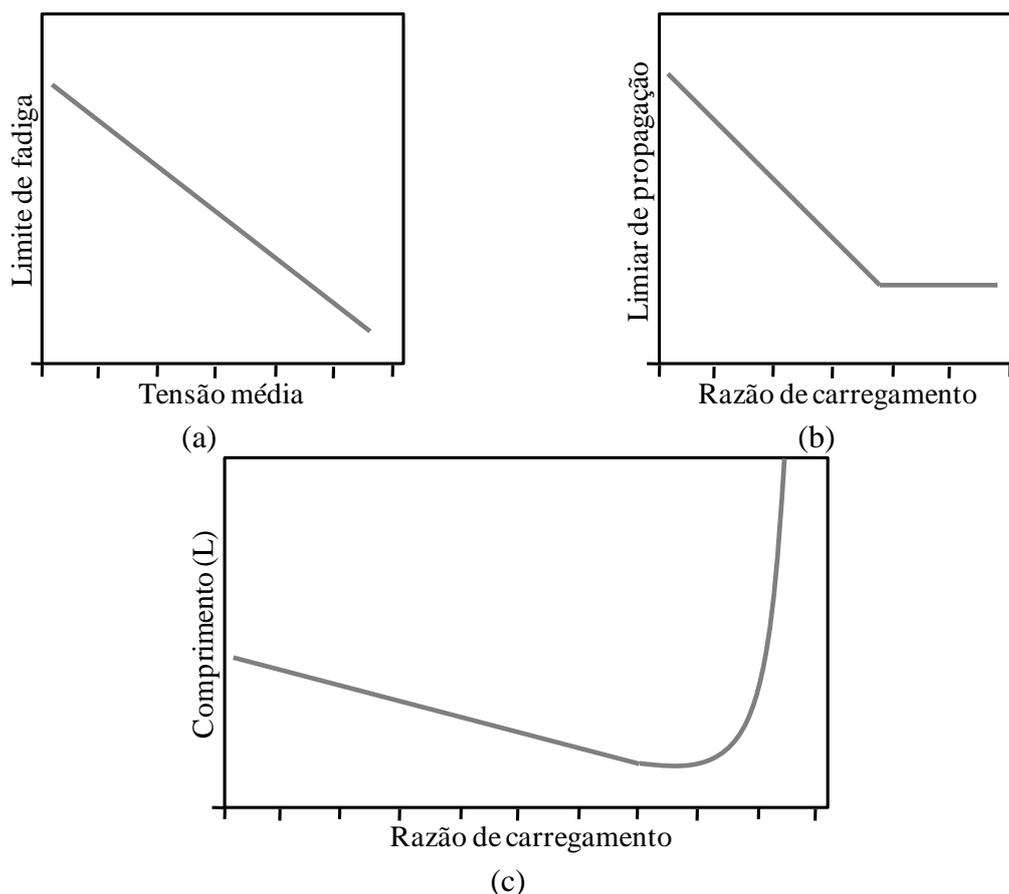


Figura 2.23. (a) Variações típicas do limite de fadiga com a tensão média, (b) do limiar de propagação de trincas com a razão de carregamento e (c) comportamento típico da variação do valor de  $L$  com a razão de carregamento para aço (c), adaptado de Taylor (2007).

Investigações conduzidas por Atzori *et al.* (2005) revelaram que o valor de  $L$  tende a diminuir com o aumento do limite de resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , se essa mudança é provocada pelo aumento da tensão média ou por outros meios como alterações materiais ou tratamentos térmicos. No mesmo ano, Lanning *et al.* (2005) conduziram experimentos com ligas de titânio (Ti-6Al-4V) com o intuito de aplicar uma análise de tensões elastoplástica. Os resultados revelaram que a distância crítica situa-se fora da zona plástica para baixas razões de carregamento e isso justifica a análise puramente elástica. No entanto, para altas tensões

médias a grande zona plástica influencia a amplitude de tensões. Contudo, quando ambos os efeitos foram contabilizados, eles concluíram que o valor de  $L$  foi satisfatório tanto para o Método do Ponto quanto para o Método da Linha.

### **3. ANÁLISE DE CONFIABILIDADE**

#### **3.1. INTRODUÇÃO**

Durante a década de 30, os conceitos de probabilidade foram usados em problemas do setor de geração de energia elétrica, contudo a teoria da confiabilidade ganhou propulsão ao longo da segunda guerra mundial através da engenharia alemã no desenvolvimento e operacionalidade dos mísseis V1 e V2 (Dhillon, 1999). A busca pela eficiência da produção, do controle de segurança, da preocupação aguçada com a imagem do produto e com a otimização da relação custo-benefício dos produtos marcou a década de 60. Nesse ínterim, a confiabilidade se desenvolveu em diversas vertentes tais como confiabilidade geral, confiabilidade mecânica, confiabilidade humana, confiabilidade de sistemas, confiabilidade estrutural, confiabilidade de manutenção, entre outras (Filho, 2011).

A confiabilidade envolve basicamente a relação entre a capacidade e a demanda de um sistema mecânico. A capacidade de um sistema é representada por sua resistência mecânica enquanto que a demanda relaciona-se com a combinação de cargas atuantes. Nesse sentido, a aptidão de um projeto consiste na superioridade da resistência em relação à demanda. Os critérios e requisitos do projeto mecânico definem sua segurança contra falhas catastróficas. Esses condicionantes representam um estado limite. A análise de confiabilidade está diretamente ligada ao cálculo e à previsão da probabilidade de violação de um estado limite ao longo da vida útil prevista. Durante o processo de projeto o engenheiro deve considerar os problemas mecânicos do ponto de vista da segurança, da confiabilidade e da durabilidade das estruturas. O comportamento dos elementos de máquinas depende da aleatoriedade da solicitação, dos efeitos ambientais, da variabilidade do material e das características geométricas das estruturas e de muitas outras incertezas que afetam a utilização dos modelos determinísticos e probabilísticos. A análise de incerteza e a investigação da aleatoriedade dos fenômenos supracitados caracterizam a diversidade dos resultados.

Na tentativa de considerar a dispersão dos mais variados parâmetros envolvidos em um projeto, a confiabilidade surge como um grau de confiança que se tem de algo, ou seja, é uma medida probabilística da funcionalidade de um sistema sob dadas condições por um período de tempo específico. A análise de confiabilidade assume dois significados para Thoft-Christensen e Beker (1982). No sentido geral ela é entendida como a habilidade de cumprir

seu propósito durante determinado período de tempo. Essa ideia é corroborada por Throft-Christensen e Murotsu (1986). No sentido matemático, corresponde à probabilidade de não se alcançar o estado limite último, o estado limite de serviço nem quaisquer modos de falha dentro do mesmo período. Já para Melchers (1999) é a probabilidade complementar da distribuição da frequência cumulativa de falha, ou seja, a probabilidade de violar um estado limite.

O primeiro passo da análise de confiabilidade deve ser identificar e quantificar, ao máximo, as incertezas existentes relacionadas à capacidade e à demanda. Cada incerteza pode ser modelada por uma variável aleatória de forma que uma função densidade de probabilidade possa lhe ser atribuída. No segundo momento, a função estado limite deve ser delineada e probabilisticamente avaliada na direção de determinar a probabilidade de falha e conseqüentemente o seu grau de confiança. Paralelamente, as variáveis em questão podem ser analisadas quanto ao seu poder de influenciar os resultados através da análise de sensibilidade. Na prática, as funções estado limite podem não ser bem comportadas. Isso gera um custo matemático-computacional. A fim de driblar esse impasse, metodologias analíticas e numéricas se apresentam a partir de expansões da série de Taylor dando origem a abordagens de primeira e segunda ordem, entre outras técnicas.

No contexto mecânico, a confiabilidade de sistemas está intimamente relacionada à sua probabilidade de falha. As falhas ocorrem em virtude de eventuais sobrecargas ou pela degradação da resistência. As sobrecargas são tipicamente estudadas pela mecânica da fratura que levam em consideração as falhas causadas pelo rompimento de limites coesivos intermoleculares ou intercristalinos. As fraturas costumeiramente ocorrem como um resultado de concentrações de tensões ao redor de imperfeições: trincas, rugosidade superficial oriunda de usinagem, desalinhamento cristalográfico, entre outros. A degradação da resistência em componentes mecânicos é influenciada pelos fenômenos de fadiga, *fretting*, abrasão e desgastes diversos, *creep*, corrosão, entre outros. A fadiga e o *fretting* se destacam por envolver uma grande diversidade de aplicações que estão submetidas a tensões repetitivas. O desgaste se caracteriza pela remoção de material superficial a partir do movimento relativo entre componentes. A corrosão ocorre quando os materiais, principalmente ligas ferrosas, são atacados quimicamente na presença de água (Piazza, 2000).

Recentes trabalhos (Králik, 2008; Králik *et al.*, 2008; Králik *et al.*, 2007; Králik *et al.*, 2006; Holicky e Marková, 2005; Kala, 2001) têm demonstrado que os avanços na tecnologia da informação e sua acessibilidade ampliaram o uso de técnicas probabilísticas na investigação da confiabilidade das estruturas através de simulações numéricas. Os seguintes trabalhos reforçam essa tendência: Sejnoha e Blazel (2005), Teply e Novak (2004), Marek *et al.* (2001), Rosovsky (1995) e Novotny *et al.* (1991). Os tópicos a seguir são responsáveis por descrever pormenorizadamente os principais temas correlatos à análise de confiabilidade para o trabalho em questão. Sejam eles: variáveis aleatórias, distribuições de probabilidade, análise de incertezas, estados limites, o problema fundamental e os métodos de confiabilidade mais relevantes.

### **3.2. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE**

O fenômeno de falha deve ser descrito em termos probabilísticos, pois o risco de falha está implícito a todos os sistemas estruturais, uma vez que a segurança absoluta é inviável do ponto de vista econômico (Freudenthal, 1947). A engenharia é regada de fenômenos que são descritos probabilisticamente em razão de sua natureza empírica. Os experimentos determinísticos são aqueles em que a previsão dos resultados é possível quando realizados sob determinadas condições.

Os experimentos aleatórios são aqueles em que o resultado particular não pode ser previsto, mas sim o conjunto dos possíveis resultados. Estes por sua vez são modelados estatisticamente. Sendo assim, seguem os principais conceitos de probabilidade e estatística concernentes a este trabalho. Para maiores informações, consulte a bibliografia recomendada a seguir: Walpole *et al.* (2009), Soong (2004) e Montgomery e Runger (2002).

#### **3.2.1. Variáveis Aleatórias**

A estatística está focada em fazer inferências sobre populações a partir de subgrupos chamados de amostras de forma que os resultados de seus experimentos sejam frutos do acaso. Um experimento estatístico é o processo pelo qual várias observações probabilísticas são geradas. Seja  $X$  um valor numérico cujo valor depende do resultado de um experimento. Se  $X$  está associado a um número,  $X$  é tido como uma função cujo domínio é o conjunto dos resultados e cuja imagem é o conjunto dos números reais.

Essa função  $X$  que atribui um número para cada elemento possível de um espaço amostral é chamada de variável aleatória. Esta por sua vez pode ser discreta ou contínua. Sendo discreta ela pode assumir apenas uma quantidade finita ou numerável de valores. Caso contrário, se o espaço amostral contém um número infinito de possibilidades, será definida como contínua (Webster, 2006).

### 3.2.2. Distribuições de Probabilidade

Os mecanismos de falhas são modelados por relações matemáticas que trazem consigo parâmetros aleatórios. Todos estes são caracterizados por funções de distribuição de probabilidade que incorporam suas respectivas variabilidades. Estas por sua vez são fruto de suas respectivas incertezas. Portanto, faz-se necessário estabelecer um modelo de confiabilidade que caracteriza a probabilidade de ocorrência de falha. A falha por fadiga é o mecanismo de falha em questão. Dessa forma a mesma deve ser modelada através das funções densidade de probabilidade que caracterizam o carregamento atuante e a resistência do material. Essas duas funções são as parcelas integrantes da distribuição de probabilidade da função que define o estado limite do sistema mecânico ou estrutural.

A distribuição de probabilidades é uma relação de todos os resultados possíveis de um experimento e de suas respectivas probabilidades. Sendo assim, para as variáveis aleatórias discretas, dizemos que  $P(X = x_i)$  é uma função de probabilidade de  $X$  se  $P(X = x_i) \geq 0$  para todo  $x_i \in \mathbb{R}$  e se  $\sum_{i=1}^n P(X = x_i) = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ . Quando a variável for contínua,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$  e  $P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$ , onde  $f(x) = P(X = x)$ , conforme Fonseca e Martins (2009).

No entanto, em diversas ocasiões deseja-se determinar a probabilidade na qual o valor observado da variável aleatória  $X$  será menor ou igual a um número real  $x$ . Nesses casos, define-se a função de distribuição acumulada da variável aleatória  $X$ ,  $F(X) = P(X \leq x)$ .

Para os casos discretos temos  $F(X) = \sum_{t \leq x} f(t)$ . Para os casos contínuos,  $F(X) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$

. Ambos definidos para  $-\infty < x < \infty$ , sabendo que  $F(X)$  não é decrescente, é sempre maior ou igual a zero e quando  $x$  tende ao infinito seu resultado tende a 1 (Morettin, 2010).

A análise de confiabilidade costuma lidar com a integração de resultados concomitantes de múltiplas variáveis. Se  $X$  e  $Y$  são duas variáveis aleatórias, a distribuição de probabilidade para suas ocorrências simultâneas pode ser representada por uma função com valores  $f(x, y)$  para qualquer par de valores  $(x, y)$  dentro da amplitude dos valores das variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ . Quando essas variáveis forem discretas, a distribuição de probabilidade conjunta,  $f(x, y) = P(X = x, Y = y)$ , será maior ou igual a zero e  $\sum_x \sum_y f(x, y) = 1$  para todo  $(x, y)$ . Quando forem contínuas,  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$  (Hoffmann, 2006).

Em abordagens probabilísticas existem características estatísticas bem importantes em uma distribuição de probabilidades de uma variável aleatória. A primeira delas é a esperança matemática, a média, que corresponde a um número real oriundo de uma espécie de média aritmética. Os valores esperados para o caso discreto e contínuo são explicitados respectivamente pelas Equações (3.1) e (3.2).

$$E(x) = \mu(x) = \sum_x x f(x) \quad (3.1)$$

$$E(x) = \mu(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.2)$$

No caso de uma distribuição conjunta,  $f(x, y)$ , a média da variável aleatória  $g(x, y)$ , para os casos discreto e contínuo, é representada pelas Equações (3.3) e (3.4).

$$E[g(X, Y)] = \mu_{g(x, y)} = \sum_x \sum_y g(x, y) f(x, y) \quad (3.3)$$

$$E[g(X, Y)] = \mu_{g(x, y)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f(x, y) dx dy \quad (3.4)$$

A esperança é de grande valia para a descrição da tendência central de uma distribuição de probabilidade, entretanto não fornece todas as informações suficientes. A variabilidade dos resultados probabilísticos a completa. Nesse sentido, sendo  $X$  uma variável aleatória com

distribuição de probabilidade  $f(x) = P(X = x)$  e média  $\mu$ , a variância de  $X$ ,  $Var(x) = \sigma^2$ , para o caso discreto e contínuo está disposta nas Equações (3.5) e (3.6).

$$Var(x) = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) \quad (3.5)$$

$$Var(x) = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (3.6)$$

A dispersão de variáveis aleatórias,  $X$  e  $Y$ , com distribuição de probabilidade conjunta,  $f(x, y)$ , é formulada pela covariância,  $\sigma_{XY}$ . As Equações (3.7) e (3.8) a explicitam-na para os casos discreto e contínuo, respectivamente.

$$\sigma_{XY} = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = \sum_x \sum_y (x - \mu_X)(y - \mu_Y) f(x, y) \quad (3.7)$$

$$\sigma_{XY} = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)(y - \mu_Y) f(x, y) dx dy \quad (3.8)$$

De forma que a raiz quadrada positiva da variância,  $\sigma$ , é denominada de desvio padrão de  $X$  (Walpole *et al.*, 2009).

### 3.2.3. Principais Distribuições de Probabilidade Discreta e Contínua

#### 3.2.3.1. Distribuição Binomial

A distribuição de probabilidade discreta denominada Binomial de uma variável aleatória  $X$  é uma particularidade da distribuição de Bernoulli caracterizada por apresentar apenas dois resultados, sucesso e fracasso, e fundamentar-se nas seguintes hipóteses: (i)  $n$  testes independentes e do mesmo tipo são realizados em sequência, (ii) cada teste admite ou sucesso ou fracasso e (iii) a probabilidade de sucesso é de  $p$ ,  $0 \leq p \leq 1$ , e a de fracasso,  $q = 1 - p$ . A distribuição Binomial da variável  $X$  com parâmetros  $n$  e  $p$  é representada por  $X : B(n, p)$  de maneira que sua formulação probabilística seja explicitada pela Equação (3.9). Sua esperança e a variância são respectivamente representadas pelas Equações (3.10) e (3.11).

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad (3.9)$$

$$E(X) = np \quad (3.10)$$

$$Var(X) = npq \quad (3.11)$$

### 3.2.3.2. Distribuição de Poisson

Descoberta por Siméon-Denis Poisson (17781-840), a distribuição discreta que leva seu nome considera a probabilidade da ocorrência de sucesso ou fracasso em um determinado intervalo, geralmente, de tempo ou espaço. A mesma pode ser usada na modelagem de fenômenos aleatórios de falhas como o mecanismo de fadiga. O número de trincas por unidade de área em um componente mecânico. Essa distribuição é usada quando o número de testes de um experimento aleatório é grande ( $n > 30$ ) e a probabilidade de sucesso é bem pequena ( $p < 0,1$ ), ou seja, o termo  $np$  permanece constante. Essa é a razão pela qual ela também é conhecida por lei dos fenômenos raros (Lopes, 2009). Teoricamente, quando o número de experimentos tende a infinito, a distribuição de Poisson é um caso particular da distribuição Binomial. Sua função de probabilidade, esperança e variância são apontadas pelas Equações (3.12), (3.13) e (3.14), respectivamente, onde  $\lambda$  é a medida da distribuição no intervalo considerado e  $k$  é um valor particular de  $X$ .

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (3.12)$$

$$E(X) = \lambda \quad (3.13)$$

$$Var(X) = \lambda \quad (3.14)$$

Os componentes mecânicos possuem diferentes naturezas de mecanismos de falha de modo que as principais distribuições de probabilidade para modelar a confiabilidade de problemas desse segmento são a Normal, a Lognormal, a Uniforme, a Gamma e a de Weibull (Filho,

2011). Para o escopo deste trabalho abordaremos a distribuição Normal por sua larga aplicabilidade na modelagem de variáveis constituintes de problemas de engenharia e a distribuição Lognormal por se destacar na modelagem de falhas por fadiga (Torstensson, 2004).

### 3.2.3.3. Distribuição Normal

De grande importância prática, a distribuição Normal é contínua e foi introduzida por Abraham de Moivre em 1733 e teve seu resultado expandido por Laplace em 1812, por isso é denominado de teorema de Moivre-Laplace. Todavia, é conhecida como distribuição de Gauss, Laplace ou Laplace-Gauss (Fonseca e Martins, 2009). Se  $X$  é uma variável aleatória contínua, a mesma será normalmente distribuída com média,  $\mu$ , e variância,  $\sigma^2$ , se apresentar a função de distribuição de probabilidade acumulada é revelada pela Equação (3.15) para  $-\infty < \mu < \infty$  e  $\sigma > 0$ . Sendo assim, a notação indicada para essa variável é  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (3.15)$$

No tocante à distribuição Gaussiana quatro propriedades devem ser pontuadas. A primeira é que a função  $f(x)$  é simétrica em relação à origem,  $x = \mu$ . A segunda é que  $f(x)$  possui um máximo para  $x = \mu$ . A terceira é que, no limite, quando  $x$  tende a  $-\infty$  e  $\infty$ ,  $f(x)$  tende a zero. Por fim, a quarta é que  $f(x)$  tem dois pontos de inflexão cujas abscissas valem  $\mu - \sigma$  e  $\mu + \sigma$  (Morettin, 2010). A expectância e a variância para a distribuição em questão podem ser obtidas pela correta integração das Equações (3.2) e (3.6).

### 3.2.3.4. Distribuição Lognormal

Nos casos em que o logaritmo de uma variável  $X$  for normalmente distribuído tem-se uma distribuição Lognormal e sua função densidade de probabilidade será definida como na Equação (3.16). Se  $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$ , temos que  $\ln X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . A expectância e a

variância para essa variável aleatória contínua estão explicitadas nas Equações (3.17) e (3.18), sabendo que  $X = e^Y$  (Soong, 2004). A vantagem desse modelo de distribuição é o fato de excluir valores negativos para a variável analisada.

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \quad (3.16)$$

$$E(X) = e\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (3.17)$$

$$Var(X) = e(2\mu + \sigma^2)(e^{\sigma^2} - 1) \quad (3.18)$$

A partir da análise meticulosa do comportamento da Equação (3.16), observa-se que a distribuição Lognormal apresenta rápida variabilidade no início do fenômeno e lenta variação no final da observação. A Tabela (3.1) sintetiza as principais características da distribuição Binomial, de Poisson, Normal, Lognormal, Uniforme, Triangular, Exponencial e Weibull. A Figura (3.1) ilustra o comportamento das principais distribuições mencionadas: (a) Normal, (b) Lognormal, (c) Uniforme, (d) Triangular, (e) Exponencial e (f) Weibull.

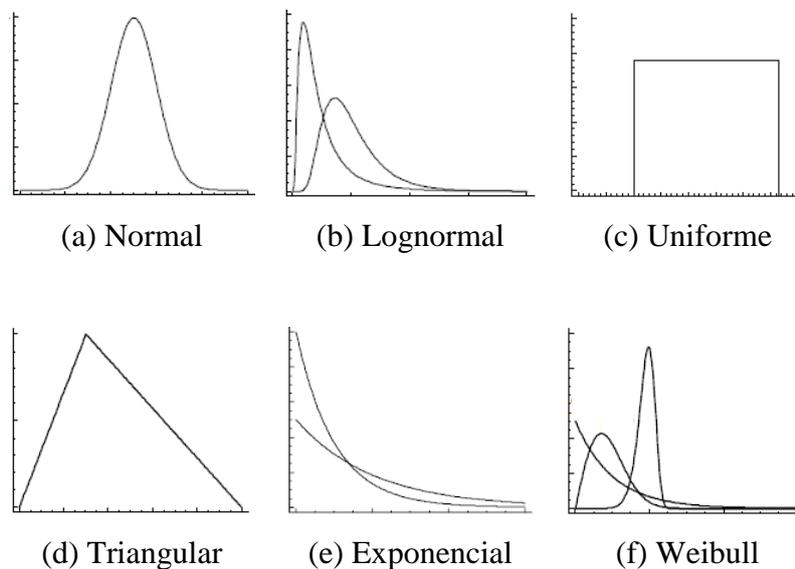


Figura 3.1. Curvas de distribuição de probabilidade: (a) Normal, (b) Lognormal, (c) Uniforme, (d) Triangular, (e) Exponencial e (f) Weibull.

Tabela 3.1. Resumo das principais distribuições de probabilidade e suas características.

<b>Distribuição</b>	<b>Principais características</b>
Binomial	Caracteriza variáveis aleatórias discretas em que um número fixo de repetições independentes de modo a ocorrer apenas sucesso ou fracasso com probabilidade de sucesso constante.
Poisson	Modela o comportamento de variáveis discretas independentes e aleatórias distribuídas no espaço ou no tempo ao contar a frequência de eventos discretos.
Normal	Conforme o teorema central do limite, a adição de diversas variáveis independentes sem que nenhuma contribua consideravelmente, apresenta um comportamento normal.
Lognormal	O produto de um expressivo número de variáveis aleatórias ou a soma de seus logaritmos tende a assumir o comportamento lognormal.
Uniforme	Usada para representar variáveis aleatórias sobre as quais se tem informação limitada e se baseia em parâmetros que representam limites plausíveis para seu comportamento.
Triangular	Usada para descrever variáveis baseadas em informações limitadas em que seus parâmetros representam limites aceitáveis e o valor mais provável.
Exponencial	Similar à distribuição de Poisson, mede o tempo ou a distância entre dois eventos sucessivos, aleatórios e independentes.
Weibull	Originada na confiabilidade, descreve modelos de falha ao longo do tempo. Se a taxa de falha é constante, sua forma se aproxima da distribuição exponencial.

### 3.2.4. Modelagem Probabilística de Parâmetros de Fadiga

Diversos pesquisadores têm lidado com o desafio de caracterizar parâmetros de fadiga do ponto de vista da modelagem probabilística. Segundo Kam e Birkinshaw (1994) a resistência à fadiga pode ser corretamente modelada pela distribuição Normal e por um coeficiente de variação de 10%. Para Wu e Wirsching (1984), o mesmo parâmetro tem seu comportamento estatístico delineado por uma distribuição Lognormal e um coeficiente de variação de 5%. Gao *et al.* (1998) fez a mesma recomendação para a fratura por clivagem de aços ferríticos. Costa (2010), recentemente analisou as incertezas associadas às curvas *S-N* e encontrou uma dispersão média da ordem de 9,5% levando em conta uma distribuição Normal. Yi *et al.* (2003) fizeram uso da distribuição de Weibull de dois e três parâmetros para caracterizar adequadamente a dispersão dos resultados de fadiga em ligas de alumínio porosas e concluíram que para o caso estudado o uso três parâmetros tem melhor ajuste. Júnior (2006) verificou em seu trabalho que a distribuição Lognormal se mostrou a mais adequada para distribuição dos testes de vida acelerada à fadiga térmica e fadiga mecânica. Liu *et al.* (2011) mostraram que a função de distribuição de probabilidades ótima da tenacidade à fratura, para pequenas amostras de materiais dúcteis, é a distribuição Valor de Máximo Extremo com coeficiente de variação da ordem de 11%.

Durante o procedimento experimental e/ou numérico, outras variáveis se constituem em importantes fontes de erro tais como as propriedades dos materiais, as características geométricas e a aplicação do carregamento, como indicado na Figura (6.4). Probabilistic Model Code (JCSS, 2001) e Melchers (1999) recomendaram que as propriedades materiais do aço (resistência ao escoamento,  $\sigma_y$ , e resistência à tração,  $\sigma_{rt}$ ) sejam associadas à distribuição Lognormal e os parâmetros geométricos pela distribuição Normal ou Lognormal. Quanto às incertezas associadas ao carregamento, as mesmas são advindas do desalinhamento do corpo de prova quando da aplicação de cargas gerando tensões discordantes das originalmente desejadas. Na prática, a distribuição gaussiana não se conforma bem aos dados de fadiga de materiais metálicos, mas em muitos casos é uma boa aproximação da distribuição do logaritmo da vida em ciclos (Bastenaire, 1963 e Frost *et al.*, 1974) esse procedimento é chamado de distribuição Lognormal (Pook, 2007).

### **3.3. ANÁLISE DE INCERTEZAS**

Um sistema mecânico geralmente é modelado por interações complexas, de forma que seu desempenho sofre com as incertezas intrínsecas ao seu projeto. Estas, por sua vez, nascem na limitação do conhecimento humano, da inexperiência do projetista, das simplificações, das suposições e das idealizações adotadas nos modelos de projeto e no caráter incerto do futuro (Junior, 2007). Nesse sentido, torna-se importante considerar os dados experimentais na estimação da variabilidade das variáveis aleatórias envolvidas (König *et al.*, 1985).

#### **3.3.1. Fontes de Incerteza**

As incertezas podem ser de origem quantitativa ou qualitativa. As quantitativas são advindas da aleatoriedade do fenômeno físico, da incerteza estatística em virtude da insuficiência ou inadequação dos dados coletados e da incerteza no modelo adotado para representar o fenômeno. As qualitativas surgem a partir da definição dos parâmetros relevantes no desempenho, qualidade, deterioração dos materiais, experiência, habilidade, impactos ambientais, fatores humanos e outras definições das interrelações entre os parâmetros (Krüger, 2008). Thoft-Christensen (1982), Ang e Tang (1984), Melchers (1987), Melchers (1989), Barragán (1995), Riera e Rocha (1996) e Ditlevsen e Madsen (2002) classificam as incertezas em (a) incertezas físicas, (b) incertezas estatísticas, (c) incertezas de modelagem,

(d) incertezas associadas a fatores humanos, (e) incertezas de avaliação, (f) incertezas fenomenológicas e (g) incertezas de medição.

O conceito de incerteza como um atributo quantificável é relativamente novo na história, embora o erro e a análise de erro tenham sido uma parte da prática da ciência da medição. Em geral, a incerteza compreende muitos componentes. Alguns são estimados a partir da distribuição estatística dos resultados de séries de medições e são caracterizados pela média e desvio padrão experimentais. Outros, além do desvio padrão, são avaliados através de distribuições de probabilidade consideradas, no conhecimento empírico ou em outras informações (JCGM 100, 2008). As incertezas associadas ao projeto de um sistema mecânico podem dizer respeito à intensidade e a distribuição das cargas, às propriedades mecânicas dos materiais, aos parâmetros geométricos e aos modelos de cálculo e análise estrutural, por exemplo. A combinação dessas fontes pode resultar em falha.

Durante a fase de projeto as incertezas associadas às características materiais encontram origem na incerteza do processo de fabricação, nas variações aleatórias das propriedades materiais de um lote para outro, nas incertezas associadas à diferença entre os valores obtidos a partir de ensaios laboratoriais em corpos de prova e os componentes reais e nas variações estocásticas na qualidade da montagem dos sistemas mecânicos, por exemplo. O comportamento dos materiais tem base em equações constitutivas que relacionam as tensões como as deformações. O módulo de elasticidade, a tensão de escoamento, a tensão de ruptura são exemplos de variáveis aleatórias (Neves e Cruz, 2001). As características geométricas estão relacionadas às dimensões dos componentes considerados em um sistema mecânico. A análise estrutural-mecânica fundamenta-se em valores nominais. Geralmente, os valores reais diferem dos nominais. Essa diferença é normalmente governada pela tolerância definida em projeto para a fabricação. Quando essa incerteza é significativa deve ser contabilizada na avaliação de confiabilidade. Uma vez que um sistema mecânico é complexo em razão de suas inúmeras interações com os demais componentes e com o ambiente externo, as funções que o modelam são constituídas por outros parâmetros que se somam quanto à dispersão de suas informações. Para fins de melhores condições de projeto, surge a necessidade de identificar e quantificar a variabilidade de cada um deles com o propósito de estimar sua segurança ou obter um dimensionamento ótimo. Nesse ínterim, os tópicos adiante apresentam formulações de primeira e segunda ordem para a média e variância de uma função qualquer,  $g(X)$ , que

melhor representa um dado fenômeno composta por variáveis aleatórias,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ , que representam os demais parâmetros que o integram.

### 3.3.2. Estimativa de Primeira Ordem para uma Função, $g(X)$ .

Sabendo que  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  é o vetor das variáveis aleatórias e que  $g(X) = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  é a função que descreve o fenômeno de forma que a variável  $x_i$  seja caracterizada por sua média,  $\mu_{x_i}$ , e desvio padrão,  $\sigma_{x_i}$ , respectivamente, a expansão em série de Taylor de  $g(X)$  em torno dos valores médios das variáveis de estado,  $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ , é representada pela equação a seguir vide Equação (3.19). A Equação (3.20) apresenta apenas a expansão dos termos lineares.

$$g(X) = \sum_k \frac{1}{k!} \left[ \sum_i (x_i - x_i^0) \frac{\partial}{\partial x_i} \right]^k g(X^0) \quad (3.19)$$

$$g(X) \approx g(X^0) + \sum_i \left[ (x_i - x_i^0) \frac{\partial}{\partial x_i} \right] g(X^0) \quad (3.20)$$

### 3.3.3. Estimativa de Primeira Ordem para a Média, $E[g(X)]$ .

A média de  $g(X)$  é definida estatisticamente por sua esperança,  $E[g(X)]$ , Equação (3.21).

Sabendo que os termos  $g(X^0)$  e  $\frac{\partial}{\partial x_i} g(X^0)$  são constantes, a primeira aproximação da média resulta na Equação (3.22).

$$E[g(X)] \approx E[g(X^0)] + \left[ \sum_i E(x_i - x_i^0) \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \right] g(X^0) \quad (3.21)$$

$$E[g(X)] = g(X^0) \quad (5.22)$$

### 3.3.4. Estimativa de Primeira Ordem para a Variância, $Var[g(X)]$ .

Estatisticamente, define-se a variância de  $g(X)$  conforme a Equação (3.23). Aplicando-a aos valores médios,  $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ , temos a Equação (3.24). Adotando a esperança indicada na Equação (3.22), a primeira aproximação da variabilidade da função de estado é expressa pela Equação (3.25).

$$Var[g(X)] = E[g(X) - E[g(X)]]^2 \quad (3.23)$$

$$Var[g(X^0)] \approx E \left[ \left( g(X^0) + \left[ \sum_i E(x_i - x_i^0) \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \right] g(X^0) - E[g(X)] \right)^2 \right] \quad (3.24)$$

$$Var[g(X)] \approx E \left[ \left( \left[ \sum_i E(x_i - x_i^0) \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \right] g(X^0) \right)^2 \right] \quad (3.25)$$

Sabendo que as derivadas parciais de  $g(X^0)$  são constantes, a variância pode se revelar na forma da Equação (3.26).

$$Var[g(X)] \approx \sum_i \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} g(X^0) E(x_i - x_i^0)^2 \right)^2 \right] + \sum_{i \neq j} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_i} g(X^0) \frac{\partial}{\partial x_j} g(X^0) E[(x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0)] \right)^2 \right] \quad (3.26)$$

Sabe-se que  $E[(x_i - x_i^0)^2]$  e  $E[(x_i - x_i^0)(x_j - x_j^0)]$  correspondem à variância e covariância,  $cov(x_i, x_j)$ , entre as variáveis aleatórias, respectivamente. Sendo assim, a variância de  $g(X)$  é aproximada pela Equação (3.27).

$$\begin{aligned}
\text{Var}[g(X)] &= \sum_k \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_k} g(X^0) \right)^2 \cdot \text{Var}(x_k) \right] + \\
&\sum_{i \neq j} \frac{\partial}{\partial x_i} g(X^0) \frac{\partial}{\partial x_j} g(X^0) \text{cov}(x_i, x_j)
\end{aligned} \tag{3.27}$$

### 3.3.5. Estimativa de Segunda Ordem para a Média, $E[g(X)]$ .

A estimativa do valor esperado de  $g(X)$  considerando os termos de segunda da série de Taylor pode se apresentar da seguinte maneira, Equação (3.28). Sabendo que  $\Delta x_i^0 = x_i - x_i^0$ ,  $\Delta x_i^0 = 0$  e  $\text{cov}(x_i, x_j) = 0$ , a esperança de segunda ordem toma a forma da Equação (3.29).

$$E[g(X)] \approx E \left[ g(X^0) + \sum_i \Delta x_i^0 \frac{\partial}{\partial x_i} g(X^0) + \frac{1}{2} \left( \sum_i \left( \Delta x_i^0 \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \right)^2 g(X^0) \right] \tag{3.28}$$

$$E[g(X)] = g(X^0) + \frac{1}{2} \left( \sum_i \left( \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} g(X^0) \cdot \text{Var}(x_i) \right) \right) \tag{3.29}$$

### 3.3.6. Estimativa de Segunda Ordem para a Variância, $\text{Var}[g(X)]$ .

A estimativa de segunda ordem para a variância parte da Equação (3.30). Todavia, no caso das variáveis aleatórias serem estatisticamente independentes a dispersão pode ser medida pela Equação (3.31). Além disso, essa aproximação se resume à Equação (3.32) quando as variáveis forem normalmente distribuídas.

$$\begin{aligned}
\text{Var}[g(X)] &= \sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \right)^2 \text{Var}(x_i) \right) + \frac{1}{4} \sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \right)^2 E[(x_i - \hat{x}_i)^4] \right) + \\
&\sum_{i \neq j} \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \right)^2 E[(x_i - \hat{x}_i)(x_j - \hat{x}_j)]^2 \right) + 2 \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_j} \text{cov}(x_i, x_j) \right) + \\
&\sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i^2} \right) E[(x_i - \hat{x}_i)^3] \right) + \\
&\sum_i \sum_{i \neq j} \left[ \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i^2} E[(x_i - \hat{x}_i)(x_j - \hat{x}_j)]^2 \right) \right] + \\
&2 \cdot \sum_i \sum_{i \neq j} \left[ \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i \partial x_j} E[(x_i - \hat{x}_i)^2 (x_j - \hat{x}_j)] \right) \right] + \\
&\frac{1}{2} \cdot \sum_{i \neq j} \left[ \left( \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_j^2} E[(x_i - \hat{x}_i)^2 (x_j - \hat{x}_j)^2] \right) \right] + \\
&\sum_i \sum_{i \neq j} \left[ \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i \partial x_j} E[(x_i - \hat{x}_i)^3 (x_j - \hat{x}_j)] \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
\text{Var}[g(X)] &= \sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \right)^2 \text{Var}(x_i) \right) + \frac{1}{4} \sum_i \left( \left( \frac{\partial g^2(X^0)}{\partial x_i^2} \right)^2 E[(x_i - \hat{x}_i)^4] \right) + \\
&\sum_{i \neq j} \left( \left( \left( \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_j^2} \right) \text{Var}(x_i) \text{Var}(x_j) \right) + \\
&\sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_j} \right) E[(x_i - \hat{x}_i)^3] \right)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\text{Var}[g(X)] &= \sum_i \left( \left( \frac{\partial g(X^0)}{\partial x_i} \right)^2 \text{Var}(x_i) + \frac{3}{4} \left( \frac{\partial g^2(X^0)}{\partial x_i^2} \right)^2 [\text{Var}(x_i)]^2 \right) + \\
&\sum_{i \neq j} \left( \left( \left( \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_i^2} \frac{\partial^2 g(X^0)}{\partial x_j^2} \right) \text{Var}(x_i) \text{Var}(x_j) \right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

### 3.4. ESTADO LIMITE

Estruturas e componentes mecânicos falham quando são submetidos a uma ação ou combinação de ações que produzem um efeito extremo de magnitude suficiente para que a estrutura atinja um estado limite. Um sistema mecânico compreende a conciliação entre a solicitação e a resistência. A resposta desse sistema é tida como satisfatória quando determinados limites de esforços, tensões, deformações ou deslocamentos não são ultrapassados (Junior, 2007). Basicamente esses estados são divididos em três categorias: estados limites últimos, estados limites de serviço e estados limites de fadiga.

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003), os estados limites últimos determinam a interrupção, parcial ou total, da funcionalidade do sistema. Esse estado é caracterizado pelo esgotamento da capacidade resistente no todo ou em parte, pelo colapso progressivo, por vibrações excessivas e pela ressonância. Os estados limites de serviço são aqueles que geram danos ou efeitos incompatíveis com as condições especificadas em norma durante sua vida útil e são causados por sua repetição ou duração. Além disso, é caracterizado pela perda dos requisitos de durabilidade, aparência, conforto ao usuário e boa utilização da estrutura. Os estados limites de fadiga lidam com o acúmulo de danos à estrutura em razão da atuação de solicitações cíclicas que dão origem à iniciação e propagação de trincas até a fratura. A especificação de códigos e normas tem se proliferado no sentido de avaliar a segurança com base em melhores expressões para as solicitações, para a combinação de esforços internos, bem como para a resistência dos materiais e componentes envolvidos. Os modelos determinísticos são tradicionais e baseados em fatores de segurança a partir de tensões admissíveis e do projeto plástico. Já as metodologias fundamentadas nos estados limites podem se subdividir em probabilísticas e semiprobabilísticas. As primeiras podem envolver métodos analíticos ou simulação. As segundas adotam fatores parciais de segurança em seus projetos (Neves e Cruz, 2001).

Madsen *et al.* (1986) destacam a existência de cinco níveis para a confiabilidade de projetos conforme a quantidade de informação disponível a cerca do projeto. O nível 0 é denominado de método das tensões admissíveis e todas as cargas são tratadas similarmente e as tensões elásticas são reduzidas por um fator de segurança. O nível 1 corresponde ao método dos estados limites que emprega um valor característico para cada valor “incerto”. O nível 2 é o método do índice de confiabilidade que adota duas características para cada parâmetro

“incerto” e uma medida de correlação entre os parâmetros. O nível 3 é conhecido por método da probabilidade de falha que emprega a probabilidade de falha da estrutura como medida de confiabilidade com o auxílio da função densidade de probabilidade das variáveis em questão. Por fim, o nível 4 é o método da minimização dos custos envolvidos ao longo da vida útil. Esse método combina a confiabilidade com a otimização estrutural de maneira que o objetivo é a minimização do custo total.

### 3.5. O PROBLEMA FUNDAMENTAL

#### 3.5.1. Função de Falha

A função de falha, também chamada de função estado limite, representa a condição limite além da qual um componente mecânico atinge padrões de falha que variam de acordo com o estado limite adotado: último, de serviço ou de fadiga. Vai desde a fratura a limitações no seu uso. O problema fundamental da confiabilidade lida com a relação entre a resistência mecânica e a solicitação exercida sobre o componente. Ambas são governadas por variáveis aleatórias e representadas pelas seguintes funções densidade de probabilidade,  $R(X)$  e  $S(X)$ , respectivamente, vide Figura (3.2), onde  $\mu_R$  e  $\mu_S$  são suas respectivas médias. A função de falha,  $G(X)$ , é definida na Equação (3.33) pela diferença entre a função de resistência,  $R(X)$ , e a função de solicitação,  $S(X)$ , onde  $X$  é o vetor das variáveis aleatórias envolvidas. Matematicamente o sistema mecânico encontra-se em segurança para valores positivos dessa função e para valores negativos, tem-se falha, vide Figura (3.3).

$$G(X) = R(X) - S(X) \quad (3.33)$$

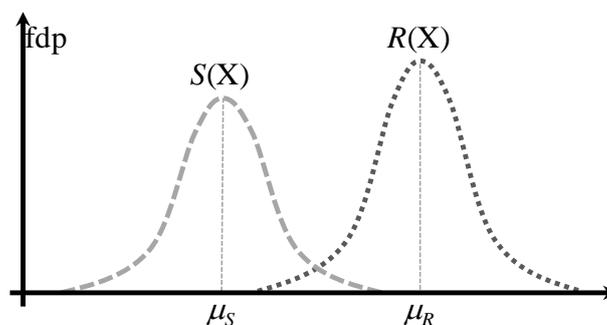


Figura 3.2. Distribuição probabilística da solicitação,  $S(X)$ , e da resistência,  $R(X)$ .

### 3.5.2. Análise de Confiabilidade

A probabilidade de falha,  $P_f$ , pode ser definida pela Equação (3.34), onde  $f_X(X)$  é a função densidade de probabilidade para o vetor  $X$ . A confiabilidade do componente mecânico é denotada pelo índice de confiabilidade,  $\beta$ , determinado pela Equação (3.35), onde  $\Phi$  indica a função distribuição normal padrão, vide Figura (3.3). Teoricamente,  $\beta$  é definido como sendo a razão entre a expectância e o desvio padrão da função de falha,  $G(X)$  como explicita a Equação (3.36).

$$P_F = P[R(X) - S(X)] = \int_{G(X) \leq 0} G(X) dX = \Phi(-\beta) \quad (3.34)$$

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_F) \quad (3.35)$$

$$\beta = \frac{E[G(X)]}{\sqrt{\text{var}[G(X)]}} \quad (3.36)$$

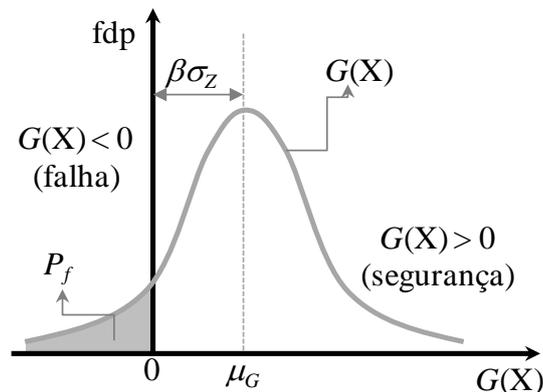


Figura 3.3. Probabilidade de falha,  $P_f$ , e índice de confiabilidade,  $\beta$ .

### 3.5.3. Análise de Sensibilidade

O principal objetivo de uma análise de sensibilidade é quantificar as contribuições relativas das variáveis envolvidas, identificar potenciais relações lineares ou não que podem existir entre as variáveis de entrada e a incerteza, ou dispersão, estimada. Na literatura, há disponíveis diversas abordagens e nenhuma delas representa a melhor opção para todos os casos. A melhor escolha depende da natureza e da complexidade do modelo estudado e das fontes de variação em questão. A literatura aponta um vasta gama de métodos apropriados

como reiteram Iman *et al.*, (1988 e 1991), Morgan e Henrion (1990), Saltelli e Marivort (1990), Rose *et al.* (1991), Merz *et al.* (1992), Shevenell e Hoffman (1993) e Hamby (1994), por exemplo.

Dentre as técnicas mais notórias, os gráficos de dispersão e os histogramas destacam-se entre as abordagens gráficas por revelar a relação existente entre dados de entrada e dados de saída de maneira qualitativa e quantitativa rapidamente. Esta por sua vez é quantificada pelo coeficiente de determinação,  $R^2$ , que indica o quanto uma variável pode influenciar significativamente a variância da variável de saída. Para este trabalho, há de se destacar as abordagens que se valem de simulações de Monte Carlo. Estas técnicas são relativamente simples de serem executadas e permitem a variação simultânea de múltiplas variáveis de entrada. Para estes casos, a aplicação direta de coeficientes de correlação é recomendável. Ademais, a sensibilidade dos dados de saída com relação aos dados de entrada pode ser mensurada a partir de derivadas parciais de um modelo que os correlacione.

### **3.5.4. Análise de Correlação entre Variáveis**

A Análise de Correlação é uma ferramenta que se destaca em diversas áreas do conhecimento e tem forte aplicação na Análise de Confiabilidade. Os principais coeficientes de correlação são: Coeficiente Linear de Pearson, Coeficiente de Correlação de Spearman, Coeficiente de Correlação Bisserial, Coeficiente de Correlação Ponto Bisserial, Coeficiente de Correlação por Postos de Kendall, Coeficiente de Correlação Eta, Coeficiente de Correlação Phi, Coeficiente de Contingência e Coeficiente de Correlação Tetracórico (Lira, 2004).

#### **3.5.4.1. Coeficiente de Correlação de Pearson**

Também conhecido como Coeficiente de Correlação do Momento Produto, a Correlação Linear de Pearson foi estudada por Francis Galton juntamente com seu aluno Karl Pearson em 1897 e definida pela relação entre a variação conjunta das variáveis envolvidas (covariância) e a variância das mesmas individualmente. Para duas variáveis,  $X$  e  $Y$ , tem-se a Equação (3.37), onde  $\sigma_i$  corresponde ao respectivo desvio padrão.

$$\rho = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (3.37)$$

Para tanto, pressupõe-se que as variáveis sejam aleatórias, que se comportem linearmente e que sejam medidas, ao menos, em escala intervalar (Schultz e Schultz, 1992). Por fim, exige-se que ambas apresentem distribuição normal bivariada conjunta. Segundo Bunchaft e Kellner (1999) a normalidade das variáveis é obrigatória para pequenas amostras, todavia, com base no Teorema Central do Limite para distribuições multivariada, essa exigência decai com o aumento do tamanho amostral de acordo com Johson e Wichern (1988).

#### 3.5.4.2. Coeficiente de Correlação de Spearman

O estimador do Coeficiente de Correlação de Spearman é uma versão não paramétrica da correlação produto-momento de Pearson que quantifica a força da associação entre as variáveis ranqueadas, vide Equação (3.38), (Corder e Foreman, 2009).

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}} \quad (3.38)$$

de modo que  $x_i = X_i - \bar{X}$  e  $y_i = Y_i - \bar{Y}$ . A variável  $X$  é definida pela Equação (3.39):

$$\sum_{i=1}^n X_i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (3.39)$$

onde  $n$  corresponde aos postos de ranqueamento. A soma dos quadrados da variável em questão é indicada pela Equação (3.40):

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = \frac{n^3 - n}{12} \quad (3.40)$$

De forma similar, obtêm-se os valores correspondentes para a variável  $Y$ , veja a Equação (3.41):

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = \frac{n^3 - n}{12} \quad (3.41)$$

A diferença entre cada posto do ranqueamento,  $d_i = x_i - y_i$ , pode ser resumido a partir do somatório dado pela Equação (3.42). O quadrado dessa diferença é expresso pela Equação (5.43).

$$d_i^2 = (x_i - y_i)^2 = x_i^2 - 2x_i y_i + y_i^2 \quad (3.42)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (3.43)$$

Partindo da Equação (3.43) e considerando a correta substituição de (3.38), (3.40) e (3.41), obtêm-se uma formalização sistematizada do Coeficiente de Correlação de Spearman considerando a diferença entre as ordenações do ranqueamento,  $d_i$ , e o número de pares de ordenações,  $n$ , como acentua a Equação (3.44), (Spearman, 1904).

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n^3 - n} \quad (3.44)$$

O coeficiente em questão requer que as variáveis se apresentem em escala de mensuração, ao menos ordinal, de maneira que as variáveis analisadas formem duas séries ordenadas (Siegel, 1975) e sejam relacionadas monotonicamente. Seu uso é acentuado quando as exigências do modelo de Pearson são violadas.

### 3.5.5. Abordagem por Derivadas Parciais

Os métodos clássicos de análise de sensibilidade usam estimativas de derivadas parciais de um modelo de variáveis de saída com respeito a cada variável. Para esse propósito de avaliar

individualmente a influência relativa de cada variável de entrada no modelo de saída é comum a derivada parcial normalizada em forma de índice. A investigação da sensibilidade entre variáveis aleatórias pode ser perfeitamente interpretada como a inclinação da tangente à uma função de resposta de superfície obtida a partir dos modelos que definem o comportamento entre as mesmas. De modo que, pequenas inclinações representam baixa sensibilidade e altas taxas de variação indicam relevante contribuição na dispersão dos dados de saída. Para dada função  $G(X_1, X_2, \dots, X_n)$  composta por  $n$  variáveis de entrada, descritas pela média e variância, a contribuição de cada variável para a dispersão de  $G$  é pode ser quantificada por derivadas parciais (EPA, 2001).

A análise de sensibilidade de um problema mecânico consiste no estudo percentual da contribuição das variáveis aleatórias envolvidas na probabilidade de falha. Segundo Lee e Kim (2007), o índice de sensibilidade,  $\alpha_i$ , pode ser definido em relação às derivadas parciais de cada variável aleatória,  $X_i$ , Equação (3.45), como também reforçam Mahadevan e Haldar (2000a, 2000b). Variáveis cujo índice seja muito baixo podem ser consideradas determinísticas, onde  $G(X)$  é a função estado limite.

$$\alpha_i = \frac{\frac{\partial G(X)}{\partial X_i} dX_i}{\sqrt{\sum \left( \frac{\partial G(X)}{\partial X_i} dX_i \right)^2}} \quad (3.45)$$

### 3.6. MÉTODOS DE CONFIABILIDADE

O cerne matemático da confiabilidade é a integração da função densidade de probabilidade conjunta da equação de estado limite. Contudo, na prática, as dificuldades encontradas para sua adequada caracterização e resolução a limitam. Nesse contexto metodologias surgem na tentativa de mitigá-las. Dentre os métodos exatos tem-se a integração numérica e o método de Monte Carlo. Este se destaca em na Amostragem Importante (Grooteman, 2008) e na Amostragem Hipercubo Latino (Minasny e McBratney, 2006). Dentre as principais abordagens probabilísticas, este trabalho acentua os métodos de primeira e segunda ordem, FORM (Hohenbichler *et al.*, 1987) e SORM (Hohenbichler *et al.*, 1987), respectivamente.

### 3.6.1. Método Exato: Simulação de Monte Carlo

O método de Monte Carlo vale-se de simulações estocásticas a fim de obter aproximações numéricas de funções complexas. Ele consiste na geração de uma amostra a partir de uma distribuição probabilística para aproximar a função desejada. Esse nome é dado em razão da aleatoriedade dos números se assemelhar às roletas do Cassino de Monte Carlo em Mônaco. Hammersley e Handscomb (1964) creditam sua origem ao período de vigência do projeto Manhattan na segunda Guerra Mundial durante o desenvolvimento e fabricação da bomba atômica americana. Para todos os efeitos, Stanislaw Marcin Ulam e John Von Neumann foram os precursores nessa empreitada.

Em projetos mecânicos, o experimento é repetido  $N$  vezes. Em cada teste as variáveis que são aleatoriamente geradas compõem o vetor de variáveis aleatórias,  $X_i = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  e a função de falha,  $G(X_i)$ , é avaliada. A probabilidade de falha é dada aproximadamente pelo número de casos em o componente não atinge as condições mínimas,  $G(X_i) \leq 0$ , como se vê na Equação (3.46). Esse procedimento pode ser visto em detalhes no algoritmo que está esquematizado na Figura (3.4).

$$P_f \approx \frac{n(G(X_i) \leq 0)}{N} \quad (3.46)$$

Conforme o número de variáveis aleatórias aumenta e/ou as equações constitutivas do estado-limite tornam-se laboriosas, o método de Monte Carlo requer a geração de um número cada vez maior de eventos para avaliar as propriedades estatísticas, ou seja, exige-se um alto número de simulações para estimar as propriedades estatísticas. Fato este que não o torna recomendável em virtude de sua lentidão. Nesse sentido, sugere-se a técnica de Importância Amostral (*apud* Ferreira, 1995) ou a amostragem Hipercubo Latino. Em geral, os métodos probabilísticos são difíceis de serem verificados experimentalmente, ao contrário dos métodos analíticos. Nesse sentido, o método de Monte Carlo torna-se uma boa alternativa para os métodos de primeira e segunda ordem. Mahadevan e Haldar (2000a), Lee e Kim (2006) e Lee *et al.* (2006) publicaram trabalhos que ressaltam os processos computacionais para calcularem a probabilidade de falha através da simulação de Monte Carlo.

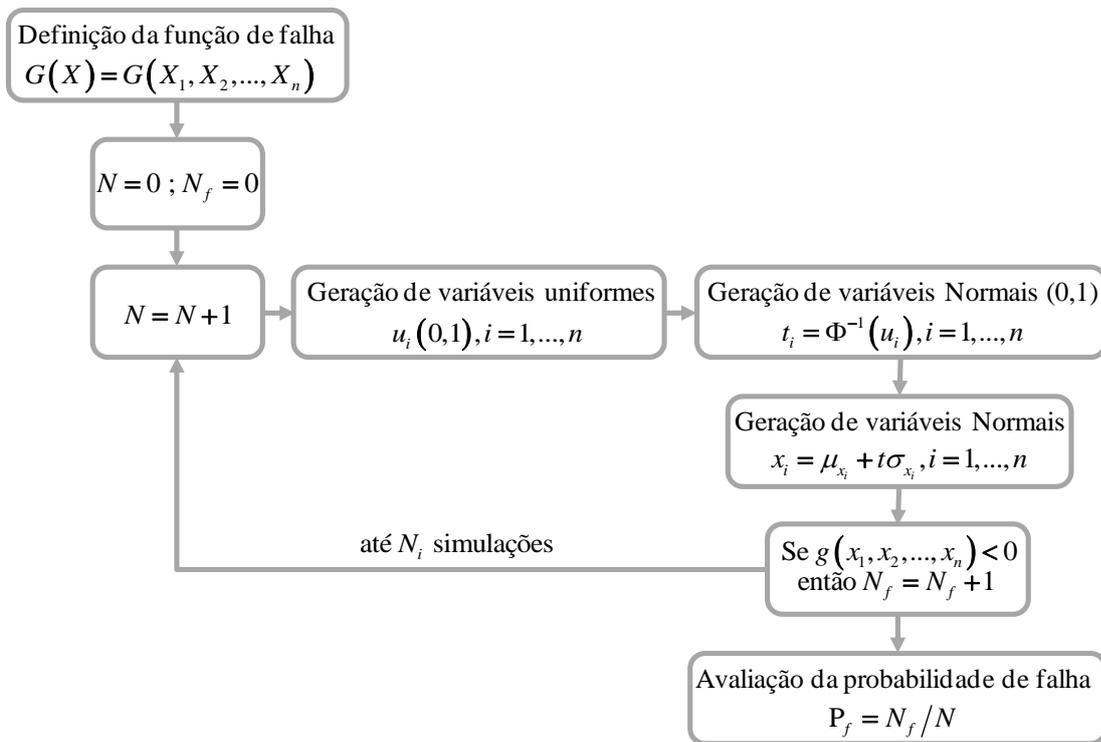


Figura 3.4. Ilustração esquemática do algoritmo de Monte Carlo.

Contudo, é necessário compreender o erro da probabilidade de falha associado ao tamanho da amostra, ou seja, ao número de simulações,  $N$ . Shooman (1968) desenvolveu uma expressão para o erro percentual,  $e$ , a partir de uma aproximação da distribuição binomial pela normal de forma que há 95% de chance do erro da probabilidade estimada está compreendido nessa relação, vide Equação (3.47).

$$e[\%] = 200 \sqrt{\frac{1 - P_F}{N \cdot P_F}} \quad (3.47)$$

### 3.6.2. Método Aproximado: FORM

Um dos métodos usados para determinar o índice de confiabilidade é o método de primeira ordem (FORM). Ele é baseado na aproximação linear de primeira ordem da série de Taylor para a função estado limite,  $G(X)$ , como descrevem Lee e Kim (2006), Mahadevan e Haldar (2000a) e Ahammed (1998). Nesse método, as variáveis aleatórias, modeladas por qualquer distribuição probabilística e dependentes entre si ou não, são transformadas do espaço original para o espaço normal padrão, vide Figura (3.5). No tocante ao índice de confiabilidade,  $\beta$ , o mesmo é definido como a menor distância da superfície de falha no espaço das variáveis

padronizadas até a origem. Essa distância é indicada por  $y^*$  e chamada de ponto de projeto. A superfície de falha é aproximada por uma superfície linear e tangente no ponto de menor distância entre a superfície de falha e a origem em cada iteração, como se observa na Figura (3.6).

A obtenção do ponto de projeto permite o cálculo do índice de confiabilidade,  $\beta$ , Equação (3.48). A probabilidade de falha,  $P_F$ , é determinada pela Equação (3.49), onde  $F$  representa o domínio de falha  $G(V) \leq 0$ ,  $\Phi$  corresponde à função de distribuição cumulativa normal padrão e  $V^*$  é o ponto ótimo no espaço reduzido.

$$\beta = \text{sign}(G(\mu)) \|V^*\| \tag{3.48}$$

$$P_F = P(F) \int_F f_V(V) dV \cong \Phi(-\beta) \tag{3.49}$$

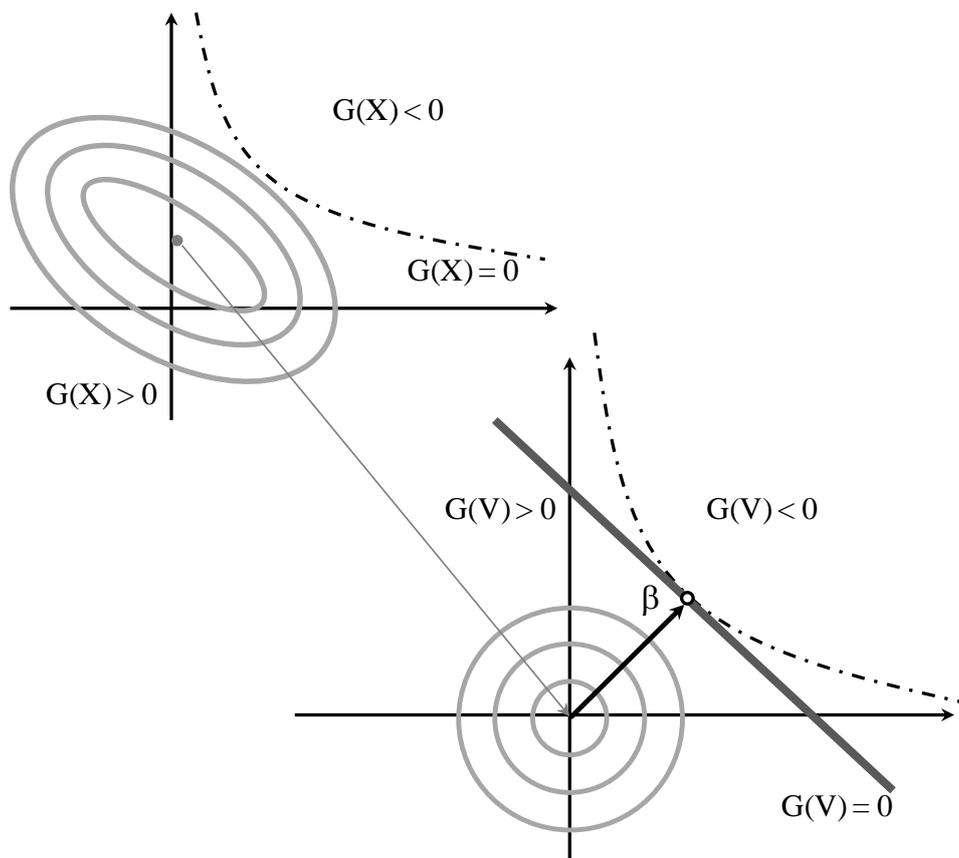


Figura 3.5. Transformação do espaço original para o espaço normal padrão.

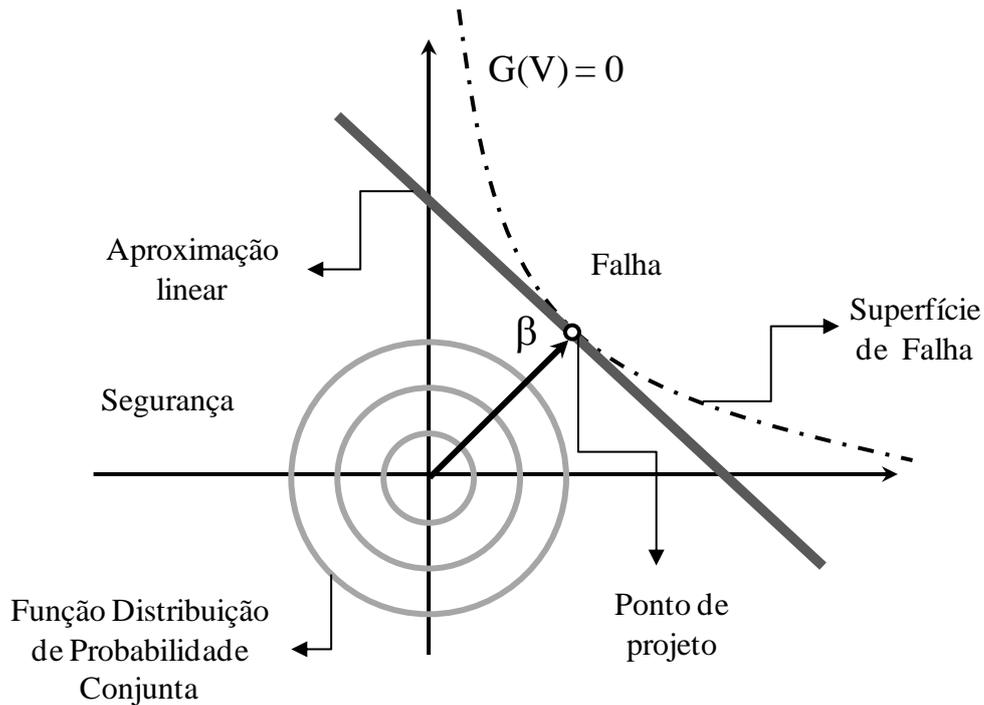


Figura 3.6. Aproximação linear do método FORM.

### 5.6.3.1. Análise de sensibilidade segundo o método FORM

O método de confiabilidade de primeira ordem elucidado também estima a sensibilidade das variáveis componentes da função de falha na determinação do índice de confiabilidade. A Equação (3.50) destaca a componente do vetor que é normal à superfície de falha,  $\alpha_i$ , no ponto de projeto. A influência de cada variável é medida pelo fator de importância,  $I_i$ , dado pela Equação (3.51). Desse modo, variáveis com altos valores de  $I_i$  merecem cuidado na modelagem estatística e aquelas com baixos valores de  $I_i$  podem até ser admitidas como determinísticas.

$$\alpha_i = - \frac{\left( \frac{\partial g(x_i^*)}{\partial x_i} \right) \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial g(x_i^*)}{\partial x_i} \right) \sigma_{x_i} \right]^2}} = \frac{\nabla G(y_i^*)}{|\nabla G(y^*)|} = \frac{y_i^*}{\beta} \quad (3.50)$$

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (3.51)$$

### 3.6.3. Método Aproximado: FOSM

O método de confiabilidade de primeira ordem (FOSM) visa determinar a probabilidade de falha através da média e da variância, os dois primeiros momentos estatísticos, a partir da expansão da função de falha em série de Taylor até a primeira derivada. Rackwitz e Fiessler (1976 e 1978) sugeriram que ainda que as variáveis em questão não sejam gaussianas, todas sejam transformadas em normais equivalentes. Ademais, esse método requer que a função de falha seja diferenciável duas vezes com o intuito de realizar uma aproximação quadrática no ponto de projeto, vide fluxograma da Figura (3.7).

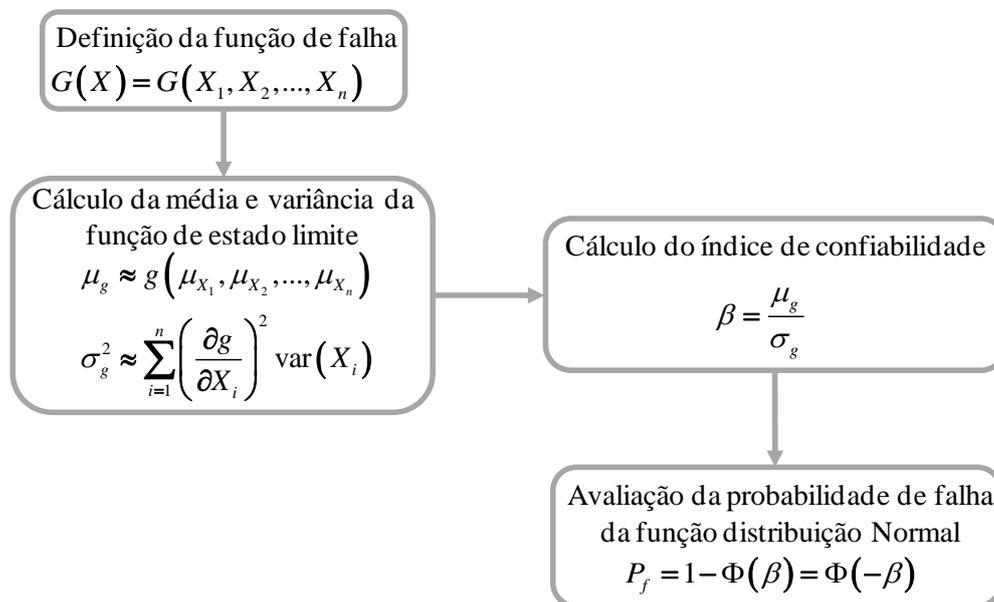


Figura 5.7. Fluxograma do método FOSM.

## 4. METODOLOGIA

As falhas por fadiga são usualmente investigadas sob o prisma experimental e também por procedimentos numéricos. Em ambas as abordagens, admite-se a necessidade de expertise para compreender seus mecanismos físicos, para conduzir os testes experimentais e/ou as simulações numéricas, para o correto tratamento dos dados e para a coerente interpretação de seus resultados. Além disso, é sabido que as mais diversas variáveis que as compõem são aleatórias e por isso devem ser caracterizadas por suas propriedades estatísticas de tendência central e dispersão. É comum, na literatura, desconsiderar o caráter aleatório do limite de fadiga e do limiar de propagação de trincas apresentando-os de forma determinística. Essa conduta pode ensejar projetos mais robustos, uma vez que o fator de segurança pode ser superestimado em razão do desconhecimento ou desconsideração de informações relativas à variabilidade das fontes de incerteza. O presente trabalho consiste na investigação numérica de abordagens probabilísticas da falha por fadiga valendo-se da Teoria da Distância Crítica aplicadas ao aço ASTM A743 CA6NM. A presente metodologia está dividida em quatro etapas: (i) modelagem numérica de elementos finitos, (ii) estudo do comportamento estocástico da tensão na distância crítica, (iii) análise estocástica da estimação indireta do limiar de propagação de trincas e (iv) proposição e implementação de um modelo de confiabilidade à fadiga considerando a Teoria da Distância Crítica.

### 4.1. MODELAGEM NUMÉRICA DE ELEMENTOS FINITOS

A modelagem por Elementos Finitos baseia-se na discretização da geometria em um número finito de elementos. Essa discretização impõe um sistema de equações que permite a resolução do problema através de uma série de operações repetitivas que pode ser resolvida computacionalmente de modo que para cada elemento gerado na discretização haja uma matriz de rigidez que correlaciona as forças com as deformações onde o carregamento aplicado à estrutura é substituído por um sistema de forças equivalente concentradas em nós. A partir da definição do problema a análise numérica através do Método de Elementos Finitos (MEF) pode ser constituída pelas seguintes etapas básicas: (i) pré-processamento, (ii) solução e (iii) pós processamento (Meirelles, 2007). O pré-processamento é composto dos seguintes passos:

a) Definição geométrica do modelo: a geometria do modelo adotado depende do problema proposto e pode ser feita em ambiente CAD e exportada para o programa ou no próprio programa de elementos finitos através de comandos executados em seu pré-processador. As características estatísticas tais como valor médio, desvio padrão, modelo de distribuição de probabilidades e demais parâmetros também podem ser inseridas.

b) Discretização do domínio em elementos finitos: a subdivisão da estrutura em nós que compõem a rede de elementos finitos é conduzida através da definição de pontos, linhas, áreas e/ou volumes. Essas entidades geométricas formam a base para a construção das malhas de elementos finitos, para a definição das condições de contorno e dos carregamentos.

c) Definição do tipo de material: as propriedades mecânicas dos materiais utilizados podem ser escolhidas a partir de uma biblioteca de materiais pré-definidos no programa ou através da atualização da mesma mediante atualização com dados de novos materiais. Nessa etapa também podem ser definidas as propriedades de fadiga do material em questão em linguagem APDL.

d) Definição do elemento: a seleção do tipo de elemento a ser adotado consiste em escolher e associar as funções de forma para representar o domínio físico de cada elemento. Sua escolha se baseia nas hipóteses teóricas adotadas para o equacionamento de cada elemento.

e) Geração da malha: a malha de elementos finitos pode ser gerada diretamente a partir da definição de nós e elementos.

f) Aplicação das condições de contorno com base nas hipóteses físicas adotadas para a análise as condições de contorno e as cargas são impostas.

A solução corresponde à parte interna do processo onde os sistemas de equações são resolvidos para cada nó da malha a partir das informações previamente estabelecidas no pré-processamento e é composta pela formação e montagem das matrizes de rigidez de cada elemento finito, da aplicação das condições de contorno e do cálculo dos deslocamentos e das tensões. O pós-processamento é etapa em que os resultados obtidos na solução são analisados quantitativamente e/ou qualitativamente com a possibilidade de visualização de gráficos da distribuição de tensões permitindo a visualização da solução em pontos, ao longo de linhas e

sobre superfícies definidas pelo usuário. Diversos pacotes comerciais executam esses passos automaticamente mediante interfaces gráficas. Neste trabalho o programa comercial *Ansys*® versão 13 foi utilizado para desenvolver os modelos de elementos finitos e conduzir a solução e o pós-processamento.

#### 4.1.1. Modelagem Geométrica

Para o estudo de caso em questão adotou-se uma placa plana com duplo entalhe lateral em V com profundidade do entalhe,  $a = 6$  mm; largura,  $w_g = 120$  mm; espessura,  $esp = 5$  mm; e ângulo de abertura do entalhe,  $\theta = 60^\circ$ , vide Figura (4.1). Quatorze raios de entalhe,  $r$ , foram selecionados de modo a contemplar entalhes agudos e suaves: 0,025 mm, 0,05 mm, 0,1 mm, 0,15 mm, 0,2 mm, 0,25 mm, 0,3 mm, 0,4 mm, 0,5 mm, 1 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm e 5 mm. Todos os casos foram modelados para apenas 1/4 da geometria por questões de simetria, praticidade e custo operacional como ilustra a Figura (4.2), de modo que a seção resistente é definida como sendo  $w_g - 2a$  e a dimensão característica,  $d_n$ , corresponde à metade da seção resistente.

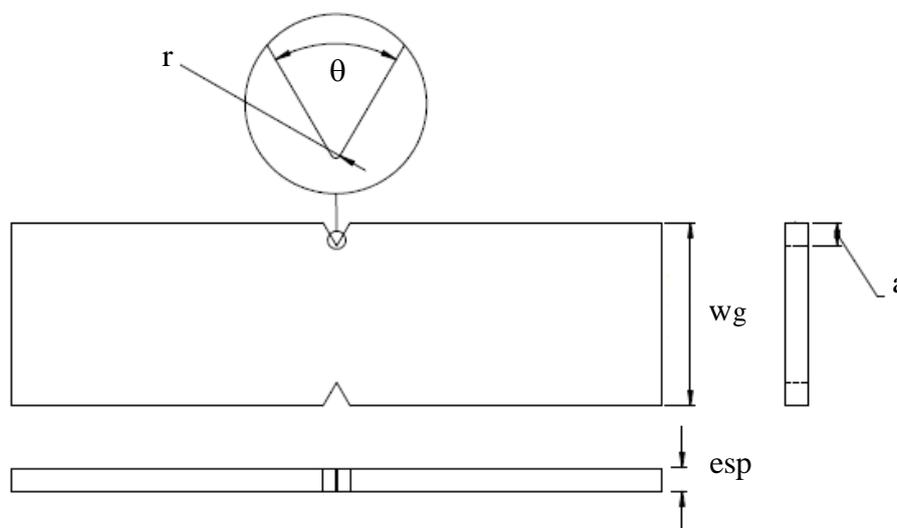


Figura 4.1. Placa com duplo entalhe em V.

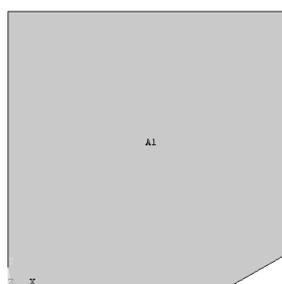


Figura 4.2. Modelagem geométrica de 1/4 da placa plana com entalhe em V.

#### 4.1.2. Malha de Elementos Finitos

A representação geométrica do modelo está baseada em elemento definido por oito nós com dois graus de liberdade por nó, deslocamento quadrático e que apresenta variante triangular de seis nós com oito e seis pontos de Gauss, respectivamente. O mesmo deve atender às condições de estado plano de tensão e análise linear elástica adotadas para o estudo de caso. Entre os elementos 2D disponíveis no *Ansys* 13, o elemento PLANE 183 se enquadra nessas características e foi selecionado, vide Figura (4.3) por apresentar bom comportamento, ser recomendado para malhas regulares, irregulares e indicado para hipóteses de tensão ou deformação plana ou com elemento axissimétrico (Lawrence, 2010). A Figura (4.4) mostra um exemplo das malhas obtidas para os entalhes com raio de 5 mm e 0,5 mm de modo que a ordem de grandeza do refinamento das malhas estruturadas para cada entalhe adotado pode ser observada a partir da quantidade média de elementos e da quantidade média de nós mostrada nas Figuras (4.5) e (4.6), respectivamente.

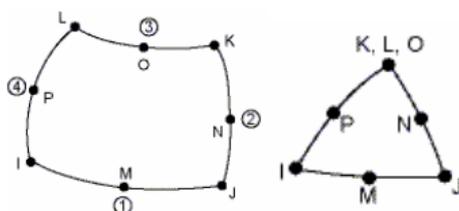
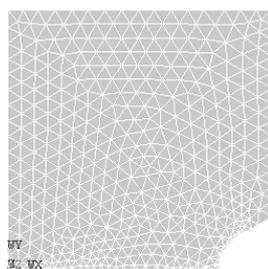
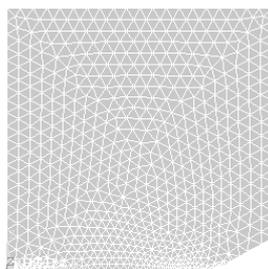


Figura 4.3. Elemento finito adotado (Lawrence, 2010).



(a)



(b)

Figura 4.4. Malha de elementos finitos para entalhe com raio de (a) 5 mm e (b) 0,5 mm.

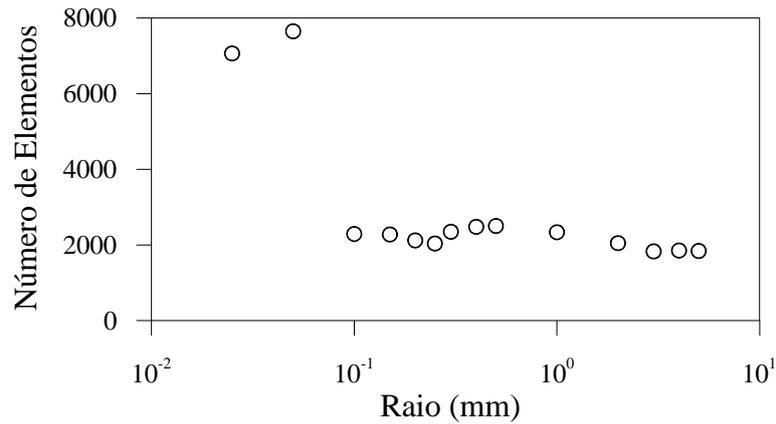


Figura 4.5. Quantidade média de elementos da malha para cada entalhe.

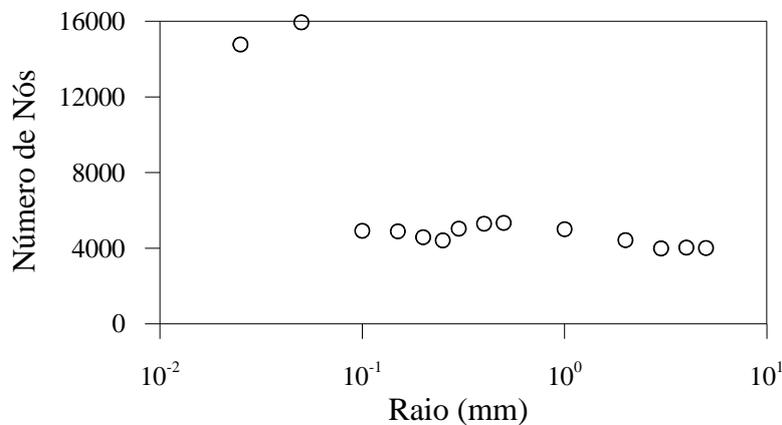


Figura 4.6. Quantidade média de nós da malha para cada entalhe.

Tendo em vista que os modelos locais são dependentes da malha, o controle de estabilização da malha foi baseado na comparação entre o fator de concentração de tensão,  $K_t$ , médio predito numericamente e o respectivo valor obtido por aproximação analítica segundo Peterson em Pilkey (1997). Essa abordagem foi adotada tendo em vista que cada geometria foi simulada 2.500 vezes e em cada simulação a malha foi refeita tornando inviável a calibração da malha para cada caso. O critério de estabilização adotado foi de 10% de diferença entre a estimativa numérica e a aproximação analítica para os casos disponíveis na literatura sendo que para os demais casos ( $r = 0,1$  mm; 0,05 mm e 0,025 mm) adotou-se as mesmas condições de refinamento da malha para  $r = 0,15$  mm. A Tabela (4.2) mostra os resultados para a calibração da malha entendendo que 20% é uma diferença aceitável considerando que tanto a simulação numérica quanto o modelo analítico de Peterson são aproximações.

Tabela 4.1. Comparação do fator de concentração de tensões para calibração da malha.

r(mm)	$K_{t, \text{Analítico}}$	$K_{t, \text{Numérico}}$	Erro (%)
0,025	-	28,25	-
0,05	-	19,22	-
0,1	-	14,63	-
0,15	12,10	12,45	2,89%
0,2	10,60	10,65	0,47%
0,25	9,56	9,69	1,36%
0,3	8,80	9,04	2,73%
0,4	7,74	7,79	0,65%
0,5	7,01	6,95	-0,86%
1	5,21	5,02	-3,65%
2	3,94	3,74	-5,08%
3	3,37	3,13	-7,12%
4	3,03	2,80	-7,59%
5	2,79	2,56	0,36%

#### 4.1.3. Condições de Contorno e Carregamento

Após gerar a malha e garantir que a mesma está estabilizada as propriedades são impostas, as condições de contorno são delimitadas e os carregamentos são aplicados aos nós. As restrições de deslocamento foram impostas de modo a garantir que apenas 1/4 da geometria seja analisada e o carregamento seja aplicado de modo a simular a condição de máxima tensão em um ensaio de fadiga. Os nós 1, 2 e 3 foram restringidos quanto ao deslocamento na direção Y e os nós 1 e 7 na direção X como indica a Figura (4.7). O carregamento aplicado obedece o controle de força de modo que a força aplicada seja aquela que resulte em uma tensão remota,  $\Delta\sigma_{0nom}$ , que gere uma distribuição de tensão a frente do entalhe onde a tensão na posição da distância crítica,  $d$ , corresponda ao limite de fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ .

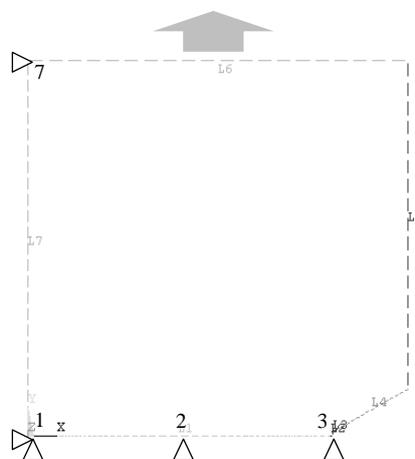


Figura 4.7. Quantidade média de nós da malha para cada entalhe.

#### 4.1.4. Material e suas Propriedades

O material adotado como referência de trabalho é a liga de aço inoxidável martensítico ASTM A743 CA6NM de aplicação em componentes hidrogeradores. A Tabela (4.2) apresenta sua composição química em peso e a Tabela (4.3), suas principais propriedades mecânicas de acordo com a norma ASTM A743/A743M – 06 (2006). Os valores experimentais para as propriedades mecânicas são: módulo de elasticidade,  $E = 198,4 \pm 4$  GPa; tensão de escoamento,  $\sigma_y = 575 \pm 35$  MPa; tensão de resistência à tração,  $\sigma_r = 918 \pm 1$  MPaMPa; e dureza Brinell,  $HB = 282,0 \pm 5,5$ . Para maiores informações a respeito desses resultados recomenda-se consultar Silva *et al.* (2011).

Tabela 4.2. Composição química em peso.

Composição máxima (%)	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Mo
	0,06	1,00	1,00	0,04	0,03	14.0	4.5	1.00

Tabela 4.3. Propriedades mecânicas.

Resistência à tração (MPa)	Tensão de escoamento (MPa)	Dureza máxima (HB / HRC)	Elongação em 50 mm (%)
> 750	> 550	285 / 30	15

As propriedades de fadiga adotadas foram obtidas a partir do limite de fadiga,  $\Delta\sigma_a$ , e do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , corrigidos pelo modelo de tensão média de Walker conforme as Equações (4.1) e (4.2), respectivamente.

$$\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_{ar} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{1-\gamma_\sigma} \quad (4.1)$$

onde  $\Delta\sigma_a$  é a amplitude da tensão de fadiga admissível para a razão de carregamento,  $R$ , quista;  $\Delta\sigma_{ar}$  é a amplitude de tensão de fadiga para carregamento completamente reversível,  $R = -1$ ; e  $\gamma_\sigma$  é o coeficiente de ajuste do modelo de tensão média para fadiga do material em questão.

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th,0} (1-R)^{\gamma_k} \quad (4.2)$$

onde  $\Delta K_{th,0}$  é o limiar de propagação de trincas para razão de carregamento nula e  $\gamma_K$  é o coeficiente de ajuste do modelo.

O resumo dos parâmetros de caracterização do modelo de Walker para o limite de fadiga,  $\Delta\sigma_a$ , e para o limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , estão apresentados na Tabela (4.4). Maiores detalhes a respeito dos valores experimentais adotados podem ser encontrados no Apêndice A.2 e nos seguintes trabalhos: Silva *et al.* (2010), Souza (2011) e Sá (2013).

Tabela 4.4. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para a resistência à fadiga e o limiar de propagação de trincas.

Parâmetro	Estimativa	Coefficiente de Variação
$\Delta\sigma_{ar}$	348,4	0,03
$\gamma_\sigma$	0,433	0,11
$\Delta K_{th,0}$	5,73	0,05
$\gamma_K$	0,702	0,10

#### 4.1.5. Análise dos Resultados Preliminares

A partir da definição geométrica e de suas propriedades estatísticas, da geração e estabilização da malha e da solução das matrizes de rigidez para cada nó é possível analisar o campo de tensões na vizinhança do concentrador de tensões em especial na posição da distância crítica.

#### 4.1.6. Simulação Numérico-Probabilística

A metodologia numérico-probabilística consiste em analisar o efeito da incerteza dos parâmetros de entrada no modelo de falha a partir de simulações numéricas de modo a quantificar o efeito de cada variável de entrada nos resultados da análise de elementos finitos. O pacote comercial *Ansys* versão 13 tem um módulo de análise probabilística (PDS) de forma que, uma vez que o problema está definido e que a etapa de modelagem já foi concluída, dá-se início à análise probabilística que também é subdividida em pré-processamento, solução e pós-processamento. As etapas de pré-processamento consistem em: *i*) definir as variáveis de entrada e suas propriedades estatísticas; *ii*) definir as variáveis de saída; *iii*) selecionar o método probabilístico de análise e *iv*) selecionar o tipo de amostragem e o seu tamanho.

A etapa de solução consiste em executar as simulações numéricas tantas vezes se estipule na fase anterior. O pós-processamento dos resultados pode ser feito mediante interface gráfica através do histórico da amostra, de histograma, da função de distribuição cumulativa, da análise de sensibilidade das variáveis aleatórias, de diagrama de dispersão e da matriz de correlação.

#### 4.1.6.1. Definição das variáveis de entrada

No presente trabalho, as variáveis de entrada são: a força aplicada,  $F$ ; o limite de resistência à tração,  $\sigma_{rt}$ ; o limite de fadiga para tensão média nula,  $\Delta\sigma_{ar}$ ; coeficiente de ajuste do modelo de tensão média segundo Walker,  $\gamma_s$ ; o limiar de propagação de trincas para  $R = 0,1$ ,  $\Delta K_{th}$ ; o coeficiente de ajuste do modelo de Walker para contabilizar o efeito da razão de carregamento do parâmetro de propagação de trinca,  $\gamma_K$ ; o comprimento do espécime,  $w_g$ ; a profundidade do entalhe,  $D$ ; o raio do entalhe,  $r$ ; e a espessura do espécime,  $esp$ . A espessura está sendo considerada na modelagem numérica na tentativa de simular o comportamento estocástico de um espécime de fadiga, no entanto, sua influência na distribuição de tensões e no cálculo do fator de concentração de tensões está sendo admitida insignificante uma vez que o corpo de prova está projetado para o estado plano de tensões.

Todas as variáveis associadas à geometria estão assumindo uma distribuição de probabilidade triangular, pois definem a moda e as condições limite superior e inferior de possíveis valores que as mesmas podem assumir. Essa escolha se deve ao fato de as características geométricas serem mais suscetíveis a controle durante a fabricação e inspeção dos corpos de prova. A força aplicada está sendo modelada pela distribuição normal com baixo desvio padrão considerando que o possível erro da aplicação do carregamento seja muito baixo para o caso do uso de uma máquina servo-hidráulica, por exemplo. O limite de fadiga e o limiar de propagação de trincas são modelados por distribuições de Weibull de três parâmetros. Essa opção se dá pelo fato de poder truncar os valores superior e inferior, em especial esse último, impedindo que essas variáveis sejam nulas. Os coeficientes de ajuste do modelo de Walker para limite de fadiga e limiar de propagação são, a priori, tipicamente gaussianos e fruto de regressão linear, além disso, a dispersão de ambos é muito baixa de modo que a probabilidade do valor médio é bastante alta. A Tabela (4.5) apresenta a síntese da caracterização estatística das variáveis de entrada obtida a partir da simulação numérica.

Tabela 4.5. Caracterização probabilística das fontes de incerteza: a) Propriedades estatísticas das variáveis de entrada, b) da variável Força e c) da variável Raio.

a) Propriedades estatísticas das variáveis de entrada

<b>X</b>	<b>Variável</b>	<b>Modelo de Distribuição</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Parâmetro 1</b>	<b>Parâmetro 2</b>	<b>Parâmetro 3</b>
X <sub>1</sub>	Força	Normal	*	*	*	*	-
X <sub>2</sub>	Limite de fadiga ( $R = -1$ ), $\Delta\sigma_{ar}$	Weibull	347,3 MPa	3,2 MPa	3,0	348,4	338,4
X <sub>3</sub>	Resistência à tração, $\sigma_{rt}$	Normal	918,0 MPa	45,9 MPa	918,0	45,9	-
X <sub>4</sub>	Coefficiente de ajuste da tensão, $\gamma_s$	Normal	0,433	0,047	0,433	0,047	-
X <sub>5</sub>	Limiar de propagação de trincas, $\Delta K_{th}$	Weibull	5,70 MPa $\sqrt{m}$	0,87 MPa $\sqrt{m}$	3,0	5,73	5,46
X <sub>6</sub>	Coefficiente de ajuste de fratura, $\gamma_K$	Normal	0,702	0,070	0,702	0,070	-
X <sub>7</sub>	Comprimento da seção resistente, $w_g$	Triangular	60,00 mm	0,01 mm	59,97	60,00	60,00
X <sub>8</sub>	Espessura, $esp$	Triangular	5,00	0,01	4,97	5,00	5,02
X <sub>9</sub>	Profundidade do entalhe, $D$	Triangular	6,00	0,01	5,97	6,00	6,02
X <sub>10</sub>	Raio do entalhe, $r$	Triangular	*	*	*	*	*

\* Valor que varia de acordo com a geometria do entalhe.

b) Propriedades estatísticas da variável Força.

<b>Raio (mm)</b>	<b>Média (N)</b>	<b>Desvio Padrão (N)</b>
5	45918	0,10
4	42290	0,10
3	37855	0,10
2	32297	0,10
1	24429	0,10
0,5	18547	0,10
0,4	17072	0,10
0,3	15429	0,10
0,25	14491	0,10
0,2	13547	0,10
0,15	12500	0,10
0,1	11429	0,10
0,05	10590	0,10
0,025	10092	0,10

c) Propriedades estatísticas do raio do entalhe, *r*.

<b>Raio (mm)</b>	<b>Média (mm)</b>	<b>Desvio Padrão (mm)</b>	<b>Parâmetro 1</b>	<b>Parâmetro 2</b>	<b>Parâmetro 3</b>
5	5,00	0,01	4,97	0,50	0,50
4	4,00	0,01	3,97	0,40	0,40
3	3,00	0,01	2,97	0,30	0,30
2	2,00	0,01	1,97	0,20	0,20
1	1,00	0,004	0,99	0,10	0,10
0,5	0,50	0,004	0,49	0,50	0,51
0,4	0,40	0,004	0,39	0,40	0,41
0,3	0,30	0,002	0,29	0,30	0,31
0,25	0,25	0,002	0,25	0,25	0,26
0,2	0,20	0,002	0,20	0,20	0,21
0,15	0,10	0,002	0,15	0,15	0,15
0,1	0,10	0,002	0,10	0,10	0,10
0,05	0,05	0,002	0,05	0,05	0,05
0,025	0,025	0,002	0,025	0,025	0,025

#### 4.1.6.2. Definição das variáveis de saída

As variáveis de saída são: a distribuição de tensões elásticas à frente da raiz do entalhe; o gradiente de tensões; o fator de concentração de tensões,  $K_t$ ; o fator de redução de fadiga,  $K_f$ ; a estimativa da distância crítica,  $d_p$ ; a predição tensão segundo a distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ ; o modelo de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ ; e o modelo de Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ ; a estimativa do limiar de propagação de trincas a partir do conceito de distância crítica,  $\Delta K_{thD}$ ; a margem de segurança com base na distância crítica,  $G_d$ ; a margem de segurança com base na tensão predita a partir do conceito de distância crítica,  $G_D$ ; com base no modelo empírico de Peterson,  $G_P$ ; e no modelo de Neuber,  $G_N$ . Todas elas são devidamente caracterizadas pelo valor médio, desvio padrão e graficamente representadas por seus respectivos histogramas.

#### 4.1.6.3. Seleção do método probabilístico e da técnica de amostragem

O método de análise probabilística adotado foi o de Monte Carlo em virtude de sua praticidade e eficiência e a técnica de amostragem escolhida foi a Amostragem por Hipercubo Latino considerando 2.500 simulações de modo que para cada geometria e simulação uma nova malha foi gerada. Essa técnica de amostragem apresenta-se dentro de um conjunto de metodologias de redução de variância dentre as quais se destacam as Variáveis Antitéticas, a Amostragem por Importância, a Amostragem Estratificada, a Variável de Controle, *Common Random Numbers* e a Amostragem Descritiva. A abordagem de Hipercubo Latino fora desenvolvida para estudar a segurança de reatores do Grupo de Hidrodinâmica do Laboratório Científico de Los Alamos e consiste na estratificação da distribuição acumulada de probabilidade das variáveis de entrada em  $n$  partes de igual probabilidade. Na sequência, aleatoriamente seleciona-se um valor dentro de cada estrato sendo que na amostragem hipercúbica esses valores são permutados randomicamente (Malleta, 2005).

#### 4.1.7. Considerações Sobre Fontes de Erro em Simulações Numéricas

As abordagens numéricas apresentam limitações que podem resultar em erros. Segundo Meirelles (2007), as principais limitações são os erros de definição do problema, a utilização imprópria de elementos, a aplicação errada de cargas e condições de fronteira, a fraca discretização da geometria e os erros inerentes aos métodos numéricos utilizados na solução das equações de equilíbrio. No presente trabalho, essas fontes de erro foram consideradas e o

devido cuidado foi tomado no sentido de amenizar o impacto dessas limitações principalmente no que diz respeito à discretização da malha quando da análise de convergência.

## **4.2. ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA TENSÃO NA DISTÂNCIA CRÍTICA**

O procedimento para o estudo do comportamento da tensão na distância crítica é a apresentado em duas etapas. A primeira descreve a metodologia numérica para previsão da tensão a partir da análise estocástica da distância crítica obtida com base na aleatoriedade dos resultados experimentais de fadiga para o aço ASTM A743 CA6NM. Na segunda parte, o processo de validação é apresentado considerando espécimes planos com entalhes fabricados com o mesmo material.

### **4.2.1. Procedimento Numérico-Estocástico de Determinação da Tensão na Distância Crítica**

A Teoria da Distância Crítica na versão do Método do Ponto considera que a falha de um componente entalhado ocorre quando a tensão na distância crítica é maior ou igual ao limite de fadiga do material. Segundo Taylor (1999), a distância crítica deve ser determinada a partir do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , e do limite de fadiga,  $\Delta\sigma$ , obtidos para a mesma razão de carregamento,  $R$ . Nesse trabalho adotou-se  $R = 0,1$ , conforme a Equação (4.3). Considerando a dispersão das variáveis de entrada, sua distribuição de frequência pode ser representada na forma de histograma para cada entalhe estudado.

$$d = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\Delta K_{th_{0,1}}}{\Delta\sigma_{0,1}} \right) \quad (4.3)$$

A partir da distância crítica,  $d$ , é possível estimar sua tensão correspondente aqui denominada de,  $\Delta\sigma_{0D}$ , considerando a distribuição de tensões a frente da descontinuidade geométrica para o como ilustra a Figura (4.8). Com a finalidade de avaliar o comportamento estocástico da tensão,  $\Delta\sigma_{0D}$ , nessa posição a frente do entalhe, os modelos empíricos de Peterson e Neuber foram utilizados como base de comparação para avaliar as estimativas numéricas da tensão de

fadiga,  $\Delta\sigma_{0D}$ . As tensões previstas,  $\Delta\sigma_0^p$ , através do conceito de distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , e dos modelos clássicos de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ , são representadas pelas Equações (4.5) e (4.6), respectivamente. Os entalhes severos e suaves apresentados na seção 4.1.1. foram simulados com o propósito de avaliar o domínio de atuação do conceito de distância crítica para estimar a resistência à fadiga. Para cada modelo e raio de entalhe, as previsões da tensão são apresentadas por histogramas de modo a avaliar o comportamento médio e a dispersão dos resultados. O efeito de tendência central e o estudo da variabilidade das previsões podem ser estudados por gráficos que correlacionam o valor médio e o coeficiente de variação com relação ao coeficiente adimensional da geometria do entalhe,  $r/d_n$ , definido por Silva *et al.* (2012) como sendo a melhor forma de avaliar o efeito da geometria do entalhe na distribuição de tensões na vizinhança do concentrador de tensões.

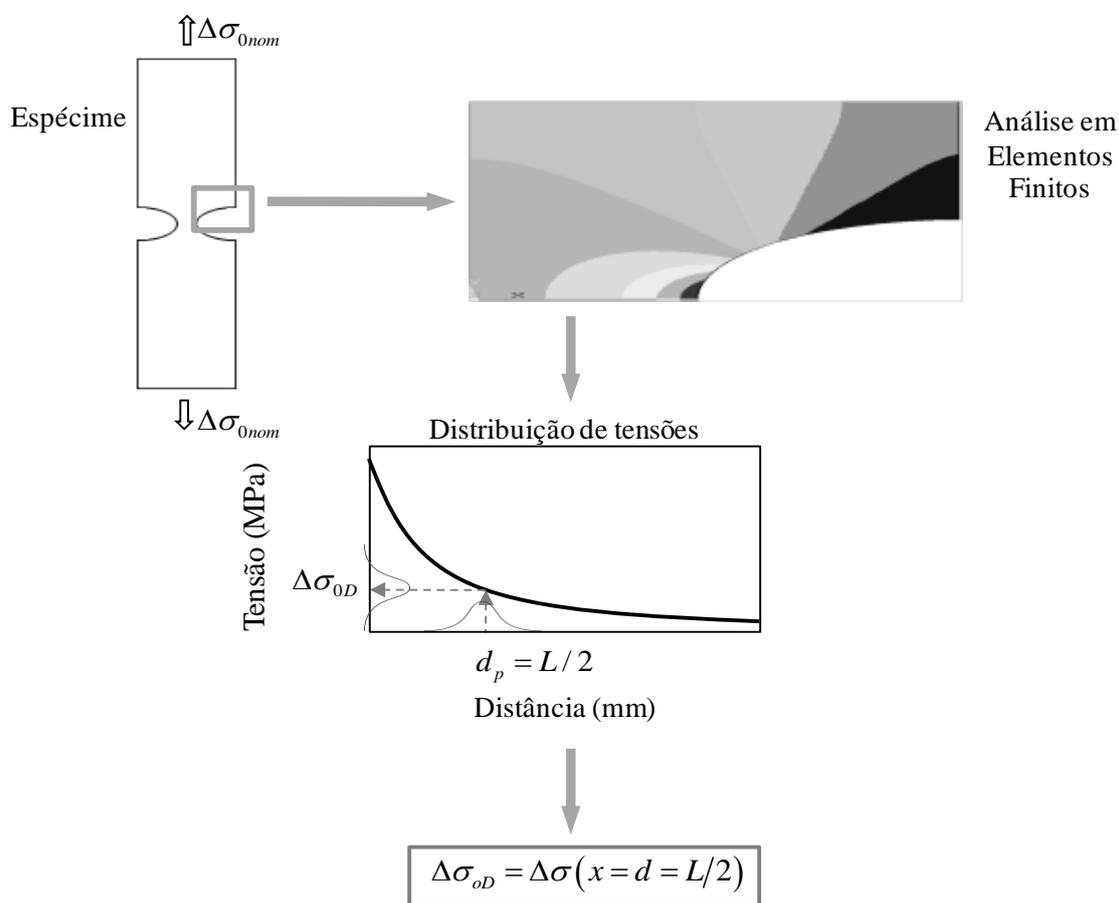


Figura 4.8. Ilustração esquemática da previsão da tensão de fadiga a partir da distância crítica.

$$\Delta\sigma_{0D} = \Delta\sigma(x = d) \quad (4.4)$$

$$\Delta\sigma_{0P} = K_{fP} \cdot \Delta\sigma_{0nom} \quad (4.5)$$

$$\Delta\sigma_{0N} = K_{fN} \cdot \Delta\sigma_{0nom} \quad (4.6)$$

onde  $K_{fP}$  e  $K_{fN}$  corresponde aos fatores de redução da fadiga para Peterson e Neuber, respectivamente.

#### 4.2.2. Procedimento de Validação da Abordagem de Tensão na Distância Crítica

A abordagem estocástica de tensão na distância crítica foi validada a partir de resultados experimentais de fadiga para o aço ASTM A743 CA8NM publicados por Silva *et al.* (2009) e (2010) e explicitados em detalhes nos Apêndices A.1. e A.3. A geometria adotada foi uma placa plana com duplo entalhe semicircular (Figura 4.9) para três raios de entalhe (3 mm, 5 mm e 8 mm) considerando três níveis de gradiente de tensões diferentes. O fator de concentração de tensões,  $K_t$ , foi calculado pela Equação (4.7) segundo Young e Budynas (2002). O Método da Escada foi a técnica adotada para determinação estatística da resistência à fadiga,  $\Delta\sigma_{0e}$ , para uma vida de  $2 \cdot 10^6$  ciclos e  $R = -1$ . Os resultados experimentais para o  $K_t$  e para  $\Delta\sigma_{0nom}$  estão dispostos na Tabela (4.6). O valor médio da resistência à fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ , adotado para  $R = -1$  foi de  $348,4 \pm 10$  MPa obtido a partir do modelo de Walker (Equação A.1 e Tabela A.5) que é resultado do tratamento estatístico dos resultados de fadiga para diversas razões de carregamento.

$$K_t = 3,065 + 3,370 \left( \frac{2a}{c} \right) + 0,647 \left( \frac{2a}{c} \right)^2 + 0,658 \left( \frac{2a}{c} \right)^3 \quad (4.7)$$

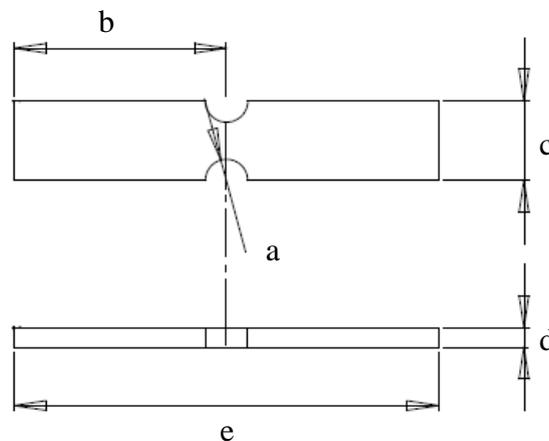


Figura 4.9. Placa plana com duplo entalhe semicircular  
( $b = 80$  mm,  $c = 30$  mm,  $d = 7,5$  mm,  $e = 160$  mm).

Tabela 4.6. Fator de concentração de tensões analítico e resultados experimentais para a resistência à fadiga para  $2.10^6$  ciclos.

a (mm)	$K_t$	$\Delta\sigma_{0e}$ (MPa)	
		Valor Médio	Desvio Padrão
3	2,42	184,2	2,6
5	2,04	214,6	1,2
8	1,55	255,1	19,1

Considerando a metodologia exposta na seção 4.2.1, o processo de validação se dá a partir da aplicação de dois enfoques às três geometrias adotadas. O primeiro enfoque consiste na comparação estatística entre o valor médio da resistência à fadiga do material predito numericamente,  $\Delta\sigma_0^p$ , segundo o Método do Ponto e o valor médio da resistência à fadiga do material obtido experimentalmente,  $\Delta\sigma_{0exp}$ , segundo o modelo de Walker através da diferença percentual entre ambos,  $E_{\Delta\sigma_0}$ , indicada pela Equação (4.8). O segundo enfoque diz respeito à comparação entre o valor médio da predição da resistência à fadiga do componente entalhado,  $\Delta\sigma_{0nom}^p$ , e o valor médio da resistência à fadiga experimental do componente,  $\Delta\sigma_{0nom,exp}$ , através da diferença percentual entre ambos,  $E_{\Delta\sigma_{0nom}}$ , como representa a Equação (4.9).

$$E_{\Delta\sigma_0} [\%] = \frac{\Delta\sigma_0^p - \Delta\sigma_{0exp}}{\Delta\sigma_{0exp}} \cdot 100 \quad (4.8)$$

$$E_{\Delta\sigma_{0nom}} [\%] = \frac{\Delta\sigma_{0nom}^p - \Delta\sigma_{0nom,exp}}{\Delta\sigma_{0nom,exp}} \cdot 100 \quad (4.9)$$

### 4.2.3. Considerações sobre Ensaios com Entalhes Severos

Corpos de prova planos com duplo entalhe em V com raios de entalhe de 0,1 mm, 0,2 mm e 0,3 mm foram dimensionados e fabricados por eletroerosão. Dez espécimes com raio de 0,1 mm e 0,3 mm foram testados quanto ao método da Escada, mas seus resultados não foram conclusivos pois o número de espécimes não foi suficiente para alcançar o patamar de tensão correspondente à resistência à fadiga para  $2.10^6$  ciclos segundo a proposta de Dixon-Mood (1948). Amostras dos espécimes ensaiados foram investigadas em microscópio ótico e eletrônico de varredura a fim de verificar se a microestrutura do material e verificou

compatibilidade com as características do aço ASTM A743 CA6NM registradas na norma ASTM A743/743M (2006). Na sequência, ensaios superficiais de dureza Rockwell C verificaram que a dureza da superfície eletroerodida é estatisticamente superior à superfície usinada de modo que o processo de fabricação pode ser uma justificativa para a alteração das propriedades mecânicas dos corpos de prova e conseqüentemente das características de fadiga.

### 4.3. METODOLOGIA ESTOCÁSTICA PARA ESTIMAR O LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

A distância crítica também pode ser predita,  $d_p$ , para o Método do Ponto, como sendo aquela abscissa correspondente ao limite de fadiga do material para dada razão de carregamento a partir da distribuição de tensões gerada numericamente a partir da aplicação de uma tensão remota equivalente ao limite de fadiga do componente entalhado,  $\Delta\sigma_{0nom}$ , como ilustra a Figura (4.10), de modo que o efeito das variáveis aleatórias pode ser observado através da distribuição de frequências na forma de histogramas. Analogamente, o limiar de propagação de trincas pode ser predito a partir do conceito de distância crítica de maneira prática e simples como propuseram Silva *et al.* (2012) e Susmel e Taylor (2010) independentemente. A partir da previsão da distância crítica conforme a Teoria da Distância Crítica na forma do Método do Ponto, a predição do limiar do fator intensidade tensão,  $\Delta K_{thD}$ , é facilmente descrita pela Equação (4.10).

$$\Delta K_{thD} = \Delta\sigma_0 \sqrt{2\pi d_p} \quad (4.10)$$

Do ponto de vista probabilístico, essa proposta é revisitada considerando as incertezas associadas às suas variáveis de entrada. Para os estudos de caso apresentados, entalhes severos e suaves, esse enfoque permite avaliar o domínio de atuação do conceito de distância crítica para a estimação indireta do limiar de propagação de trincas do ponto de vista do valor médio e da dispersão das predições permitindo identificar a melhor geometria para essa abordagem. Para fins de investigação das principais características de tendência central e dispersão das predições do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ , o valor médio e o coeficiente de variação obtido a partir da simulação conduzida para cada raio são estudados

individualmente com respeito ao raio do entalhe em relação à seção resistente do espécime,  $r/d_n$ .

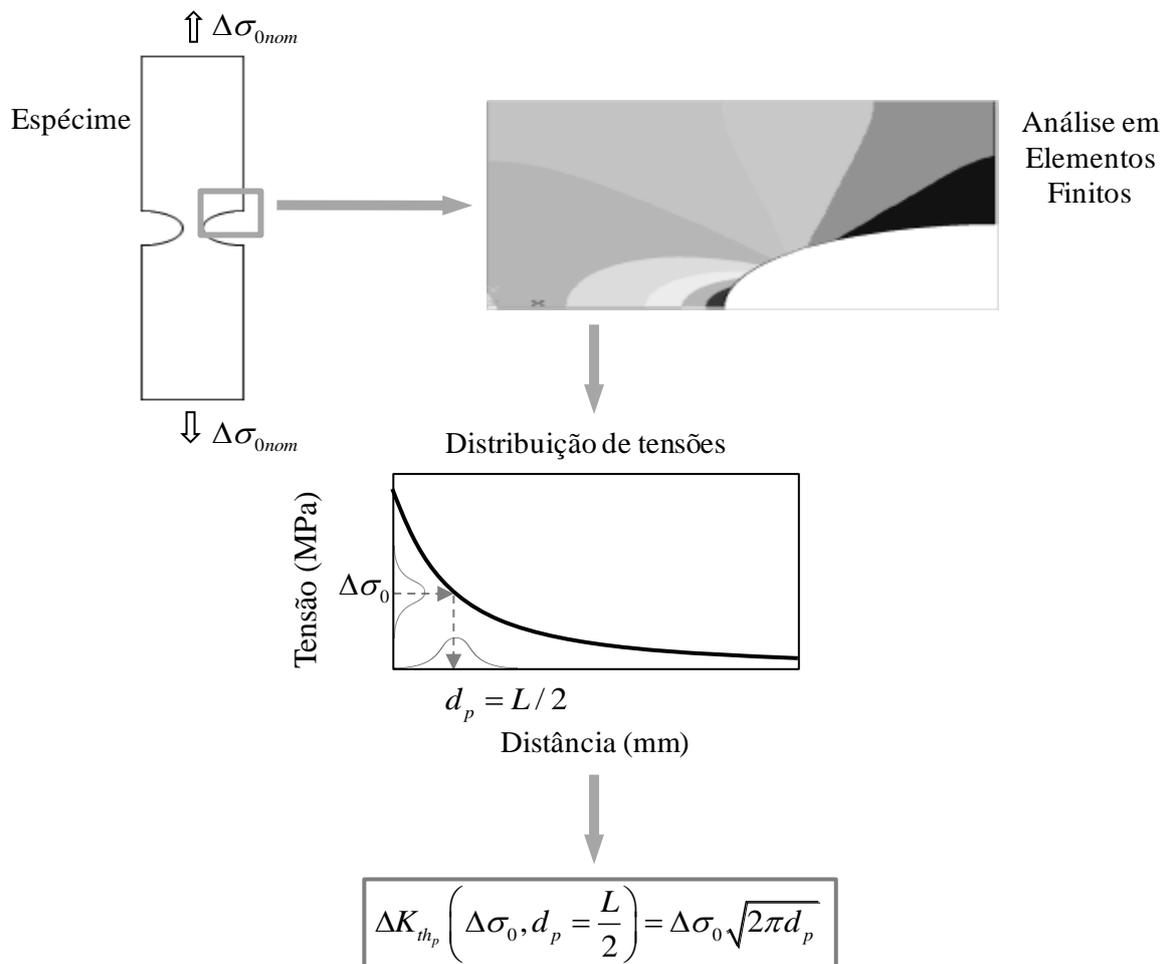


Figura 4.10. Ilustração esquemática da estimação numérica da distância crítica e do limiar de propagação de trincas.

#### 4.4. MODELO DE CONFIABILIDADE À FADIGA CONSIDERANDO A TEORIA DA DISTÂNCIA CRÍTICA

Sabendo que a falha por fadiga é um fenômeno estocástico, a consideração da aleatoriedade das variáveis que compõem seu modelo é significativa no sentido de quantificar a influência de cada uma delas na confiabilidade de componentes e/ou sistemas mecânicos. O procedimento numérico-probabilístico apresentado nesse trabalho simula a realização de ensaios experimentais admitindo a dispersão das variáveis de entrada na previsão das variáveis de saída e sua consecução se dá a partir de uma abordagem probabilística para a falha por fadiga através da análise de confiabilidade. A novidade se consubstancia na formulação da função de falha a partir da aplicação da Teoria da Distância Crítica

considerando o Método do Ponto como modelo de distância Crítica por questões de simplicidade conceitual, praticidade e eficiência para a estimação da distância crítica e predição do limiar de propagação de trincas e do limite de fadiga como reiteram Silva (2009), Susmel e Taylor (2010) e Silva *et al.* (2012).

A função de falha,  $G(X)$ , é a caracterização do problema fundamental da confiabilidade, está diretamente relacionada a um estado limite que pode ser último ou de serviço e caracteriza a transição entre a segurança e a falha e consiste na diferença entre a função de resistência,  $R(X)$ , e a função de solicitação,  $S(X)$ . Todo procedimento se dá a partir da análise de distribuição de tensões elásticas a frente da raiz dos entalhes das geometrias descritas na seção 4.1.1. e da aplicação do Método do Ponto. A quantificação da função de falha,  $G(X)$ , corresponde à margem de segurança e a probabilidade dela ser negativa corresponde à probabilidade de falha,  $P_f$ , como ilustra esquematicamente a Figura (4.10). Para tanto, duas abordagens probabilísticas são apresentadas para a formulação da função de falha,  $G(X)$ : (i) abordagem com base na distância crítica a frente da raiz do entalhe e (ii) abordagem com base na tensão de fadiga.

#### **4.4.1. Abordagem Probabilística com Base na Distância Crítica.**

A abordagem de distância crítica consiste na determinação da margem de segurança e/ou da probabilidade de falha a partir da diferença entre a função de resistência,  $R(X)$ , associada à distância crítica,  $d$ , obtida analiticamente, Equação (2.33), e a função de solicitação,  $S(X)$ , associada à distância crítica predita numericamente,  $d_p$ , segundo o Método do Ponto, vide Figura (4.12). A falha ocorre quando a distância crítica predita,  $d_p$ , for maior que a distância crítica,  $d$ . A escolha da versão analítica para a distância crítica,  $d$ , se baseia no fato da mesma ser constituída por dois parâmetros materiais,  $\Delta\sigma_0$  e  $\Delta K_{th}$ , que trazem consigo as propriedades de resistência do material e não variam com a geometria. A distância crítica predita,  $d_p$ , é dependente da distribuição de tensões na raiz do entalhe e por isso é definida como função de solicitação,  $S(X)$ .

#### **4.4.2. Abordagem Probabilística com Base na Tensão de Fadiga.**

A abordagem de tensão analisa o problema com base na tensão de fadiga. Para a função de resistência,  $R(X)$ , tem-se a função de distribuição de probabilidade associada ao limite de

fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ . Para a função de solitação,  $S(X)$ , tem-se a distribuição de probabilidade associada à predição do limite de fadiga obtida a partir da aplicação direta do Método do Ponto,  $\Delta\sigma_0^p$ . A escolha da função de resistência se justifica pelo fato do limite de fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ , ser uma propriedade material. Já a escolha da função de solitação encontra justificativa na dependência da distribuição de tensões para a predição do limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0^p$ . De modo que a probabilidade de falha é quantificada pela probabilidade,  $P$ , da margem de segurança,  $G$ , ser menor que zero. Ou seja,  $\Delta\sigma_0$  ser menor que  $\Delta\sigma_0^p$ , vide Figura (4.13).

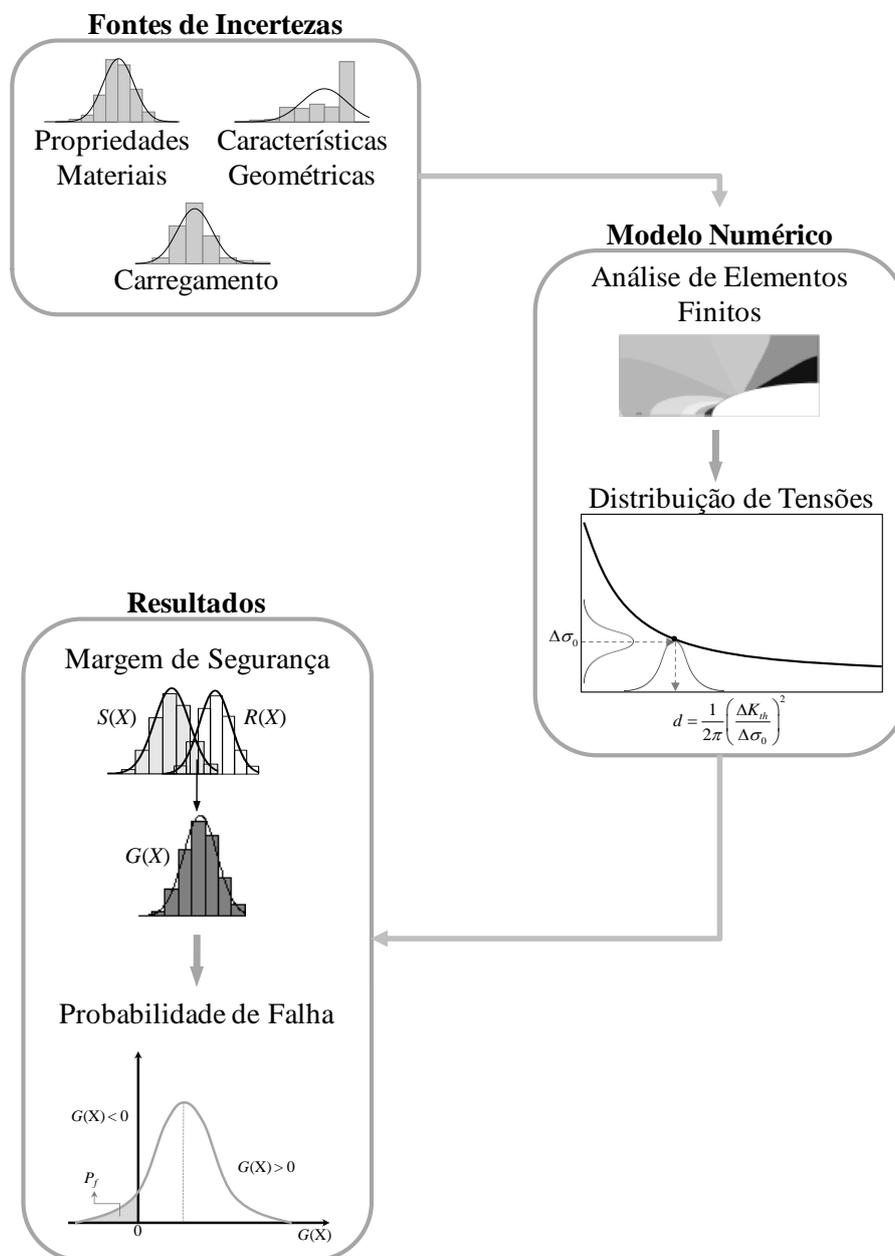


Figura 4.11. Análise de confiabilidade com base na Distância Crítica.

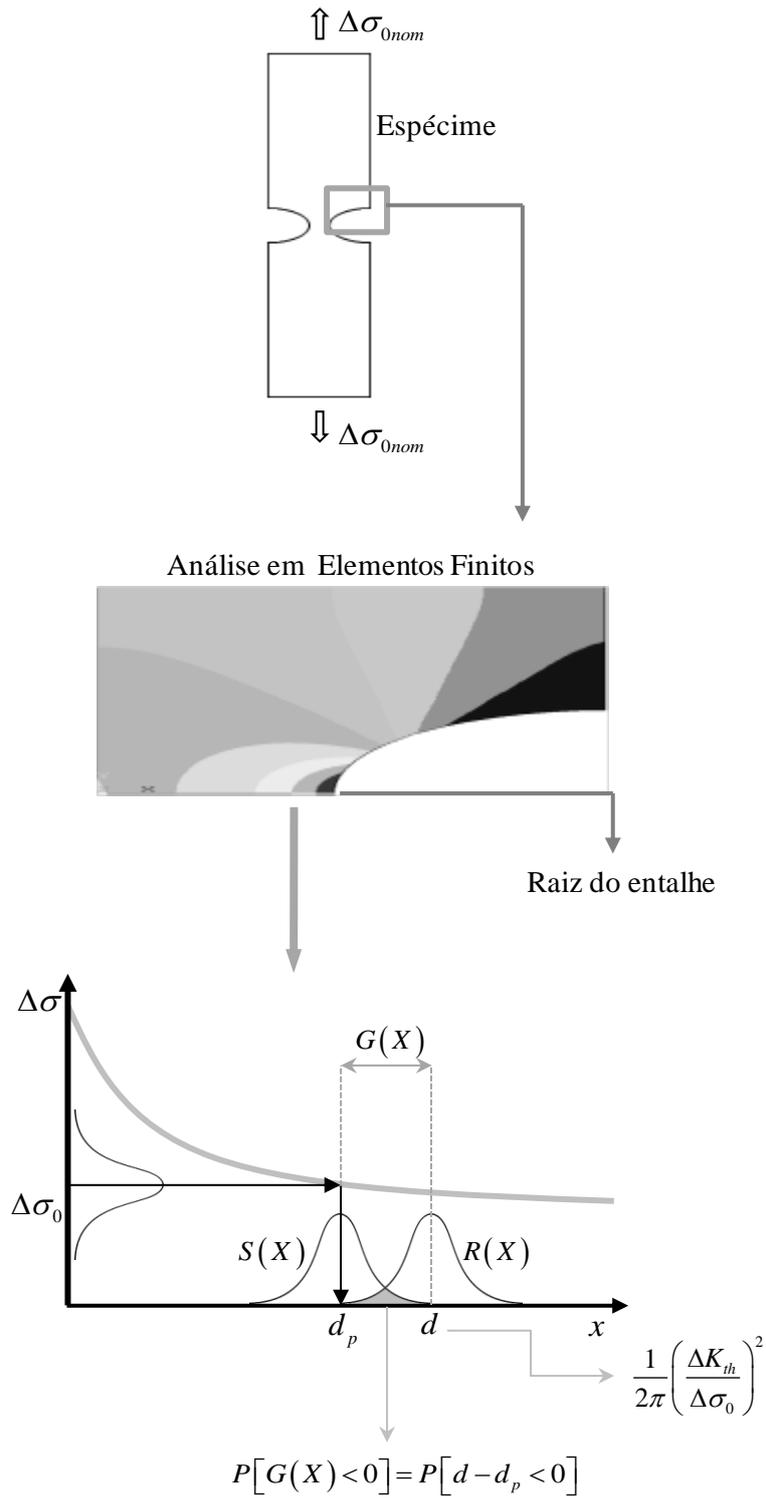


Figura 4.12. Abordagem probabilística com base na distância a partir da raiz do entalhe.

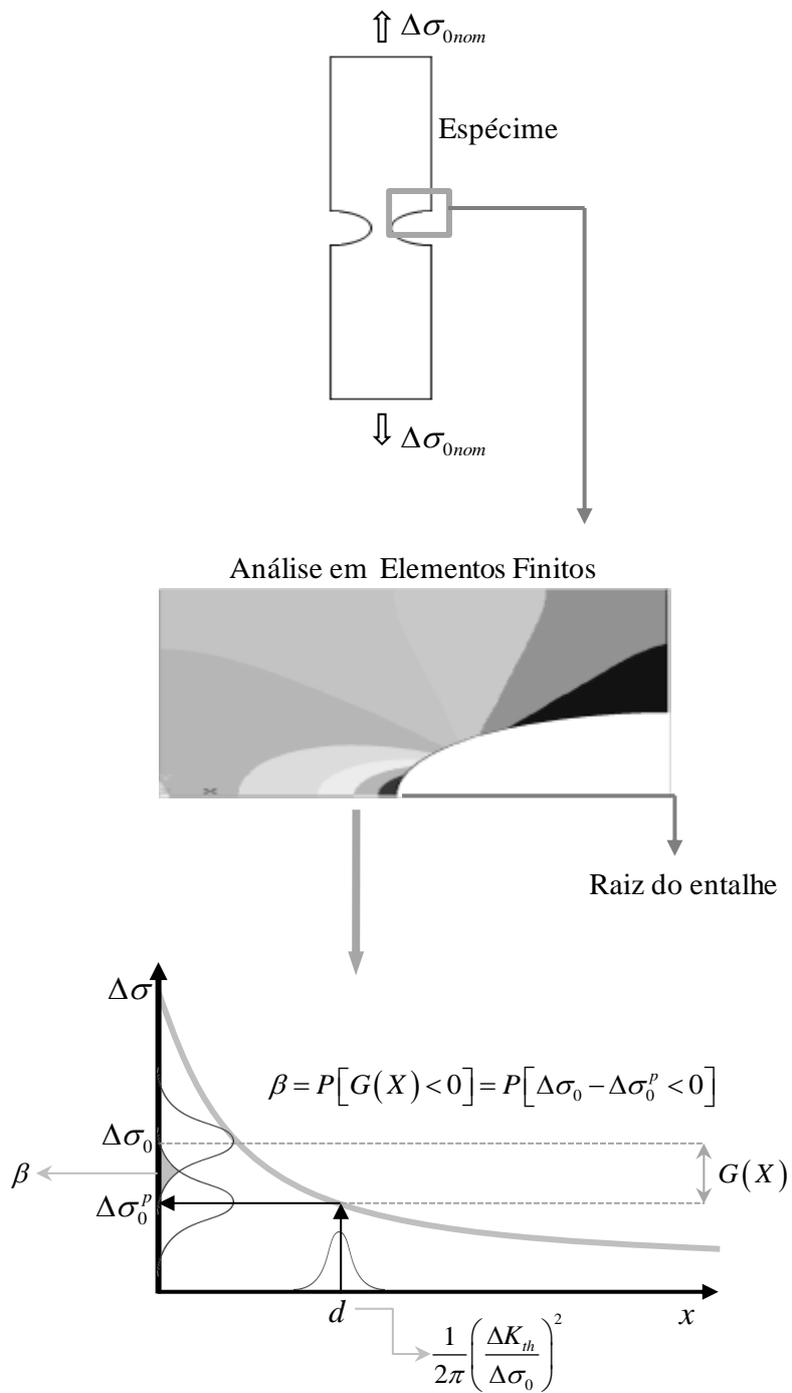


Figura 4.13. Abordagem probabilística com base na tensão de fadiga.

### 4.4.3. Análises de Confiabilidade

O modelo de confiabilidade proposto permite avaliar na fase de pós-processamento a sensibilidade das variáveis de saída com relação à variabilidade das variáveis de entrada através de matrizes de correlação entre as variáveis, a quantificação da margem de segurança e a estimação da probabilidade de falha. Esses quesitos são descritos adiante nas seções a seguir:

#### 4.4.3.1. Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade tem sua importância definida pelo fato de quantificar o grau de influência estatística das variáveis de entrada na previsão das variáveis de saída. As medidas estatísticas de sensibilidade são baseadas nos coeficientes de correlação da ordem de ranqueamento de Spearman, Equação (3.44). Na tentativa de quantificar o percentual de contribuição de cada variável de entrada na dispersão de cada variável de saída,  $\alpha_i$ , os coeficientes de correlação,  $\rho_i$ , foram normalizados, como indica a Equação (4.11).

$$\alpha_i [\%] = \frac{\rho_i^2}{\sum_1^n \rho_i^2} \cdot 100 \quad (4.11)$$

As análises de sensibilidade foram conduzidas para a (i) estimativa da distância crítica experimental,  $d$ ; (ii) previsão da distância crítica a partir do limite de fadiga,  $d_p$ ; (iii) predição indireta do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ ; (iv) predição do limite de fadiga do material segundo o conceito de distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ ; (v) de acordo com o modelo de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ ; e (vi) conforme o modelo de Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ . Todos os resultados serão dispostos em gráficos de barras a fim de comparação direta entre as fontes de erro.

#### 4.4.3.2. Análise de confiabilidade com base na margem de segurança, $G(X)$ , e na probabilidade de falha, $P_f$ .

A análise de confiabilidade é realizada a partir de dois enfoques: margem de segurança,  $G$ , e probabilidade de falha,  $P_f$ . A partir do ponto de vista da margem de segurança considerar-se-á a abordagem probabilística de falha por fadiga com base na distância crítica elucidada na

seção 6.1.1 e explicitada pela Equação (4.11). Na sequência, investigar-se-á a abordagem probabilística com base na tensão de fadiga apresentada na seção 4.1.2 para os modelos de distância crítica, Peterson e Neuber descritos pelas Equações (4.12), (4.13) e (4.14), respectivamente.

$$G_d = d - d_p \quad (4.12)$$

$$G_D = \Delta\sigma_{\max} - \Delta\sigma_{0D} \quad (4.13)$$

$$G_P = \Delta\sigma_{\max} - \Delta\sigma_{0P} \quad (4.14)$$

$$G_N = \Delta\sigma_{\max} - \Delta\sigma_{0N} \quad (4.15)$$

De modo que  $\Delta\sigma_{\max}$  é a tensão máxima admissível para dada razão de carregamento,  $R$ , calculada pela Equação (4.16).

$$\Delta\sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma_a}{1-R} \quad (4.16)$$

O enfoque de probabilidade de falha considera o método de Monte Carlo para realizar todas as simulações de forma que a mesma é definida pela razão entre o número de resultados em que a margem de segurança é menor do que zero e a quantidade total de simulações feitas,  $N$ , para cada geometria e modelo adotado na etapa anterior, vide Equação (4.17).

$$P_f \approx \frac{n(G_i \leq 0)}{N} \quad (4.17)$$

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados são apresentados e discutidos em três etapas: (i) comportamento estocástico da estimação da tensão na distância crítica, (ii) comportamento estocástico da estimação indireta do limiar de propagação de trincas e (iii) abordagem de confiabilidade da falha por fadiga.

### 5.1. COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA ESTIMAÇÃO DA TENSÃO NA DISTÂNCIA CRÍTICA

O comportamento estocástico da estimação da tensão na distância crítica é discutido em três partes: (i) validação da abordagem numérica considerando a liga de aço ASTM A743 CA6NM, passando pela (ii) análise estocástica da distância crítica segundo o Método do Ponto até a (iii) análise das propriedades estatísticas da estimativa da tensão na distância crítica.

#### 5.1.1. Validação da Abordagem de Distância Crítica para Estimar a Tensão

Os resultados para a validação estão dispostos em duas etapas: (i) predição do limite de fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ , e (ii) predição do limite de fadiga do componente entalhado,  $\Delta\sigma_{0nom}$ , considerando os resultados experimentais de fadiga para a liga de aço ASTM A743 CA6NM descritos em detalhes nos Apêndices A.1. e A.3. e conforme a metodologia descrita na seção 4.2.2.

##### 5.1.1.1. Predição do limite de fadiga do material, $\Delta\sigma_0$ .

A Tabela (5.1) apresenta a média,  $\mu_{\Delta\sigma_0}$ , o desvio padrão,  $s_{\Delta\sigma_0}$ , e o coeficiente de variação,  $cv_{\Delta\sigma_0}$ , para o limite de fadiga obtido experimentalmente,  $\Delta\sigma_{0exp}$ , e predito segundo os modelos de Distância Crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , e os modelos clássicos de Peterson,  $\Delta\sigma_{0p}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ , a partir de corpos entalhados com raios de entalhe de 3 mm, 5 mm e 8 mm. As Figuras (5.1), (5.2) e (5.3) correspondem à distribuição de frequências resultante de suas respectivas simulações numéricas.

Tabela 5.1. Estimativas do limite de fadiga do aço ASTM A743 CA6NM a partir de espécimes entalhados: (a) limite de fadiga do material, (b) abordagem de distância crítica, (c) modelo de Peterson e (d) modelo de Neuber.

<b>Raio (mm)</b>	<b>Valor Médio</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Coefficiente de Variação</b>	<b>Erro</b>
Experimental				
	$\mu_{\Delta\sigma_{0,exp}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0,exp}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0,exp}}$ (%)	
$\infty$	347,3	3,24	0,93	–

(b) Modelo de Distância Crítica

	$\mu_{\Delta\sigma_{0,D}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0,D}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0,D}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_0}$ [%]
3	347,5	1,78	0,51	0,06
5	348,5	1,84	0,53	0,35
8	349,2	2,41	0,69	0,55

(c) Modelo de Peterson

	$\mu_{\Delta\sigma_{0,P}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0,P}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0,P}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_0}$ [%]
3	347,7	1,92	0,55	0,12
5	349,6	2,04	0,58	0,66
8	349,8	2,42	0,69	0,72

(d) Modelo de Neuber

	$\mu_{\Delta\sigma_{0,N}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0,N}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0,N}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_0}$ [%]
3	349,7	2,05	0,59	0,59
5	349,8	2,10	0,60	0,72
8	349,4	2,44	0,70	0,60

A Figura (5.4) apresenta os valores médios para as predições do limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0^p$ , a partir cada modelo adotado e para cada entalhe avaliado em comparação com o valor obtido experimentalmente,  $\Delta\sigma_{0,exp}$ . A partir da análise das figuras citadas e do erro relativo,  $E_{\Delta\sigma_0}$  [%], apresentado na Tabela (5.1), observa-se que as predições são ligeiramente superiores ao valor experimental. Todavia, analisando a dispersão dos resultados através do desvio padrão observa-se que, independente do raio ou do modelo adotado, as estimativas do limite de fadiga do material são estatisticamente semelhantes. Os resultados numéricos para o limite de fadiga da liga de aço ASTM A743 CA6NM mostram que mesmo considerando a variabilidade das fontes de incerteza os modelos adotados funcionam bem para a predição do limite de fadiga do material dentro de uma tolerância estreita.

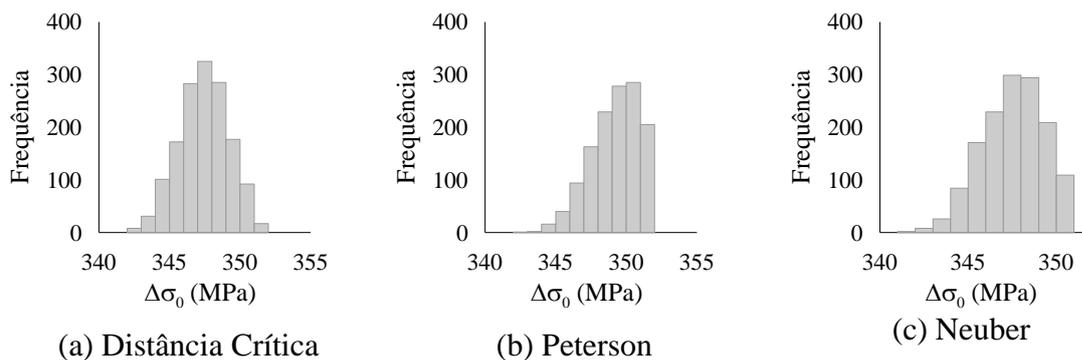


Figura 5.1. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 3 mm considerando (a) o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

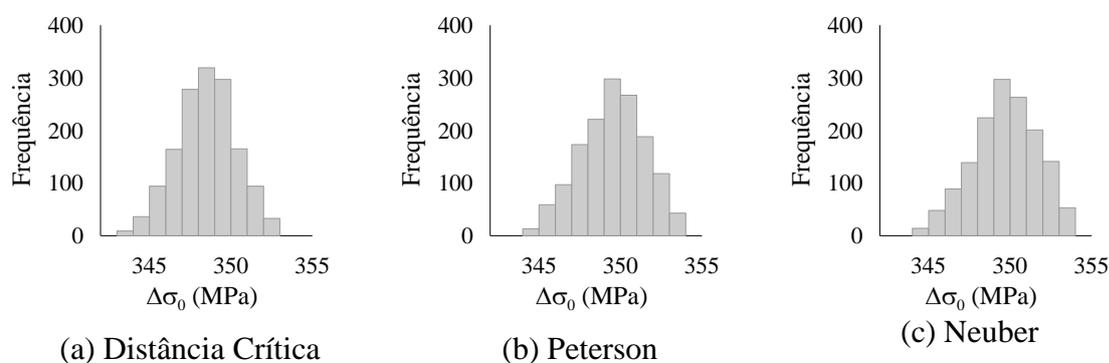


Figura 5.2. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 5 mm considerando (a) o modelo de distância crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

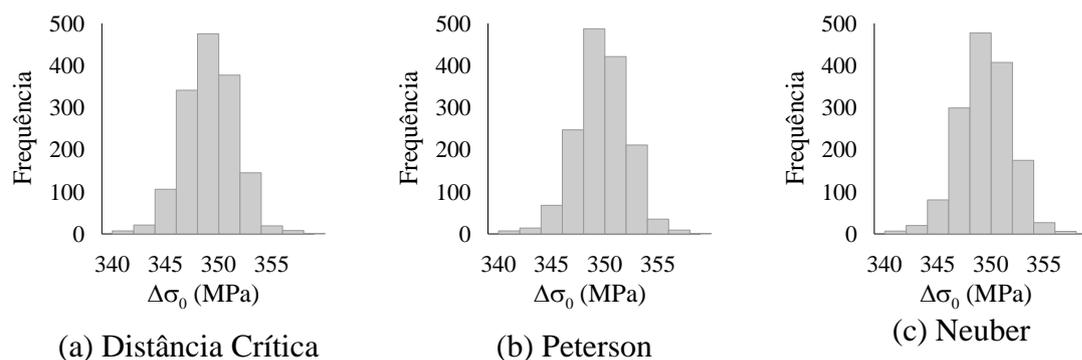


Figura 5.3. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga do material a partir dos entalhes de 8 mm considerando (a) o modelo de distância crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

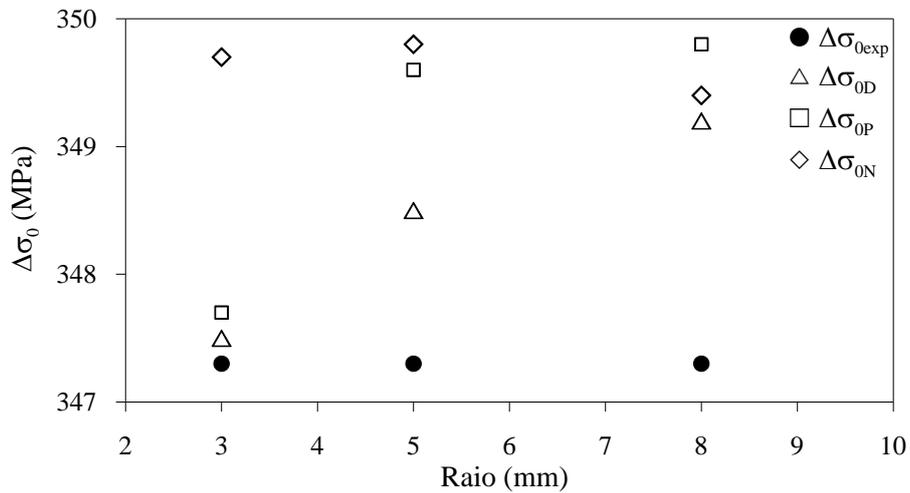


Figura 5.4. Estimativas do limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , da liga ASTM A743 CA6NM.

#### 5.1.1.2. Predição do limite de fadiga do componente entalhado, $\Delta\sigma_{0nom}$ .

A Tabela (5.2) apresenta o valor médio,  $\mu_{\Delta\sigma_{0nom}}$ ; o desvio padrão,  $s_{\Delta\sigma_{0nom}}$ ; e o coeficiente de variação,  $cv_{\Delta\sigma_{0nom}}$ , para o resultado das simulações numéricas conduzidas para a predição do limite de resistência à fadiga nominal,  $\Delta\sigma_{0nom}^p$ , para cada um dos três entalhes selecionados (3 mm, 5 mm e 8 mm) e para cada modelo adotado (modelos de Distância Crítica, Peterson e Neuber). As Figuras (5.5), (5.6) e (5.7) apresentam a distribuição de frequências dos resultados numéricos para as estimativas do limite de fadiga nominal,  $\Delta\sigma_{0nom}$ , para os entalhes de 3 mm, 5 mm e 8 mm, respectivamente. Esses gráficos auxiliam a compreensão do comportamento médio e da dispersão das predições numéricas,  $\Delta\sigma_{0nom}^p$ . A Figura (5.8) mostra a comparação gráfica entre os valores experimentais para o limite de fadiga nominal,  $\Delta\sigma_{0nom,exp}$ , para cada configuração geométrica e suas respectivas estimativas numéricas considerando os modelos de Distância Crítica,  $\Delta\sigma_{0Dnom}$ , Peterson,  $\Delta\sigma_{0Pnom}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0Nnom}$ . Pela análise das Figuras (5.5), (5.6), (5.7) e (5.8) e pelos dados da Tabela (5.2) observa-se que para o entalhe com raio de 8 mm os resultados são estatisticamente semelhantes admitindo a amplitude do erro como sendo um desvio padrão. Contudo, para os raios de 3 mm e 5 mm há uma diferença média de 20% como se vê através do erro percentual,  $E_{\Delta\sigma_{0nom}} [\%]$ , na Tabela (5.2). Considerando a literatura, Taylor e Susmel (2010), essa é uma diferença tolerável com base em resultados experimentais. Apesar dessa consideração, os espécimes ensaiados não estavam devidamente polidos o que pode ter afetado sensivelmente

os resultados experimentais médios apresentados. Além disso, é sabido que o Método da Escada não é recomendado no que tange à estimação da dispersão conforme Wallin (2011) de forma que os resultados apresentados podem ser admitidos como estatisticamente semelhantes considerando a diferença média de 20%.

Tabela 5.2. Estimativas do limite de fadiga de corpos entalhados para o aço ASTM A743 CA6NM considerando o limite de fadiga experimental, os modelos de Distância Crítica, Peterson e Neuber para os raios de (a) 3 mm, (b) 5 mm e (c) 8 mm.

Modelo	Valor Médio	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação	Erro
(a) Raio: 3 mm				
	$\mu_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_{0nom}}$ [%]
Experimental	184,2	2,6	1,41	–
Distância Crítica	146,7	0,78	0,52	-20,36
Peterson	150,4	0,77	0,51	-18,35
Neuber	149,5	0,77	0,51	-18,84
(b) Raio: 5 mm				
	$\mu_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_{0nom}}$ [%]
Experimental	214,6	1,2	0,56	–
Distância Crítica	177,6	1,02	0,57	-17,24
Peterson	178,9	1,02	0,57	-16,64
Neuber	178,6	1,04	0,58	-16,78
(c) Raio: 8 mm				
	$\mu_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$s_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (MPa)	$cv_{\Delta\sigma_{0nom}}$ (%)	$E_{\Delta\sigma_{0nom}}$ [%]
Experimental	255,1	19,1	7,49	–
Distância Crítica	234,1	3,47	1,48	-8,23
Peterson	234,9	3,46	1,47	-7,92
Neuber	234,1	3,47	1,48	-8,23

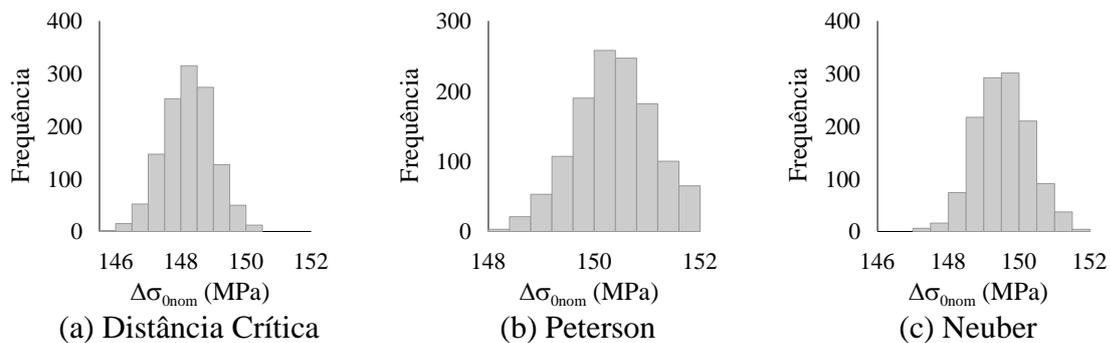


Figura 5.5. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 3 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

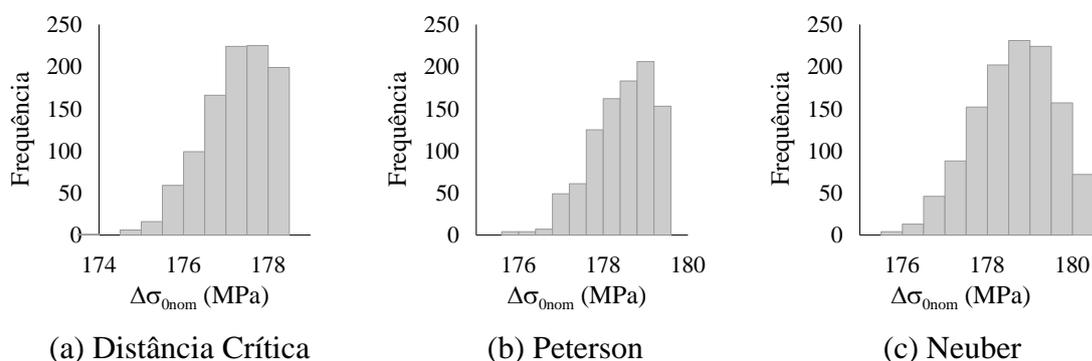


Figura 5.6. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 5 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

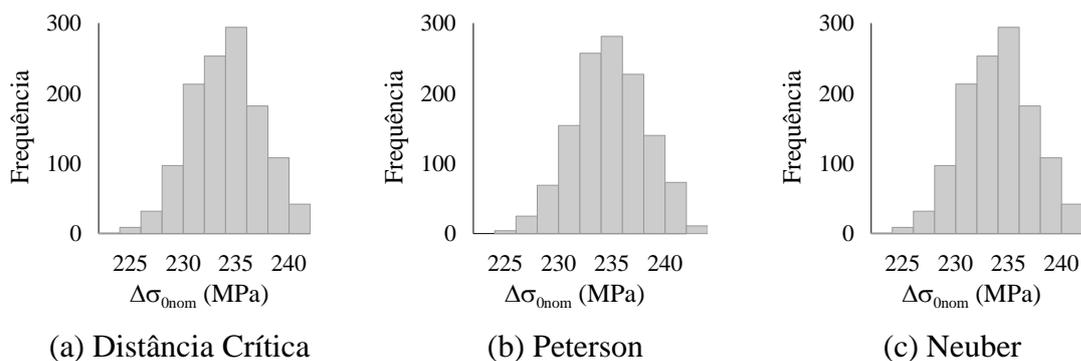


Figura 5.7. Distribuição de frequências da predição do limite de fadiga nominal para o entalhe de 8 mm considerando (a), o modelo de Distância Crítica, (b) o modelo de Peterson e o (c) modelo de Neuber.

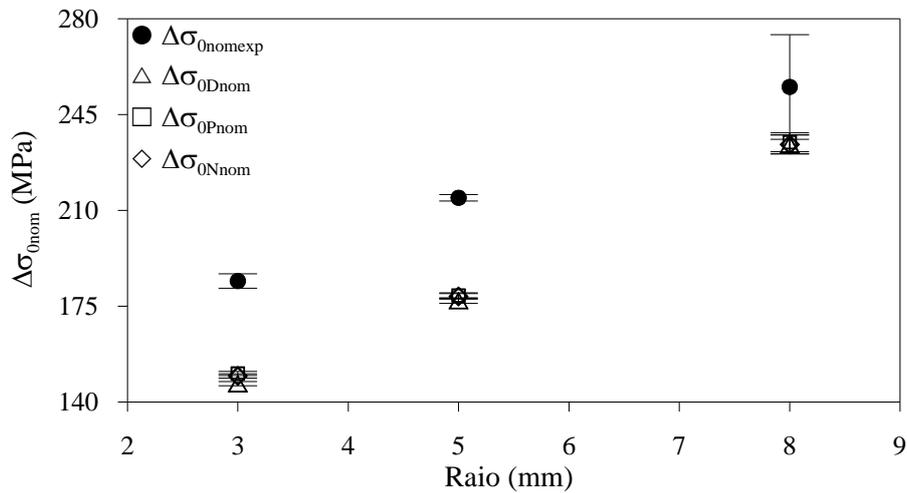


Figura 5.8. Estimativas do limite de fadiga dos espécimes entalhados para o aço ASTM A743 CA6NM.

### 5.1.2. Análise Estocástica da Distância Crítica

A Figura (5.9) exemplifica para os entalhes de raio 0,025 mm e 0,2 mm a distribuição de frequências para a distância crítica,  $d$ , obtida a partir dos resultados experimentais do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , e do limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , para razão de carregamento,  $R = 0,1$ . O valor médio da distância crítica,  $d$ , é de 0,023 mm com um desvio padrão médio de 0,002 mm e coeficiente de variação da ordem de 8,5%, ou seja, a variabilidade da distância crítica,  $d$ , segundo o Método do Ponto é baixa considerando a dispersão das variáveis de entrada:  $\Delta K_{th}$  e  $\Delta\sigma_0$ .

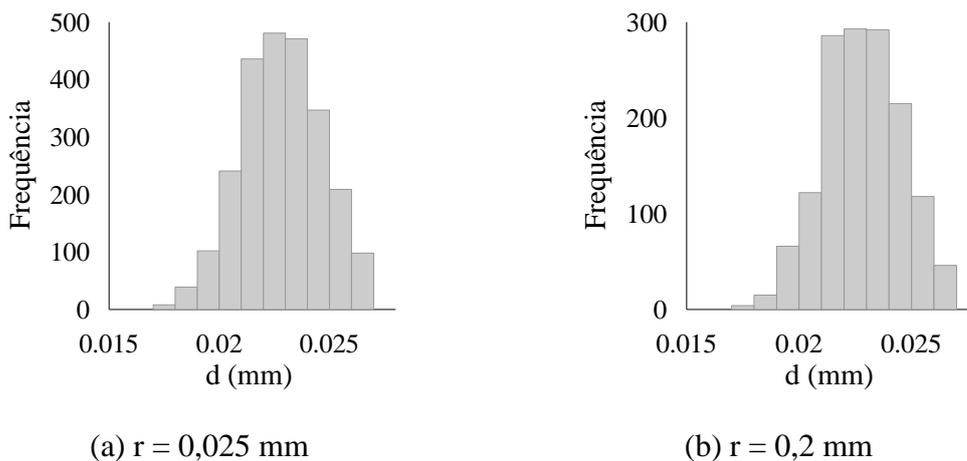


Figura 5.9. Distribuição de frequências para a distância crítica para raios de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm.

### 5.1.3. Análise Estocástica da Estimativa da Tensão na Distância Crítica

A tensão de fadiga na distância crítica do aço ASTM A743 CA6NM para razão de carregamento,  $R = 0,1$ , fora estimada a partir do conceito de Distância Crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , e comparada com o limite de fadiga previsto pelos modelos de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ . A distribuição de frequências resultante das simulações numéricas para cada modelo mencionado é ilustrada pelas Figuras (5.10), (5.11) e (5.12) para raios de 0,025 mm e 1 mm, por exemplo, respectivamente.

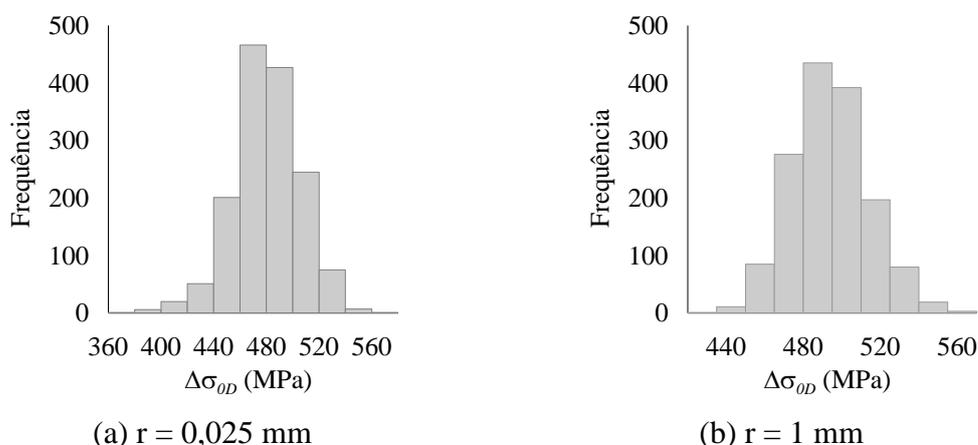


Figura 5.10. Distribuição da tensão de fadiga predita na distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm.

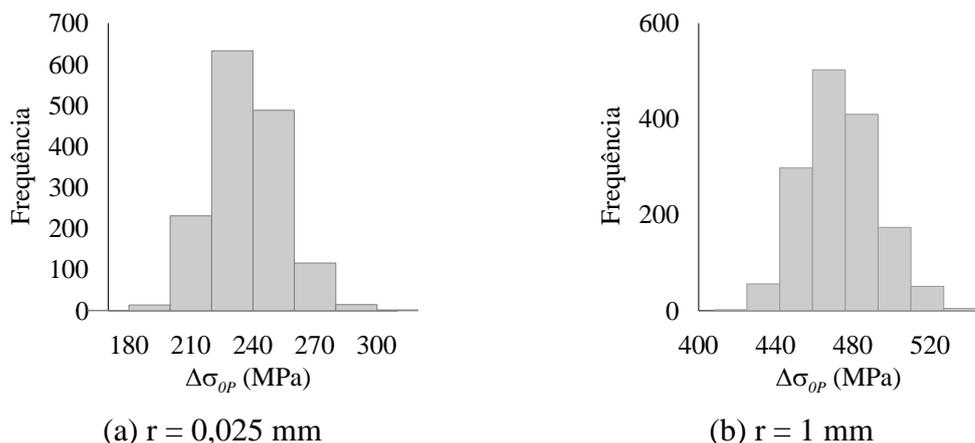


Figura 5.11. Distribuição da predição do limite de fadiga segundo o modelo de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm.

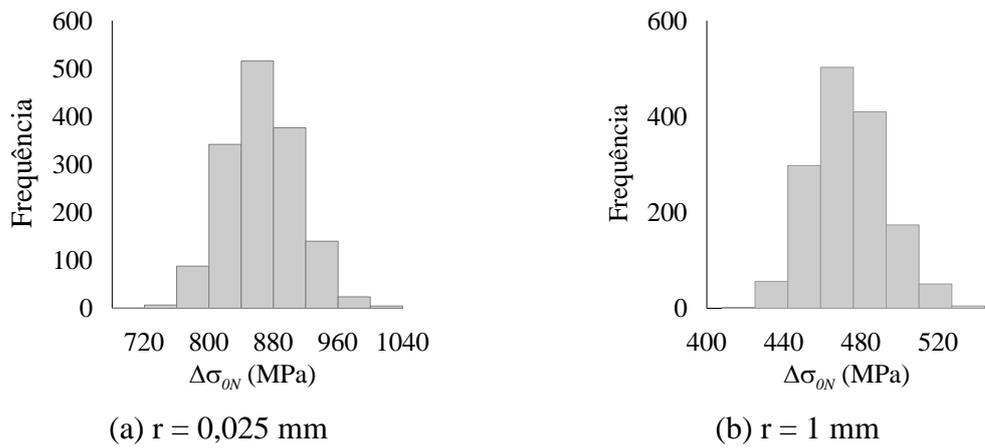


Figura 5.12. Distribuição da predição do limite de fadiga segundo o modelo de Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 1 mm.

A Figura (5.13) mostra a correlação entre a predição numérica média da tensão de fadiga na distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , normalizada com respeito ao limite de fadiga experimental,  $\Delta\sigma_{0exp}$ , em função da relação geométrica adimensional,  $r/d_n$ , para os entalhes estudados. Independente do modelo adotado, o comportamento é assintótico para o valor experimental em especial para geometrias de entalhes com  $r/d_n > 0,01$ . Contudo, as predições a partir do modelo de Distância Crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , correspondem muito bem para qualquer entalhe investigado. Para entalhes agudos, o modelo de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , é conservador enquanto que o modelo de Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ , não é recomendado por prever a falha após sua verdadeira ocorrência.

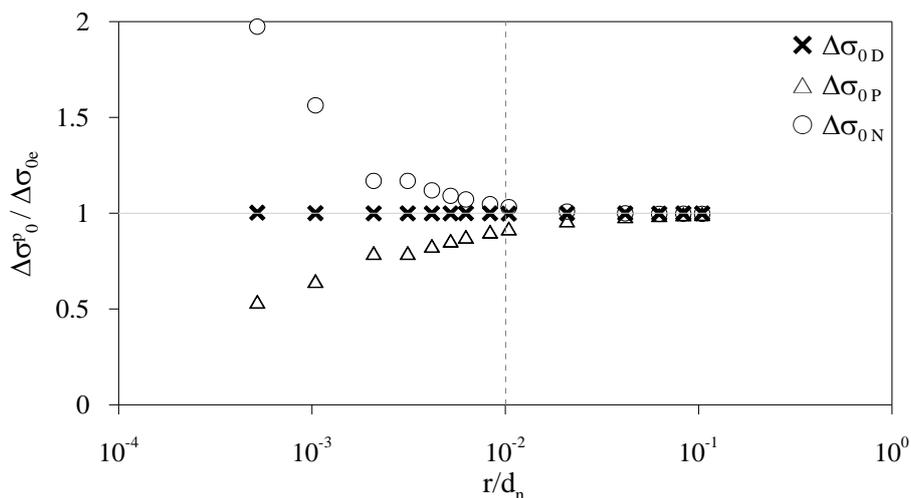


Figura 5.13. Estimativa média da tensão de fadiga em função da geometria do entalhe.

A Figura (5.14) diz respeito ao gráfico que correlaciona o coeficiente de variação da estimativa da tensão de fadiga,  $cv_{\Delta\sigma_0}$ , em função da relação geométrica adimensional,  $r/d_n$ . A

dispersão das estimativas numéricas da tensão fadiga, independente do modelo adotado, decresce com o aumento do raio do entalhe em relação à sua seção resistente. Esse fenômeno se deve ao fato de que a predição da tensão de fadiga é pouco sensível à variabilidade da distância crítica como observado por Silva *et al.* (2012) e pode ser verificado quantitativamente através da ordem de grandeza dos erros observados. Independente do modelo abordado e do entalhe analisado, o coeficiente de variação é menor do que 10%.

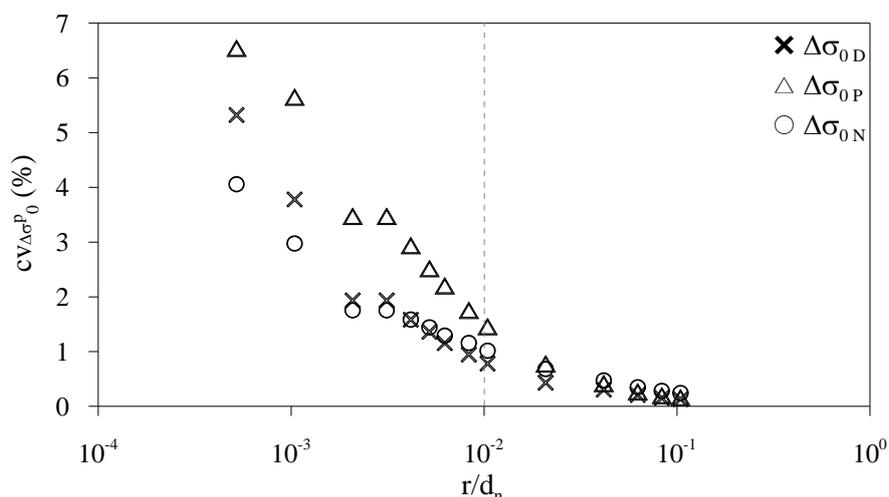


Figura 5.14. Avaliação da dispersão das predições para a tensão de fadiga.

## 5.2. COMPORTAMENTO ESTOCÁSTICO DA ESTIMAÇÃO INDIRETA DO LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

### 5.2.1. Análise Estocástica da Previsão Numérica da Distância Crítica

A Figura (5.15) apresenta os resultados da predição numérica da distância crítica,  $d_p$ , na forma de distribuição de frequências para os entalhes de raios de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm a título de exemplo. A Figura (5.16) mostra a análise das predições de distância crítica,  $d_p$ , para cada entalhe estudado, normalizadas com respeito à distância crítica obtida com base em resultados experimentais,  $d$ , em função da relação adimensional entre o raio do entalhe e a seção resistente,  $r/d_n$ . A partir de sua análise observa-se um comportamento assintótico da previsão da distância crítica para relações geométricas adimensionais,  $r/d_n$ , menores que 0,01. Nesse sentido, a utilização de entalhes agudos para predição da distância crítica é mais adequada em virtude de suas características geométricas se assemelharem às de uma trinca, além disso, a avaliação dos resultados para a média permite inferir que a relação geométrica de  $r/d_n < 0,01$  se apresenta com uma região de transição entre entalhes severos e suaves.

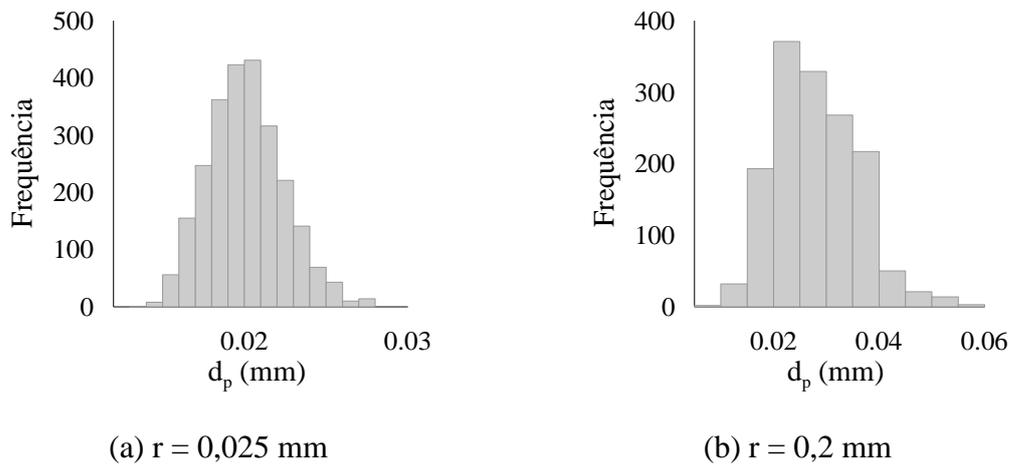


Figura 5.15. Distribuição de frequências para a predição numérica da distância crítica para raios de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm.

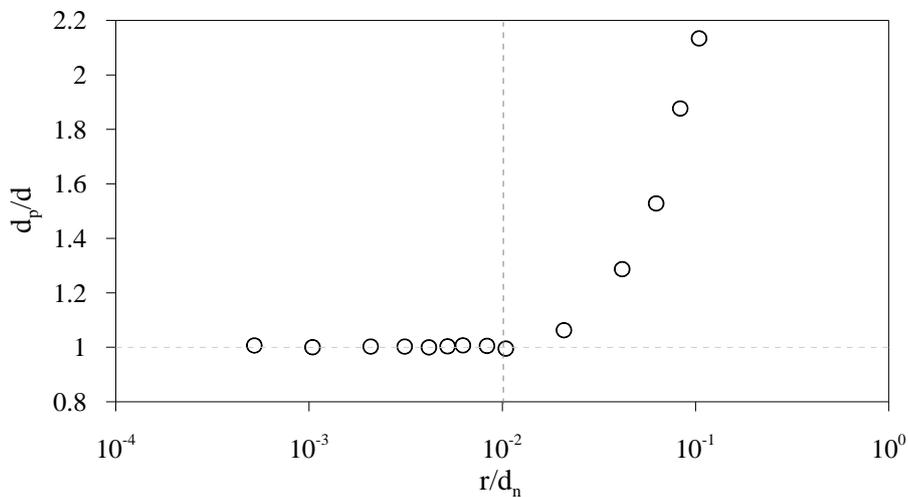


Figura 5.16. Relação adimensional entre a distância crítica e a geometria do entalhe.

A Figura (5.17) mostra a relação entre o coeficiente de variação da predição da distância crítica,  $cv_{dp}$ , e a geometria do entalhe,  $r/d_n$ . A partir da mesma, observa-se que a dispersão dos resultados numéricos diminui conforme o entalhe fica mais agudo de modo que para relações,  $r/d_n < 0,003$ , a variabilidade da predição de distância crítica,  $d_p$ , é menor que 20%. Esse resultado quantifica o comportamento esperado por Silva *et al.* (2012) ao comentarem qualitativamente da dispersão dos parâmetros de fadiga e do efeito do gradiente de tensões na dispersão dos resultados numéricos para  $d_p$ , ou seja, para entalhes severos com elevados gradientes de tensão a dispersão dos parâmetros de fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , não afeta consideravelmente a estimativa da distância crítica,  $d_p$ , enquanto que para entalhes suaves com baixo gradiente de tensão, o impacto é expressivo.

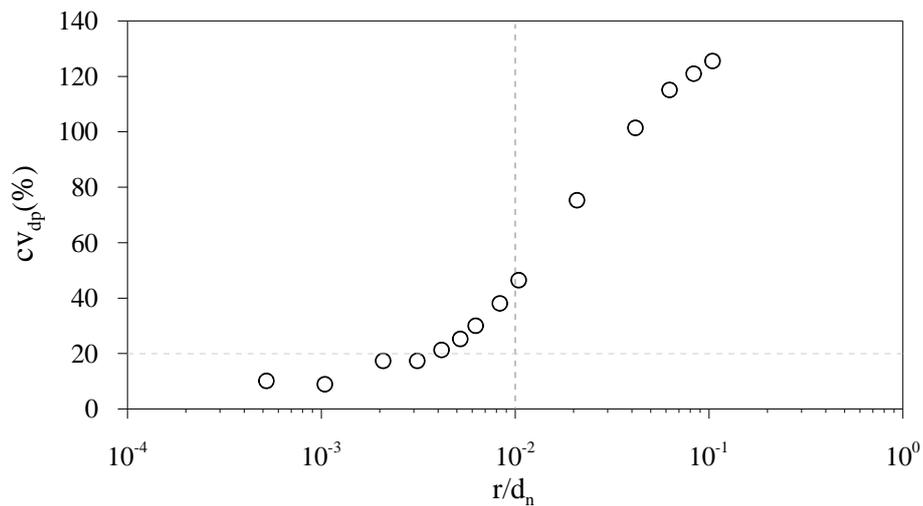


Figura 5.17. Dispersão das previsões da distância crítica.

### 5.2.2. Análise Estocástica da Estimativa do Limiar de Propagação de Trincas

As previsões do limiar de propagação de trincas com base no modelo de Distância Crítica adotado,  $\Delta K_{thD}$ , estão representadas na Figura (5.18) pela distribuição de frequências como exemplificado para os raios de 0,025 mm e 0,2 mm. A Figura (5.19) apresenta o comportamento médio da previsão do limiar de propagação de trincas normalizado com respeito ao correspondente valor experimental,  $\Delta K_{thD} / \Delta K_{th}$ , em relação à geometria do entalhe normalizada,  $r/d_n$ . Analisando-a observa-se um comportamento assintótico da previsão do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ , para entalhes cujo coeficiente geométrico adimensional seja:  $r/d_n < 0,01$ . Para essas condições geométricas de entalhe agudo, os resultados numéricos convergem para os resultados experimentais de modo que Para entalhes suaves,  $r/d_n > 0,01$ , as previsões do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ , apresentam desvio máximo da ordem de 15% em relação ao valor experimental, ou seja, na média, a metodologia híbrida utilizada aplica-se bem à previsão do limiar de propagação de trincas como constatado anteriormente por Silva (2009) e Susmel e Taylor (2011).

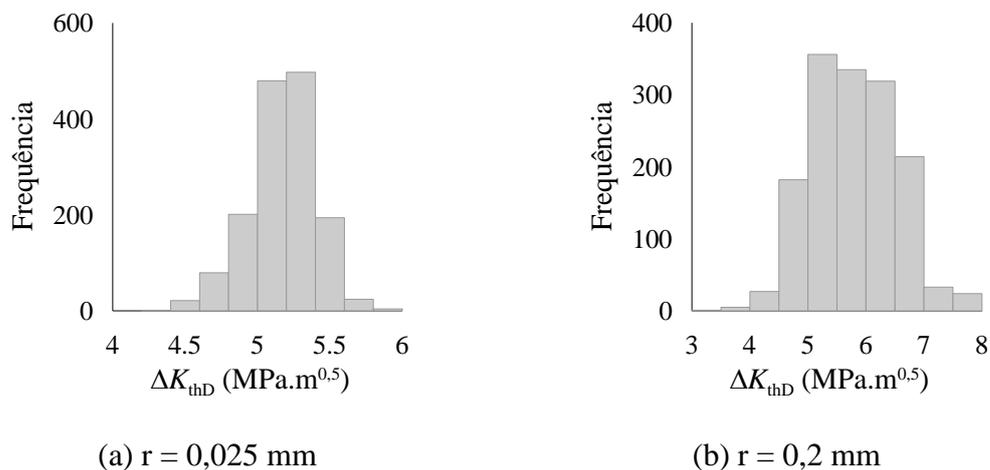


Figura 5.18. Distribuição da predição do limiar de propagação,  $\Delta K_{thD}$ , para raio de entalhe de (a) 0,025 mm e (b) 0,2 mm.

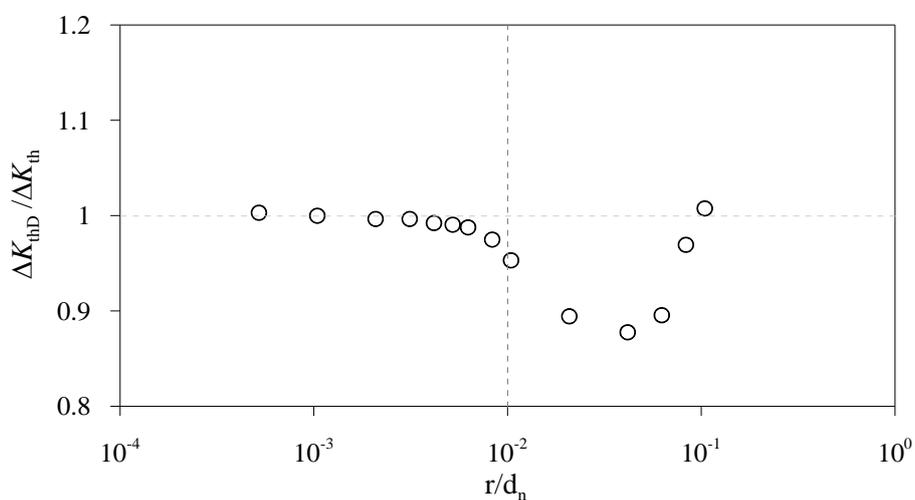


Figura 5.19. Relação entre o limiar de propagação de falhas predito e a geometria do entalhe.

A Figura (5.15) diz respeito ao gráfico que correlaciona o coeficiente de variação,  $cv_{\Delta K_{thD}}$ , de cada estimativa do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ , em função da relação geométrica adimensional,  $r/d_n$ . A partir de sua análise, depreende-se que o erro aleatório decai consideravelmente com a redução do raio do entalhe em relação à sua seção resistente. Para erros de até 20% em relação à predição média, recomendam-se relações adimensionais,  $r/d_n$ , menores que 0,01.

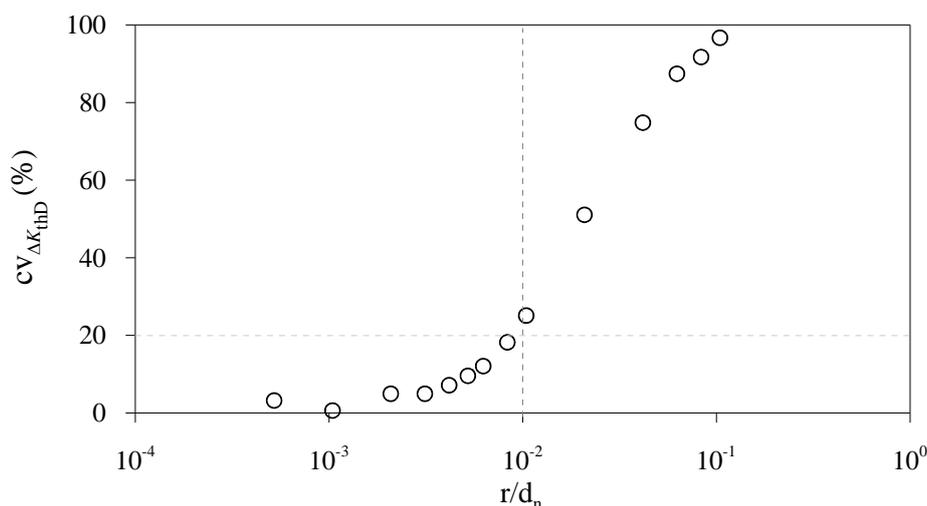


Figura 5.20. Avaliação da dispersão das previsões do limiar de propagação de trincas.

A previsão do limiar de propagação de trincas indiretamente quantificada via metodologia numérica está intimamente atrelada à previsão da distância crítica,  $d_p$ , como bem estabeleceram Silva (2009) e Susmel e Taylor (2010). Sabendo que esse parâmetro tem origem na Mecânica da Fratura Linear Elástica, observa-se a recomendação do uso de entalhes severos para a estimativa do limiar de propagação de trincas. Na média, essa metodologia indireta se aplica a qualquer tipo de entalhe, no entanto, para entalhes suaves a dispersão é alta e isso deve ao fato da previsão da distância crítica segundo o Método do Ponto,  $d_p$ , ser bem sensível à dispersão associada ao limite de fadiga do material,  $\Delta\sigma_0$ , como para baixos gradientes de tensão como esperado por Silva *et al.* (2012).

### 5.3. ABORDAGEM DE CONFIABILIDADE DA FALHA POR FADIGA

#### 5.3.1. Análise de Sensibilidade

Os resultados para a análise de sensibilidade estão dispostos para os seguintes parâmetros: (a) distância crítica,  $d$ , com base na variabilidade dos dados experimentais de  $\Delta K_{th}$  e  $\Delta\sigma_0$ , (b) previsão da distância crítica a partir do limite de fadiga do material,  $d_p$ , (c) previsão do limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{thD}$ , (d) previsão da tensão de fadiga segundo o modelo de distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , e do limite de fadiga conforme os modelos de Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ , e (e) estimativa da margem de segurança a partir do conceito de distância crítica e do limite de fadiga segundo os modelos citados.

### 5.1.1.1. Análise de sensibilidade da distância crítica, $d$ .

A Figura (5.21) mostra gráfico de colunas associado às fontes de incerteza concernentes à estimativa da distância crítica,  $d$ , formulada pela Equação (2.33) e baseada nos resultados experimentais para o limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ , e limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , do aço ASTM A743 CA6NM. Infere-se da mesma que o coeficiente de ajuste da tensão no modelo Walker,  $\gamma_\sigma$ , e o limiar de propagação de trincas experimental, respondem por mais de 90% das fontes de incerteza da dispersão da distância crítica,  $d$ , independente da geometria do entalhe.

### 5.1.1.2. Análise de sensibilidade da previsão da distância a partir do limite de fadiga, $d_p$ .

A Figura (5.22) apresenta o percentual de contribuição das fontes de incertezas na variabilidade da previsão da distância crítica,  $d_p$ , obtida a partir do limite de fadiga do material em questão e da curva de distribuição de tensões na raiz do entalhe,  $d_p$ . Considerando esse gráfico observa-se que os parâmetros associados à previsão do limite de fadiga para  $R=0,1$  ( $\gamma_\sigma$  e  $\Delta\sigma_{ar}$ ) são responsáveis por mais de 80% da dispersão de  $d_p$ . Isso significa que durante a previsão da distância crítica, esses parâmetros devem ser bem controlados em virtude de sua alta capacidade de influenciar as previsões numéricas independentemente da severidade do entalhe.

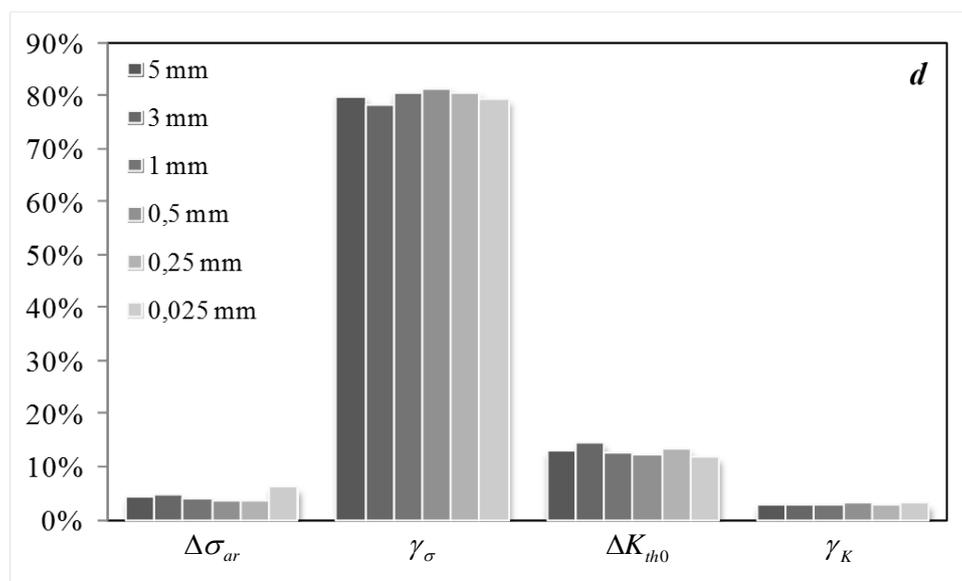


Figura 5.21. Análise de incertezas associadas à distância crítica.

5.1.1.3. Análise de sensibilidade da predição do limiar de propagação de trincas segundo o conceito de distância crítica,  $\Delta K_{thD}$ .

As fontes de incertezas e suas parcelas de contribuição na estimativa indireta do limiar de propagação de trincas podem ser encontradas na Figura (5.23). Através de seu estudo observa-se que as variáveis associadas ao modelo de tensão média de fadiga,  $\gamma_\sigma$  e  $\Delta\sigma_{ar}$ , são responsáveis pela dispersão as predições de  $\Delta K_{thD}$ . Esse resultado é similar ao encontrado para a distância crítica predita,  $d_p$ , em razão do limiar de propagação de trincas estimado,  $\Delta K_{thD}$ , indiretamente ser uma função da distância crítica predita,  $d_p$ .

5.1.1.4. Análise de sensibilidade da predição do limite de fadiga segundo os modelos de distância crítica,  $\Delta\sigma_{0D}$ , Peterson,  $\Delta\sigma_{0P}$ , e Neuber,  $\Delta\sigma_{0N}$ .

A Figura (5.24) apresenta as principais fontes de incerteza associadas à estimativa do limite de fadiga segundo o conceito de distância crítica. Dentre elas destacam-se aquelas referentes às variáveis do modelo de fadiga,  $\gamma_\sigma$  e  $\Delta\sigma_{ar}$ , e à geometria do espécime ( $D$  e  $r$ ). Juntas, respondem por mais de 50% da variabilidade do limite de fadiga predito independente da severidade do entalhe. Observa-se que quanto mais suave for o raio maior é sua contribuição para a dispersão das predições de fadiga.

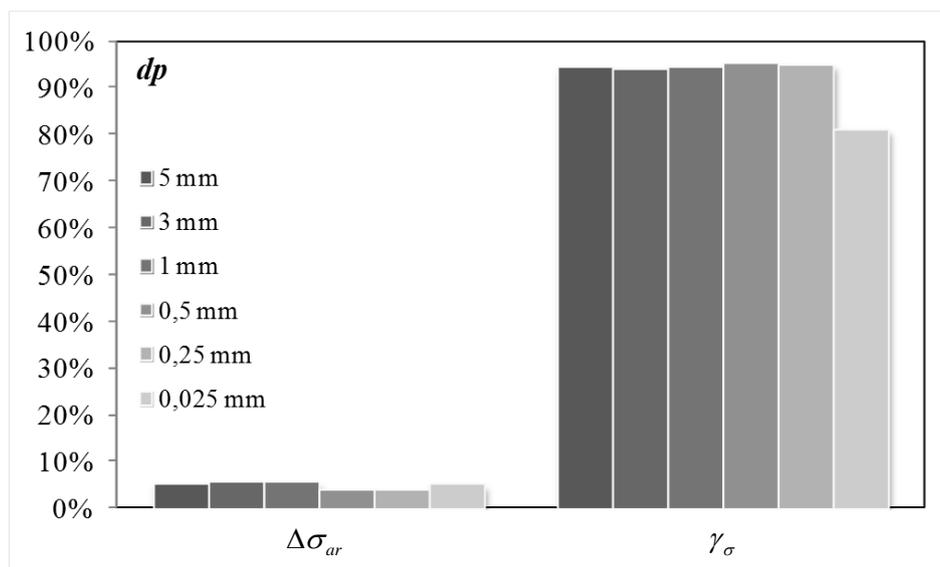


Figura 5.22. Análise de incertezas associadas à predição da distância crítica.

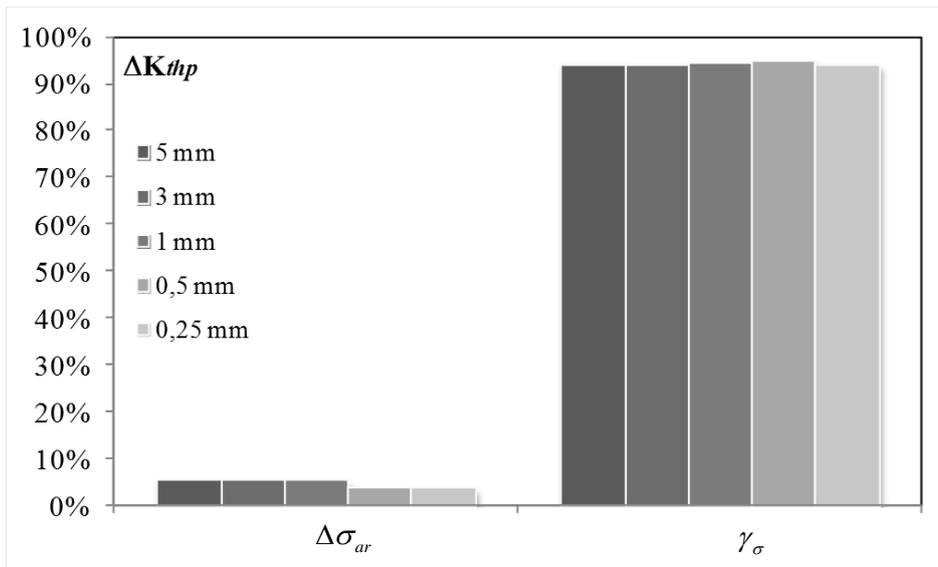


Figura 5.23. Análise de incertezas associadas à predição do limiar de propagação de trincas de acordo com o conceito de distância crítica.

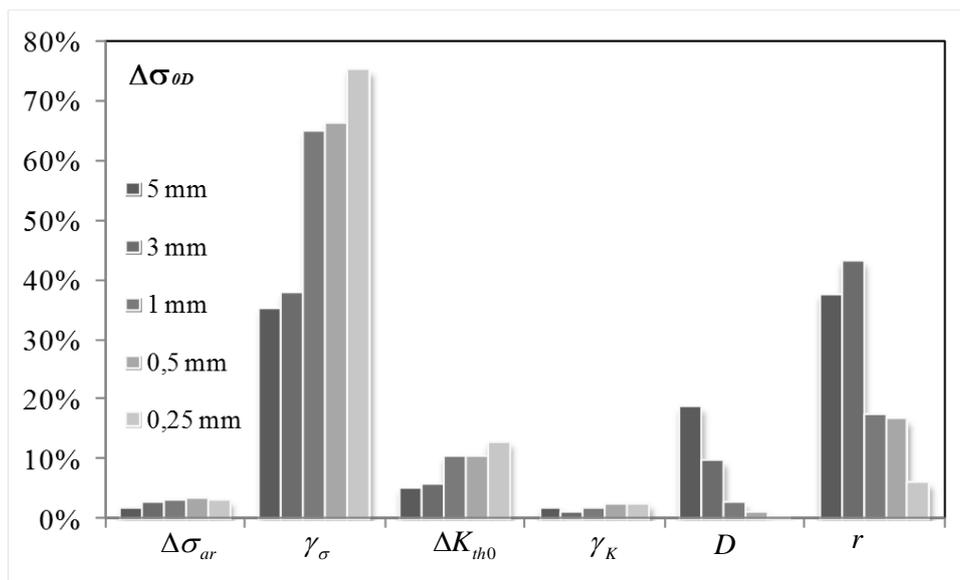


Figura 5.24. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga de acordo com o conceito de distância crítica.

As Figuras (5.25) e (5.26) apresentam as fontes de incerteza para a predição de fadiga segundo os modelos empíricos de Peterson e Neuber, respectivamente. Por meio delas, verifica-se a que as principais fontes são a tensão de resistência à tração e a geometria do espécime. Para esses modelos empíricos, o controle da dispersão da resistência à tração,  $\sigma_r$ , é determinante para a variabilidade das predições do limite de fadiga do material.

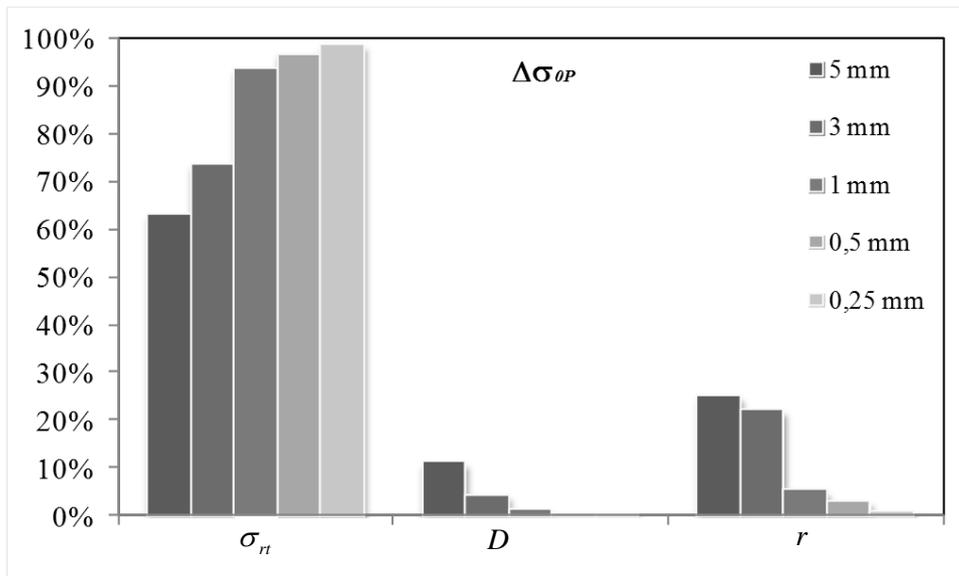


Figura 5.25. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga conforme o modelo de Peterson.

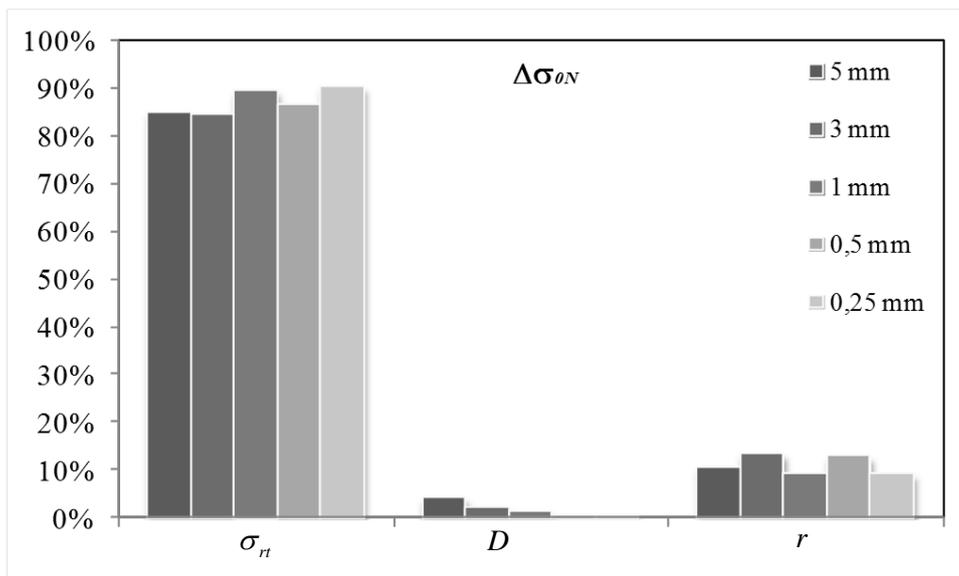


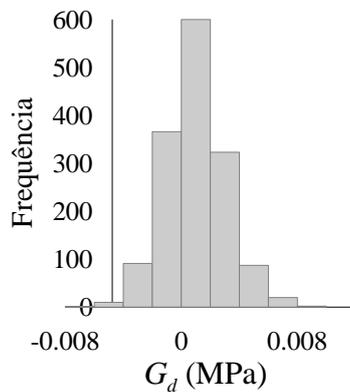
Figura 5.26. Análise de incertezas associadas à predição do limite de fadiga conforme o modelo de Neuber.

### 5.3.2. Análise da Margem de Segurança

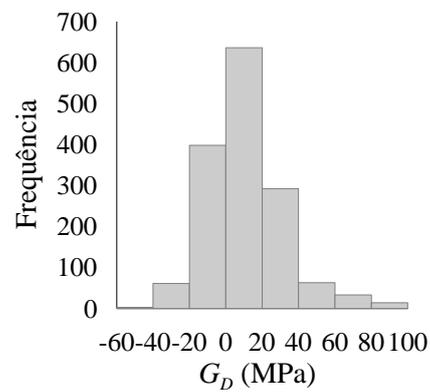
Os resultados da análise de confiabilidade estão dispostos de duas formas. A primeira versa sobre a margem de segurança,  $G$ , e a segunda sobre a probabilidade de falha com base no método de Monte Carlo,  $P_f$ .

### 5.1.1.5. Análise da margem de segurança

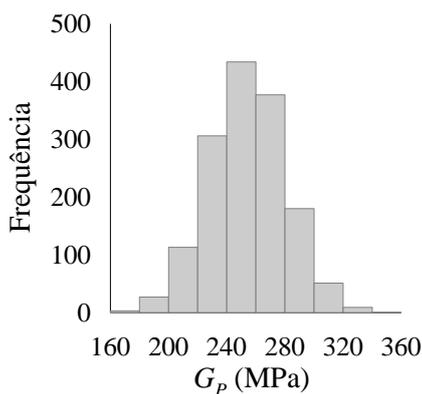
As Figuras (5.27) e (5.28) mostram o resultado das simulações numéricas através da distribuição de frequências para a margem de segurança para (a) a predição da distância crítica,  $G_d$ , (b) a tensão de fadiga predita com base no conceito de distância crítica,  $G_D$ , (c) no modelo de Peterson,  $G_P$ , e (d) no modelo de Neuber,  $G_N$ , para os entalhes com raio de 0,025 mm e 5 mm, respectivamente. A Figura (5.29) apresenta o resultado numérico da margem de segurança média para os respectivos parâmetros supracitados. Para entalhes cuja relação adimensional geométrica é  $r/d_n > 0,01$ , a margem de segurança tende a zero independente do modelo adotado, ou seja, há previsão de falha. Para  $r/d_n < 0,01$ , apenas os modelos baseados em distância crítica atendem a expectativa de falha. Para essas condições geométricas, os modelos de Peterson e Neuber não são adequados.



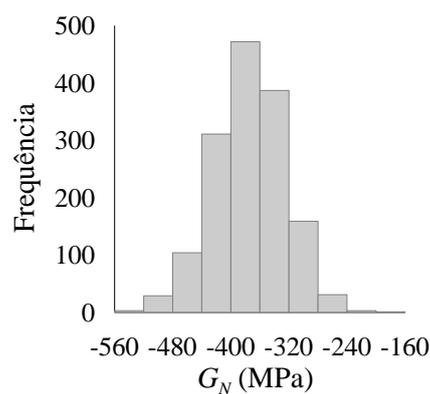
(a) Margem de segurança para a distância crítica.



(b) Margem de segurança para a tensão predita com base na distância crítica.

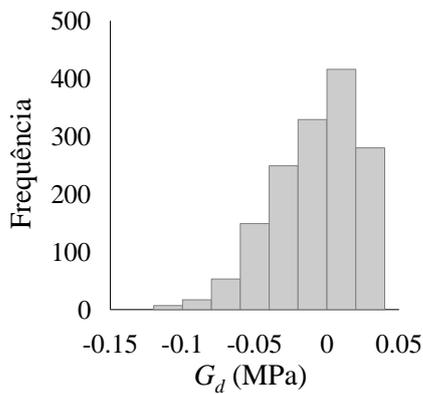


(c) Margem de segurança para a tensão predita com base em Peterson.

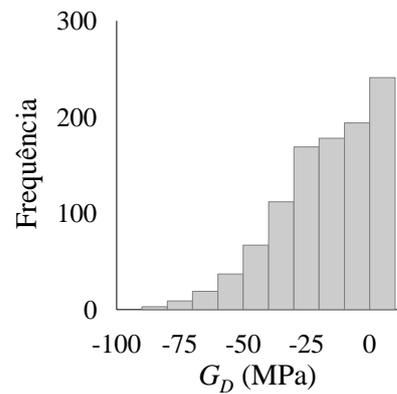


(d) Margem de segurança para a tensão predita com base em Neuber.

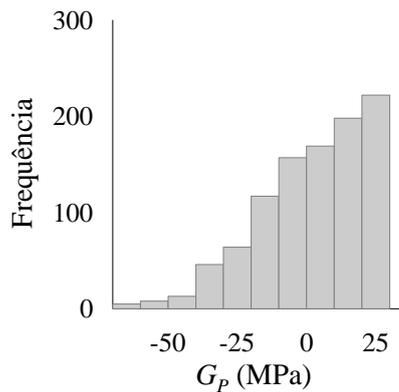
Figura 5.27. Histograma da margem de segurança para o raio de 0,025 mm segundo (a) a distância crítica,  $G_d$ , (b) a predição de fadiga por distância crítica,  $G_D$ ; (c) pelo modelo de Peterson,  $G_P$ ; e (d) pelo modelo de Neuber,  $G_N$ .



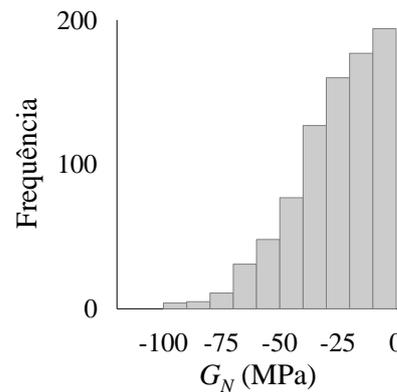
(a) Margem de segurança para a distância crítica.



(b) Margem de segurança para a tensão predita com base na distância crítica.



(c) Margem de segurança para a tensão predita com base em Peterson.



(d) Margem de segurança para a tensão predita com base em Neuber.

Figura 5.28. Histogramas da margem de segurança para o raio de 1 mm segundo (a) a distância crítica,  $G_d$ , (b) a predição de fadiga por distância crítica,  $G_D$ ; (c) pelo modelo de Peterson,  $G_P$ ; e (d) pelo modelo de Neuber,  $G_N$ .

A partir da Figura (5.29), observa-se que para relações geométricas onde o raio do entalhe é maior que 1% do comprimento da seção resistente, a margem de segurança é próxima de zero independente do modelo de falha por fadiga adotado. Isso significa que na média as previsões numéricas são estatisticamente semelhantes aos mesmos parâmetros obtidos a partir de resultados experimentais. Esse fato explica o uso de modelos empíricos como Peterson e Neuber em aplicações práticas. No entanto, para entalhes mais severos, esses modelos não são capazes de estimar falhas corretamente, nesses casos, as propostas baseadas no conceito de distância crítica representam alternativa de solução. Sua eficácia se justifica pelo fato de contabilizar o efeito do gradiente de tensões com mais propriedade do que os modelos clássicos.

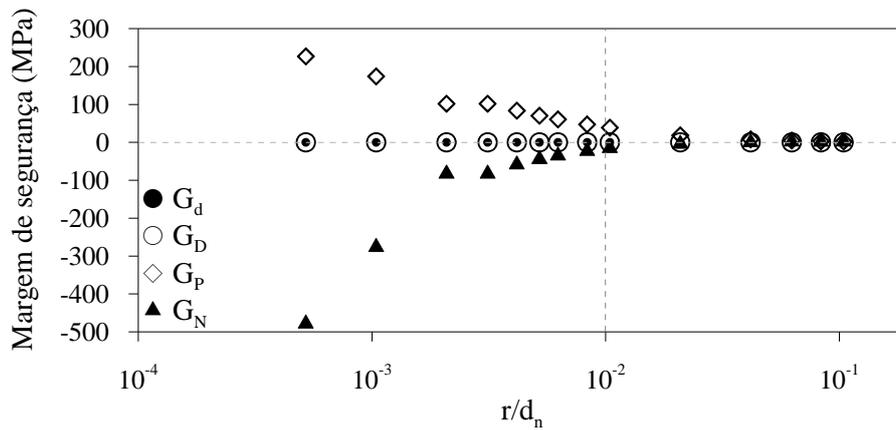


Figura 5.29. Margem de segurança para a distância crítica segundo o Método do Ponto e para as predições do limite de fadiga segundo o modelo de Distância Crítica, Peterson e Neuber.

### 5.3.3. Análise da Probabilidade de Falha

A análise de probabilidade conduzida a partir do método de Monte Carlo se baseou na relação entre o número de simulações em que a margem de segurança foi menor que zero e a quantidade de simulações realizadas. A Figura (5.30) mostra a probabilidade de falha média para a abordagem focada na distância crítica,  $P_d$ ; para a tensão de fadiga predita pelo modelo de Distância Crítica,  $P_D$ ; pelo modelo de Peterson,  $P_P$ ; e pelo modelo de Neuber,  $P_N$ . Independente do modelo ou da abordagem adotada, os resultados tendem para 50% conforme o aumento do raio do entalhe em relação à seção resistente. Para entalhes severos, o modelo de Neuber é muito conservador ao indicar alta probabilidade de falha. O modelo de Peterson se comporta de maneira contrária ao não prever falha na maioria dos casos. A abordagem da falha por fadiga segundo a abordagem de distância crítica,  $P_d$ , e a abordagem de tensão de fadiga,  $P_D$ , conforme o Método do Ponto são coincidentes quanto à probabilidade de falha. Esse fato consolida a Teoria da Distância Crítica, segundo o Método do Ponto, como ferramenta de predição de fadiga. Os modelos clássicos de Neuber, para os dados analisados, só se ajusta bem para entalhes com fator de concentração de tensão,  $K_t$ , menores que 3,8 e por isso encontra aplicação na indústria. Para os mesmos dados, o modelo de Peterson apenas se ajusta para  $K_t$  menor que 2,6 e por isso encontra aplicação comercial. No entanto, essas abordagens empíricas não são recomendadas para uso em casos em que a concentração de tensões é elevada e o gradiente de tensões é elevado.

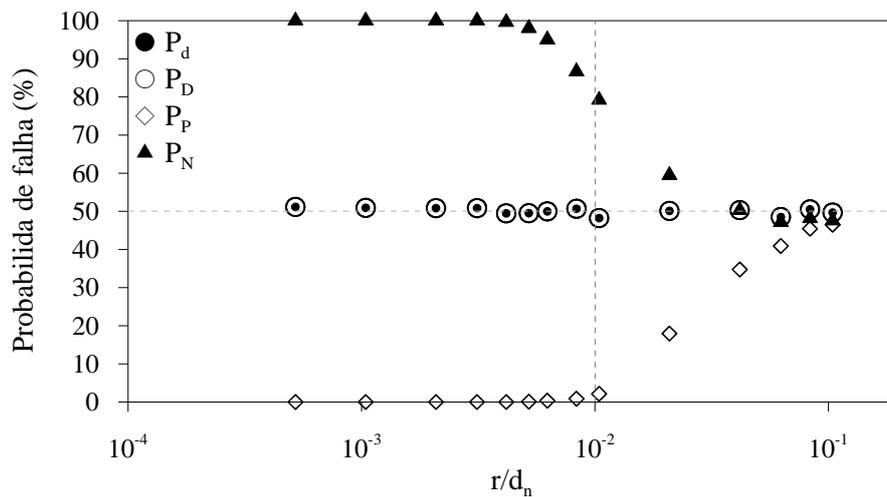


Figura 5.30. Probabilidade de falha conforme a relação entre o raio e a dimensão resistente,  $r/d_n$ , para as abordagens propostas.

A partir do enfoque de margem de segurança e da probabilidade de falha para a configuração observa-se que para a configuração geométrica destacada,  $r/d_n = 0,01$ , as funções de distribuição de probabilidade que descrevem a resistência,  $R(X)$ , e a solitação,  $S(X)$ , são estatisticamente equivalentes na média. Uma consequência direta dessa constatação é a possibilidade de estimar o limite de fadiga do material para dada probabilidade de falha a partir do conhecimento dos modelos de distribuição de probabilidade das funções de resistência,  $R(X)$ , e solitação,  $S(X)$ . De forma análoga, é possível determinar a probabilidade de falha para dado nível de solitação conhecendo a distribuição cumulativa de probabilidade da função de falha,  $G(X)$ . Esses desdobramentos permitem a estimação da probabilidade de falha e conseqüentemente a estimação de fatores de segurança mais realistas.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A presente tese teve como foco a investigação do domínio de atuação do conceito de distância crítica do ponto de vista estocástico para casos de descontinuidade geométrica. Os esforços depreendidos se justificam pela relevância da Teoria da Distância Crítica e da Análise de Confiabilidade na análise de falha por fadiga no contexto de projetos mecânicos seja na predição de parâmetros de fadiga, seja na identificação de níveis de confiança para diversas condições de operação.

O trabalho teve como objetivo adicional a proposição e implementação de um modelo de análise de confiabilidade à fadiga valendo-se da Teoria da Distância Crítica na formulação da função de falha. Em particular, dados experimentais de fadiga para o aço ASTM A743 CA6NM, obtidos em nosso grupo Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais (GFFM/ENM/UnB), foram usados como variáveis aleatórias de entrada para a validação da metodologia e para a investigação da influência de entalhes nos parâmetros que controlam a fadiga.

As principais contribuições deste trabalho são as seguintes:

- Quantificação do domínio de trabalho da Teoria da Distância Crítica na avaliação de falha por fadiga em componentes entalhados e identificação estatística da região de transição entre entalhe agudo e suave.
- Proposição e implementação de uma nova metodologia probabilística de análise de falha por fadiga a partir do Método do Ponto na formulação da função de estado limite.
- Identificação das variáveis aleatórias que mais influenciam os resultados na estimação da distância crítica, na determinação indireta do limiar de propagação de trincas, na predição do limite de fadiga do material e a quantificação dessa sensibilidade para fins de controle de projeto.
- Desenvolvimento de uma ferramenta capaz de auxiliar projetos mecânicos de geometrias complexas e otimizar a relação custo-benefício através da estimação de coeficientes de segurança mais realistas.

## 6.1. CONCLUSÕES

Partindo do pressuposto de que na prática de projeto o carregamento, a geometria e as propriedades materiais podem ser representadas por variáveis aleatórias e modeladas por fenômenos estocásticos, a presente abordagem probabilística de falha por fadiga considerando a Teoria da Distância Crítica na formulação da função de falha se apresenta como uma ferramenta útil e de fácil aplicação para o desenvolvimento de projetos mais econômicos e seguros. Os resultados encontrados numericamente e discutidos anteriormente permitem destacar o uso do conceito de distância crítica na resolução de problemas práticos de engenharia para os casos de geometria complexa com descontinuidades geométricas suaves ou severas nos quais as metodologias clássicas e tradicionais não são acessíveis. A estratégia apresentada possibilita a estimação numérica do limite de fadiga de materiais e peças, bem como do limiar de propagação de trincas de maneira indireta considerando a aleatoriedade de suas respectivas fontes de incerteza. Através da análise de sensibilidade é possível fornecer ao corpo técnico de engenharia informações mais consistentes para a concepção e execução de projetos mecânicos. O enfoque estatístico apresentado permite a predição da probabilidade de falha para dadas condições de contorno. Isso é relevante no sentido de otimizar – reduzir os custos, a robustez e aumentar a capacidade de resistir –, ou seja, aumentar a relação custo-benefício através da redução de fatores de segurança.

A despeito do fato do conceito de distância crítica se fundamentar em uma aproximação de duas curvas assintóticas do diagrama de Kitagawa-Takahashi, o que por si só já agrega variabilidade, e das variáveis que a compõem –  $\Delta\sigma_0$  e  $\Delta K_{th}$  – serem fontes experimentais de dispersão, os resultados estatístico-probabilísticos para a distância crítica são consistentes para o estudo de caso apresentado. Fato esse que reafirma a importância da Teoria da Distância Crítica para o desenvolvimento de projetos de engenharia. Além dessas considerações, conclusões pontuais podem ser destacadas.

Sobre a distância crítica segundo o Método do Ponto, nota-se que:

- Para relações geométricas de  $r/d_n = 0,01$  observa-se uma região de transição entre entalhes agudos e suaves.
- Para relações geométricas em que  $r/d_n < 0,01$  a predição de distância crítica é assintótica.

Sobre o comportamento do limiar de propagação de trincas, destaca-se:

- A predição do limiar de propagação de trincas também se comporta assintoticamente para as mesmas condições geométricas que a predição da distância crítica.
- A dispersão das predições do limiar de propagação de trincas está relacionada à geometria do entalhe e diminui sensivelmente com o aumento da severidade dos mesmos.

A respeito do comportamento das previsões da tensão de fadiga na distância crítica:

- O modelo de Distância Crítica é indicado para a predição do limite de fadiga com boa precisão independente da geometria do entalhe.
- O modelo de Peterson é conservador quanto à predição do limite de fadiga do material a partir de entalhes agudos, mas apresenta bons resultados para  $r/d_n > 0,01$ .
- O modelo de Neuber não é indicado para a predição do limite de fadiga do material a partir de entalhes severos,  $r/d_n < 0,01$ , no entanto, apresentam boas estimativas para entalhes suaves.
- A dispersão das predições do limite de fadiga diminui com aumento do raio do entalhe em virtude de sua baixa sensibilidade à variabilidade da distância crítica.

Os principais destaques da análise de sensibilidade são:

- O coeficiente de ajuste do modelo de tensão média (Walker),  $\gamma_s$ , é a principal fonte de dispersão para a determinação da distância crítica,  $d$ .
- As variáveis associadas à fadiga,  $\gamma_\sigma$  e  $\Delta\sigma_{ar}$ , são responsáveis pela variabilidade da distância crítica predita,  $d_p$ .
- A estimativa indireta do limiar de propagação de trincas é influenciada pelas propriedades de fadiga, independente da severidade do entalhe.
- As variáveis associadas ao modelo de fadiga e a geometria representam a maior fonte de incerteza quando o limite de fadiga do material é alvo de estimação.

As principais conclusões da análise de confiabilidade a serem pontuadas são:

- Os modelos clássicos de Peterson e Neuber não são capazes de estimar estocasticamente a falha por fadiga de geometrias complexas com elevada concentração de tensões.

- O modelo de distância crítica, tanto pela abordagem de distância quanto pela abordagem de tensão, se aplica bem para entalhes severos e suaves no que tange à estimação da probabilidade de falha.
- Conhecendo-se a função de distribuição de probabilidade do estado limite é possível estimar com razoabilidade a probabilidade de falha para dado nível de carregamento aplicado bem como estimar a probabilidade de falha para dados níveis de tensão.

## **6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

A revisão bibliográfica e o trabalho numérico desenvolvido nessa tese mostram que apesar de inúmeras vertentes da fadiga tenham sido estudadas quanto à confiabilidade e à aplicação da Teoria da Distância Crítica, outras questões ainda precisam ser investigadas com a finalidade de ampliar o uso das ferramentas citadas e da metodologia proposta:

- Verificação experimental da abordagem estocástica de fadiga utilizando a Teoria da Distância Crítica na formulação do estado limite para materiais dúcteis e frágeis com entalhes severos.
- Investigação numérico-experimental do efeito da razão de carregamento combinada ou não com o efeito de entalhes na probabilidade de falha considerando a Teoria da Distância Crítica.
- Proposição e implementação de uma abordagem estocástica de fadiga associada à Teoria da Distância Crítica para a previsão de vida.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas (2003), “*Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado (NBR 6118)*”.
- Ahammed, M. (1998), “*Probabilistic estimation of remaining life of a pipeline in the presence of active corrosion defects*”, International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 75, No. 4, pp. 321-329.
- Ahmadi, H. Lotfollahi-Yaghin, M. A., Aminfar, M. H. (2011), “*Effect of stress concentration factors on the structural integrity assessment of multi-planar offshore tubular DKT-joints based on the fracture mechanics fatigue reliability approach*”, Ocean Engineering, 38, pp. 1883-1893.
- Akinawa, Y., Tanaka, K.M., Akimura, H. (2001), “*Microstructural effects on crack closure and propagation thresholds of small fatigue cracks*”, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 24, pp. 817-829.
- Alves, C. G. (2008), “*Análise de confiabilidade em fadiga. Estudo de caso: braço de controle de suspensão automotiva*”, Dissertação (Mestrado), Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 134 p.
- Anderson, T. L. (2005), “*Fracture mechanics: fundamentals and applications*”, 3<sup>rd</sup> edition, Taylor & Francis Group, Florida, USA.
- Andrade, A. F., Oliveira, A. H., Afonso, S. M. B. (2010), “*Análise de confiabilidade de pórticos via método analítico FORM, considerando a não-linearidade geométrica*”, Mecânica Computacional, Vol. XXIX, pp. 8869-8880, Buenos Aires, Argentina.
- Ang, A. H-S., Tang, W. H. (1984), “*Probability concepts in engineering planning and design*”, vol. II – Decision, risk and reliability, New York: John Wiley & Sons.
- Araújo, J. A., Castro, F. C. (2012), “*A comparative analysis between multiaxial stress and  $\Delta K$ -based short crack arrest models in fretting fatigue*”, Engineering Fracture Mechanics, 93, pp. 34-47.
- Araújo, J. A., Susmel, L., Taylor, D., Ferro, J. C. T., Mamiya, E. N. (2007), “*On the use of theory of critical distances and the modified Wöhler curve method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts*”, Int J Fatigue 29, 95-107.
- ASTM (1997), Annual Book of ASTM Standards, ASTM E399, ASTM, West Conshohocken, PA.
- ASTM A743/A743M – 06 (2006), “*Standard specification for castings, iron-chromium-nickel, corrosion resistant, for general application*”
- ASTM E 466-96 (2002), “*Standard Practice for Conducting Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials*”.
- ASTM E 468-90 (1990), “*Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test for Metallic Materials*”.
- ASTM E 606-04 (2004), “*Standard Practice for Strain – Controlled Fatigue Testing*”.
- ASTM E 739-91 (1991), “*Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life ( $S-N$ ) and Strain-Life ( $\epsilon-N$ )*”.
- ASTM E1823-11 (2011), “*Standard terminology relating to fatigue and fracture testing*”, ASTM International, West Conshohocken, PA, DOI: 10.1520/E1823-11.
- ASTM E647-11e1 (2011), “*Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates*”, ASTM International, West Conshohocken, PA, DOI: 10.1520/E0647-11E01, www.astm.org.

- ASTM STP 91-A (1963), “*Guide for Fatigue Testing and the Statistical Analysis of Fatigue Data*”, 2nd ed., American Society for Testing and Materials, pp. 12–13.
- Atzori, B., Lazzarin, P. (2001), “*Notch sensitivity and defect sensitivity under fatigue loading: two sides of the same medal*”, *International Journal of Fracture*, 107, pp. 1-8, ISSN 1573-2673.
- Atzori, B., Lazzarin, P., Filippi, S. (2001), “*Cracks and notches: analogies and differences of the relevant stress distributions and practical consequences in fatigue limit predictions*”, *Int J Fatigue*, 23:355-62.
- Atzori, B., Meneghetti, G., Susmel, L. (2005), “*Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches and defects*”, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 28, 83–97.
- Baicchi, P., Collini, L., Riva, E. (2007), “*A methodology for the fatigue design of notched castings in gray cast iron*”, *Engineering Fracture Mechanics*, 74, pp. 539-548.
- Bailey, M. (2012), “*Wheel separations*”, In: Advocate Journal of the Consumer Association of Los Angeles, Disponível em: <http://www.meaforensic.com/wheel-separation-investigation-metallurgical-expert-mark-bailey-mea-forensic/>, Acessado em: 09 Jan 2013.
- Bannantine, J. A., Comer, J. J., Handrock, J. L. (1990), “*Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*”, 2 ed., Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Barragán, G. F. A. (1995), “*Uma abordagem probabilística para definição de critérios de combinação de carga em normas de projeto estrutural*”, Dissertação (Mestrado em Engenharia), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Basquin, O. H. (1910), “The exponential law of endurance tests”, in *Proceedings, Am. Soc. Test. Mater. Proc.* 10, 625-630.
- Bastenaire, F. (1963), “*A study of the scatter of fatigue test results by statistical and physical methods*”, In: Barrois W, Ripley EL (Eds) *Fatigue of Aircraft Structures*. Pergamon Press, Oxford, pp. 53–85.
- Beden, S. M., Abdullah, S., Ariffin, A. K. (2009), “*A review of fatigue crack propagation models for metallic components*”, *European Journal of Scientific Research*, 28, No.3, pp. 364-397.
- Bellett, D., Taylor, D., Marco, S., Mazzeo, E., Guillois, J., Pircher, T. (2005), “*The fatigue behavior of three-dimensional stress concentrations*”. *Int J Fatigue*, 27, pp. 207-21.
- Berkovits, A., Fang, D., (1993), “*An analytical master curve for Goodman diagram data*”, *Int J Fatigue*, 15, pp. 173-80.
- Bogdanoff, J. L., Kozin, F. (1985), “*Probabilistic models of cumulative damage*”, New York: Wiley.
- Braam, J. J., van der Zwaag, S. (1998), “A Statistical Evaluation of the Staircase and the ArcSin  $\sqrt{P}$  Methods for Determining the Fatigue Limit”, *Journal of Testing and Evaluation*, 26, pp. 125–131.
- Brown, M. W., Miller, K. J. (1973), “*A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions*”, *Proc. Inst. Mech. Eng.* 187 (65), 745.
- Brownlee, K. A., Hodges, J. L., Jr., Rosenblatt, M. (1953), “*The Up-and-Down Method with Small Samples*”, *Journal of the American Statistical Association*, 48, pp. 262–277.
- Buch. A. (1988), “*Fatigue Strength Calculation*”, Trans Tech Publications, Switzerland.
- Bunchaft, G., Kellner, S. R. O. (1999), “*Estatística sem mistérios*”, ed. 2, Vozes, Petrópolis, 303p.
- Callister, W. D. (2007), “*Materials science and engineering: an introduction*”, 7<sup>th</sup> ed, John

- Wiley & Sons, New York, USA.
- Castro, J. T. P., Meggiolaro, M. A. (2013), “*Is notch sensitivity a stress analysis problem?*”, *Frattura ed Integrità Strutturale*, v.25, pp. 79-86.
- Charumas, B. (2008), “*A new techniques for structural reliability analysis*”, Dissertação (Mestrado), Mississippi: Mississippi State University, 143p.
- Chen, D. (1991), “*New approach to the estimation of fatigue reliability at a single stress level*”, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 22, n. 1, pp. 101-113.
- Cheung, M. S., Li, W. C. (2003), “*Probabilistic fatigue and fracture analyses of steel bridges*”, *Structural Safety*, Vol. 23, pp. 245-262.
- Cliffs, N.J., p. 224. Mann, Torsten (2006), “*Fatigue assessment methods for welded structures and their application to an aluminium T-joint*”, Thesis (Doctoral), Norwegian University of Science and Technology, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Engineering Design and Materials.
- Coffin, L. F. Jr (1954), *Trans. ASME* 76, 931.
- Corder, G. W., Foreman, D. I. (2009), “*Nonparametric statistics for non-statisticians: A step-by-step approach*”, ed. 2, Hoboken, N. J.: Wiley. ISBN 978-0-470-4546-19. OCLC 276228975.
- Cordovés, D. C. S. (2008), “*Análise de confiabilidade estrutural de cabos umbilicais*”, Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.
- Cornel, A. C. (1969), “*A probabilistic-based structural code*”, In: *American Concrete Institute Journal*, vol. 66. December, p. 974-985.
- Costa, L. P. (2010), “*Avaliação da incerteza de medição no levantamento de curvas de fadiga S-N de materiais metálicos a temperatura ambiente*”, Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais, Departamento de Metalurgia da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Deng, J., Gu, D., Li, X., Y, Z. Q. (2005), “*Structural reliability analysis for implicit performance functions using artificial neural network*”, *Journal of Structural Safety*, vol. 27, March, pp. 25-48.
- Der Kiureghian, A., Zhang, Y., Li, C-C. (1994), “*Inverse reliability problem. Journal of Engineering Mechanics*”, ASCE; 120(5):1154–9.
- Dhillon, B. S. (1999), “*Design Reliability: Fundamental and Applications*”, 1.ed., Florida: CRC Press LLC.
- Ditlevsen, O., Madsen, H. O. (2002), “*Structural reliability methods*”, Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.
- Dixon, W. J., Mood, A. M. (1948), “*A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data*”, *J. Amer. Stat. Assn.*, 43, pp. 109–126.
- Dong, W., Moan, T., Gao, Z. (2012), “*Fatigue reliability analysis of the jacket support structure for offshore wind turbine considering the effect of corrosion and inspection*”, *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 106, pp. 11-27.
- Dowling, N. E. (1999), “*Mechanical Behaviour of Materials*”, Prentice Hall, London, 2nd edition, ISBN 0-13-905720-X.
- Echard, B., Gayton, N., Bignonnet, A. (2014), “*A reliability analysis method for fatigue design*”, *International Journal of Fatigue*, 59, pp. 292-300.
- Efron, B., Tibshirani, R. J. (1993), “*An Introduction to the Bootstrap*”, Chapman & Hall, New York.

- El Haddad, M. H., Dowling, N. F., Topper, T. H., Smith, K. N. (1980), "*J integral applications for short fatigue cracks at notches*", Int. J. Fracture, 16, 15-24, ISSN 0376-9429.
- El Haddad, M. H., Smith, K. N., Topper, T. H. (1979a), "*Fatigue crack propagation of short cracks*", J Engng Matter Technol (Trans ASME), 101, pp42-6.
- El Haddad, M. H., Topper, T. H., Smith, K. N. (1979b), "*Prediction of non propagating cracks*", Engineering Fracture Mechanics, 11, 573-584.
- Elber, W. (1971), "*The significance of fatigue crack closure*", In Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, Philadelphia, ISNS 0-8031-0072-8, pp. 230-242.
- Environmental Protection Agency, U. S. (2001), "*Risk assessment guidance for superfund: Volume III – Part A, Process for Conducting Probabilistic Risk Assessment*", Office of Emergency and Remedial Response, Washington, DC 20460.
- Epremian, E., Mehl, R. F. (1952), "*A Statistical Interpretation of the Effect of Understressing on Fatigue Strength. Fatigue with Emphasis on Statistical Approach*", ASTM STP 137, American Society for Testing and Materials, pp. 58–69.
- Fiessler, B., Neumann, H. J., Rackwitz, R. (1979), "*Quadratic Limit States In Structure Reliability*", ASCE J Eng Mech Div, vol. 105, n. 4, August, pp. 661-676.
- Filho, A. C. C. N. (2011), "*Análise de confiabilidade de um componente estrutural automotivo*", Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Gestão e Tecnologia Industrial da Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC, Salvador, Bahia.
- Fonseca, J. S., Martins, G. A. (2009), "*Curso de Estatística*", 6ª ed., Editora Atlas S.A., São Paulo, Brasil.
- Forsyth, P. J. E. (1961), "*A two stage process of fatigue crack growth*", Proc. Crack Propagation Symposium, pp. 76-94.
- Freudenthal, A. M. (1947), "*The safety of structures*", Transactions, ASCE, v. 112, p. 125-180.
- Frost, N. E. (1957), "*Non-propagating cracks in V-notched specimens subjected to fatigue loading*", Aeronaut Quart 1957; VIII:1–20.
- Frost, N. E. (1959), "*A relation between the critical alternating propagation stress and crack length for mild steel*", Proc Inst Mech Eng; 173:811–34.
- Frost, N. E. (1960), "*Notch effects and the critical alternating stress required to propagate a crack in an aluminium alloy subject to fatigue loading*", Journal of Mechanical Engineering Science, 2, pp. 109-119.
- Frost, N. E., Dugdale, D.S. (1957), "*Fatigue tests on notched mild steel plates with measurements of fatigue cracks*", J Mech Phys Solids, 5:182-92.
- Frost, N. E., Marsh, K. J., Pook, L. P. (1974), "*Metal Fatigue*", Clarendon Press, Oxford. Reprinted with minor corrections (1999), Dover Publications, Mineola, NY.
- Gao, X., Ruggieri, C., Dodds Jr., R. H. (1998), "*Calibration of Weibull stress parameters using fracture toughness data*", International Journal of Fracture, vol. 92, pp. 175-200.
- Garcia, A., Spim, J.A., Santos, C.A. (2000). "*Ensaio dos materiais*", Ed. Livros Técnicos e Científicos S.A., Rio de Janeiro, RJ.
- Glinka, G. (1985), "*Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks*", Eng. Fract. Mechanics, 22(3), 485-508.
- Golden, P. J., Millwater, H. R., Yang, X. (2010), "*Probabilistic fretting fatigue life prediction of Ti-Al-4V*", In: Int. J. of Fatigue, 32, p. 1937-1947.
- Gough, H. J. (1924), "*The fatigue of metals*", London: Scott, Greenwood and Son.
- Gray, W. A. (2006), "Modification to the directional simulation in the load space approach to

- structural reliability analysis”, Probabilistic Engineering Mechanics, vol. 21, n.2, pp. 148-158.
- Grell, W. A., Laz, P. J. (2010), “*Probabilistic fatigue life prediction using AFGROW and accounting for material variability*”, In: Int. J. of Fatigue; 32:1042-1049.
- Grooteman, F. (2008), “*Adaptive radial-based importance sampling method for structural reliability*”, Structural Safety; 30(6):533–42.
- Gurney, T. R. (1968), “*Fatigue of Welded Structures*”, Cambridge University Press.
- Hamby, D. M (1994), “*A Review of Techniques for Parameter Sensitivity Analysis of Environmental Models*”, Environ. Monit. and Assess. 32:135–154.
- Hammersley, J. M., Handscom, D. C. (1964), “*Monte Carlo Methods*”, Chapman and Hall, London & New York.
- Hasofer, A. M., Lind, N. (1974), “*An exact and invariant first-order reliability format*”, In: Journal of Engineering Mechanics, vol. 100, n. 01, p. 111-121.
- Hatashita, L. S. (2007), “*Análise de confiabilidade de torres de transmissão de energia elétrica quando sujeitas a ventos fortes via método analítico FORM*”, Dissertação (Mestrado), Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, Paraná.
- Hatashita, L. S., Justino, M. R., Abdalla, J. E. (2009), “*Análise de confiabilidade de torres de transmissão de energia elétrica quando sujeitas a ventos fortes via método analítico FORM*”, XIII ERIAC, Encuentro Regional Ibero Americano de Cigré, Puerto Iguazú, Argentina.
- Hoffmann, R. (2006), “*Estatística para economistas*“, 4a ed., Thomson, São Paulo, ISBN: 85-221-0494-8.
- Hohenbichler, M., Gollwitzer, S., Kruse, W., Rackwitz, R. (1987), “*New light on first- and second-order reliability methods*”, Structural Safety;4(4):267–84.
- Holický, M., Marková, J. (2005), “*Základy teorie spolehlivosti a hodnocení rizik*” [Fundamentos da teoria da confiabilidade e análise de risco], ČVUT, Praga.
- Iman, R.L., J.C. Helton. (1991), “*The Repeatability of Uncertainty and Sensitivity Analyses for Complex Probabilistic Risk Assessments*”, Risk Anal. 11:591–606.
- Irwin, G. R. (1948), “*Fracture dynamics*”, Trans. Am. Soc. Met. 40A, pp. 147-166.
- Irwin, G.R. (1957), J Appl Mech. vol. 24, pp 361–364.
- JCGM 100 (2008), “*Avaliação de dados de medição – Guia para a expressão de incerteza de medição*”, Disponível em: [http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf). Acessado em: 05 Dez 2012.
- JCSS - Joint Committee on Structural Safety (2001), “*Probabilistic Model Code*”, 12th. Draft. Disponível em <http://www.jcss.byg.dtu.dk/>. Acessado em: 24 Nov 2012.
- Johnson, R. A., Wichern, D. W. (1988), “*Applied multivariate statistical analysis*”, ed. 2, Prentice Hall International, New Jersey, 607p.
- Júnior, A. A. (2006), “*Avaliação experimental dos efeitos da fadiga térmica nas propriedades mecânicas de um aço inoxidável austenítico*”, Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais.
- Kala,Z. (2001), “*Aproximační a zdokonalené numerické simulační metody*” [Métodos numéricos avançados e aproximados de simulação numérica], In proc. II. ročník celostátní konference Spolehlivost konstrukcí, 21.3.2001, Dům techniky Ostrava.
- Kam, J. C. P., Birkinshaw, M. (1994), “*Reliability-based fatigue and fracture mechanics assessment for offshore structural components*”, Int. J. of Fatigue, v. 16, pp. 183-192.

- Kapoo, A., Sree Hari Hao, V., Mishra, R. S., Baumann, J. A., Grant, G. (2011), “*Probabilistic fatigue life prediction model for alloys with defects: applied to A206*”, Acta Materialia; 59:3447-3462.
- Kasiri, S., Taylor, D. (2008), “*A critical distance study of stress concentrations in bone*”, Journal of Biomechanics, 41:603-609.
- Kececioglu, D. B. (2003), “*Robust Engineering Design-by-Reliability with Emphasis on Mechanical Components & Structural Reliability*”, Vol. 1, DEStech Publications, p. 185-218.
- Kolmogorov, A. N. (1956), “*Foundations of the theory of probability*”, 2<sup>nd</sup> English edition, New York: Chelsea Publishing Company.
- Kitagawa, H., Takahashi, S. (1976), “*Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stage*”, In: Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Mechanical Behaviour of Materials. Boston, pp. 627-631.
- Kitagawa, H., Tanaka, T. (1990), “*Fatigue 90*”, Birmingham: Materials and Components Engineering Publications.
- Klesnil, M., Lucas, P. (1980), “*Fatigue of Metallic Materials*”, Elsevier Science, Amsterdam, The Netherlands.
- Kocanda, D., Jaszal, M. (2012), “*Probabilistic predicting the fatigue crack growth under variable amplitude loading*”, International Journal of Fatigue, Vol. 39, pp. 68-74.
- König, G., Hosser, D., Wittke, B. (1985), “*Basic notes on model uncertainties*”, CEB-Bulletin d’Information, n 170.
- Králik, J. (2008), “*Deterministic and probabilistic analysis of machine foundation and soil interaction*”, In: 16th Ansys FEM User’s Meeting and 14th Ansys CFD User’s Meeting, Luhacovice, Czec Republic.
- Králik, J. (2009), “*Reliability Analysis of Structures Using Stochastic Finite Element Method*”, Ed. STU Bratislava, 143 pp.
- Králik, J., Králik, J., (2006), “*Reliability and Sensitivity Analysis of Tall Building Structures Considering the Soil-Structure Interaction*”, In: International Conference VSU 2006, Sofia, Bulgaria, May 22-23, 2006. Vol. I. pp. I- 197-203. ISBN – 10: 954-331-009-2 (TOM 1).
- Králik, J., Králik, J., (2007), “*Deterministický a pravdepodobnostný prístup k posudzovaniu spoľahlivosti výškových stavieb. In: Stavebné a environmentálne inžinierstvo*” [Abordagem determinística e probabilística para avaliar a confiabilidade dos arranha-céus], roč. 3, č.1, s. 12-27. ISSN 1336-5835.
- Králik, J., Králik, J.,jr. (2006), “*Probability and Sensitivity Analysis of Soil-Structure Interaction of High-Rise Buildings*”, Slovak Journal of Civil Engineering , Slovak, University of Technology Bratislava, vol. 2006/3, pp.18-32.
- Králik, J., Králik, J.,jr., (2008), “*Sensitivity and Probability Analysis of Dynamic Resistance of Compressor Foundation*”, In proc.: Jubilee International Scientific Conference VSU’ 2008, may, 2008, L.Karavelov’s Civil Engineering Higher School Sofia, Bulgaria, Vol.II, p.IX-149-154.
- Krüger, C. M. (2007), “*Análise de confiabilidade estrutural aplicada às barragens de concreto*”, Tese (Doutorado), Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná.
- Kuhn, P., Hardrath, H. F. (1952), “*An engineering method for estimating notch-size effect in fatigue tests of steel*”, Report NACA TN 2805.
- Kwofie, S. (2001), “*An exponential stress function for predicting fatigue strength and life due to mean stress*”, Int J Fatigue, 23, pp. 829-836.
- Lange, C. H. (1996), “*Probabilistic fatigue methodology and wind turbine reliability*”, Contractor Report, Sandia National Laboratories, United States Department of Energy

- Sandia Corporation, Office of Scientific and Technical Information, Springfield, VA.
- Lankford, J. (1982), “*The growth of small fatigue cracks in 7075-T6 aluminum*”, Fatigue Engng Mater and Struct, 5, pp. 233-248.
- Lankford, J., Ritchie, R. O. (1986), “*Small fatigue cracks*”, Warrendale: The metallurgical Society of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engng.
- Lanning, D., Nicholas, T., Haritos, G.K. (2005), “*On the use of critical distance theories for the prediction of the high cycle fatigue limit stress in notched Ti-6Al-4V*”, International Journal of Fatigue 27, 45–57.
- Lassen, T., Récho, N. (2006), “*Fatigue life analyses of welded structures*”, ISTE Ltd, London, UK.
- Lawrence, K. L. (2010), ANSYS Workbench Tutorial: Structural & Thermal Analysis Using the ANSYS Workbench Release 12.1 Enviroment, SDC Publications.
- Lazzarin, P., Tovo, R., Meneghetti, G. (1997), “*Fatigue crack initiation and propagation phases near notches in metals with low notch sensitivity*”, Int. J Fatigue, 19, pp. 647-57.
- Lee, O. S., Kim, D. H. (2006), “*The reliability estimation of pipeline using FORM, SORM and Monte Carlo simulation with FAD*”, Journal of Mechanical Science and Technology, v. 20, n. 12, pp. 2124-2135.
- Lee, O. S., Kim, D. H. (2007), “*Reliability of fatigue damaged structure using FORM, SORM e fatigue model*”, In: Proceedings of the World Congress on Engineering, Vol. 2, London, U. K.
- Lee, O. S., Kim, D. H., Choi, S. S. (2006), “*Reliability of Buried Pipeline Using A Theory of Probability of Failure*”, SOLID STATE PHENOMENA, Vol. 110, pp. 221-230.
- Lee, Y-J, Song, J. (2012), “*Finite-element-based system reliability analysis of fatigue induced sequential failures*”, Reliability Engineering & System Safety, 108, pp. 131-141.
- Lee, Y-L., Pan, J., Hathaway, R. B., Barkey, M. E., (2005), “*Fatigue Testing and Analysis (Theory and Practice)*”, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.
- Lijie, C., Daichao, S. (2005), “*Genetic algorithms in probabilistic finite element analysis of geotechnical problems*”, Computers and Geotechnic, n. 32, January, pp. 555-563.
- Lin, S-K., Lee, Y-L., Lu, M-W. (2001), “*Evaluation of the staircase and the accelerated test methods for fatigue limit distributions*”, International Journal of Fatigue, 23, p. 75-83.
- Lin, Y. K., Wu, W. F., Yang, J. N. (1985), “*Stochastic modeling of fatigue crack propagation. Probabilistic methods in mechanics of solids and structure*”, Berlin: Springer; p. 103–10.
- Lin, Y. K., Yang, J. N. (1983), “*On statistical moments of fatigue crack propagation*”, Engng Fract Mech, 8, p. 243–62.
- Lin, Y. K., Yang, J. N. (1985), “*A stochastic theory of fatigue crack propagation*”, AIAA J, 23, pp. 117–24.
- Lira, S. A. (2004), “*Análise de correlação: abordagem teórica e de construção dos coeficientes com aplicações*”, Dissertação (Mestrado em Ciências), Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia dos Setores de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Little, R. E. (1972), “*Estimating the median fatigue limit for very small up-and-down quantal response tests and for S-N data with runouts*”, In: Heller, R. A. (ed.), Probabilistic Aspects of Fatigue, American Society for Testing and Materials, Philadelphin, pp. 29-42.
- Liu, A. F. (2005), “*Mechanics and mechanisms of fracture: an introduction*”, ASM International, Materials Park, Ohio, USA.
- Liu, W., Yang, R., Um, Z., Wang, X., Yu. D. (2011), “*Determination of the optimum fitting*

- probabilistic distribution for fracture toughness is small sample size*”, Advanced Materials Research, vol. 320, pp.263-268. Disponível em: <http://www.scientific.net/AMR.320.263>, Acessado em: 12 Dez 2012.
- Liu, Y., Liu, L., Stratman, B., Mahadevan, S. (2008), “*Multiaxial fatigue reliability analysis of railroad wheels*”, Reliability Engineering and System Safety, 93, pp. 456-467.
- Liu, Y., Mahadevan, S. (2007), “*Stochastic fatigue damage modeling under variable amplitude loading*”, International Journal of Fatigue; 29(6):1149–61.
- Liu, Y., Mahadevan, S. (2009), “*Efficient methods for time-dependent fatigue reliability analysis*”, AIAA Journal; 47(3):494–504.
- Liu, Y., Mahadevan, S. (2009), “*Probabilistic fatigue life prediction using an equivalent initial flaw size distribution*”, International Journal of Fatigue; 31(3): 476–87.
- Lopes, M. N. M. (2009), “*Fenômenos raros, pequenas amostras e lei de Poisson*”, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Departamento de Matemática, Escola Delfos. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~delfos/Licao4Set2009.pdf>, Acessado em: 06 02 13.
- Madsen, H. O., Krenk, S., Link, N. C. (1986), “*Methods of structural safety*”, Prentice Hall, New Jersey.
- Madssen, H. O. (1988), “*Omission sensitivity factors*”, Structural safety, vol. 05, n. 01, January, pp. 34-45.
- Mahadevan, S., Haldar, A. (2000a), “*Probability, reliability and statistical method in engineering design*”, John Wiley & Sons.
- Mahadevan, S., Haldar, A. (2000b), “*Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis*”, John Wiley & Sons.
- Malleta, B. V. (2005), “*Modelos baseados em simulação de Monte Carlo: soluções para o cálculo do Value-at-Risk*”, Mestrado em Administração (Dissertação), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de Administração.
- Mann, T. (2006), “*Fatigue assessment methods for welded structures and their application to an aluminium T-joint*”, Doctoral (Thesis), Department of Engineering Design and Materials, Faculty of Engineering Science and Technology, Norwegian University of Science and Technology.
- Manson, S. S. (1953), “*Behavior of materials under conditions of thermal stress*”, NACA Report 1170, 1954 (Supersedes NACA TN 2933).
- Marek, P., Brozzetti, J., Guštar, M. (2001), “*Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation*”, Background, Exercises and Software, ITAM Academy of Sciences of the Czech Republic, GLOS s.r.o., Semily Czech Republic, Praha 2001.
- Mayer, M. (1926), “*Die sicherheit der Bauwerke*”, Springer-Verlag, Berlin.
- McClintock, F. A., Irwin, G. R. (1965), “*Plasticity aspects of fracture mechanics*”, In ASTM STP 381 Fracture Toughness Testing and its Applications, pp. 84-113, ASTM, Philadelphia, USA.
- Meggiolaro, M. A., Miranda, A. C. O., Castro, J. T. P. (2007), “*Short crack threshold estimates to predict notch sensitivity factors in fatigue*”, Int. J. Fatigue, 29, pp. 2022-2031.
- Meirelles, J. F. B. (2007), “*Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente*”, Tese (Doutorado), Universidade do Minho, Guimarães, Portugal.
- Melchers, R. E. (1989), “*Human error in structural design tasks*”, Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 115, n. 7, p. 1495-1507.
- Melchers, R. E. (1999), “*Structural Reliability Analysis and Prediction*”, 2.ed., Wiley.

- Melchers, R. E. (1999), *“Structural Reliability Analysis and Prediction”*, 2.ed., Wiley.
- Melchers, R. S. (1983), *“Reliability of parallel structural systems”*, Journal of structural engineering, ASCE, vol. 109, n. 11, November, pp. 2561-2665.
- Meneghetti, G., Susmel, L., Tovo, R. (2007), *“High-cycle fatigue crack paths in specimens having different stress concentrations features”*, Engineering Failure Analysis, vol. 14, Issue 4, pp. 656-672.
- Merz, J., M.J. Small, P. Fischbeck (1992), *“Measuring Decision Sensitivity: A Combined Monte Carlo-Logistic Regression Approach”*, Medical Decision Making, 12: 189–196.
- Meyers, M. A., Chawla, K. K. (2009), *“Mechanical behavior of materials”*, Cambridge University Press, New York, USA.
- Miller, K. J. (1982), *“The short crack problem”*, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 5, 223-232.
- Miller, K. J. (1993), *“The two thresholds of fatigue behavior”*, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct, 16, pp. 931-939.
- Miller, R. J., De los Rios, E. R. (1986), *“The behavior of short fatigue cracks”*, Mechanical Engng. Publ., London.
- Min, L., Xiaofei, X., Xiong, Y. Q. (1995), *“Cumulative fatigue damage dynamic interference statistical model”*, International Journal of Fatigue, v. 17, n. 8, pp. 559-566.
- Minasny, B., McBratney, A. B. (2006), *“A conditioned Latin hypercube method for sampling in the presence of ancillary information”*, Computers & Geosciences; 32(9):1378–88.
- Molski, K., Glinka, G. (1981), *“A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root”*, Materials Science and Engineering, n. 50, pp. 93-100.
- Montgomery, D. C., Runger, G. C. (2002), *“Applied statistics and probability for engineers”*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- Morettin, L. G. (2010), *“Estatística Básica: Probabilidade e Inferência”*, Pearson Prentice Hall, São Paulo, ISBN: 978-85-7605-370-5.
- Morgan, M.G., M. Henrion (1990), *Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis*. Cambridge University Press.
- Murakami, Y. (2002), *“Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions”*, Elsevier Science, Oxford.
- Neuber H. (1958), *“Theory of notch stresses: principles for exact calculation of strength with reference to structural form and material”*. 2nd ed. Berlin: Springer Verlag.
- Neuber, H. (1937), *“Kerbspannungslehre, Grundlage für eine genaue Spannungsrechnung”* (Theory of notch stresses: principles for exact stress calculation). Berlin: Springer-Verlag.
- Neuber, H. (1961a), *“Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain Law”*, Int J of Applied Mec., 28, 544.
- Neuber, H. (1961b), *“Theory of notches”*, In: Edwardz JW, editor. EUA: Ann Harber.
- Neves, L. A., Cruz, P. J. S. (2001), *“Introdução à análise probabilística simplificada da segurança estrutural”*, Engenharia Civil, n.12, pp. 65-80. Disponível em: [http://www.civil.uminho.pt/cec/revista/Num12/Pag\\_65-80.pdf](http://www.civil.uminho.pt/cec/revista/Num12/Pag_65-80.pdf) Acessado em: 06 02 2013.
- Nicholas, T. (2006), *“High cycle fatigue: a mechanics of materials perspective”*, Elsevier, 1<sup>st</sup> ed, MA, USA.
- Nogueira, N. N., Real, M. V. (2012), *“Confiabilidade de placas finas de aço sob flambagem”*, In: ENGEVISTA, v. 14, n. 2, p. 230-242.
- Norton, R. L. (2004), *“Projeto de máquinas: uma abordagem integrada”*, 2. ed., Porto Alegre: Bookman.
- Novotný, J., Chyba, V., Salajka, V. (1991), *“Interakce tělesa s prostředím. Průběžná zpráva”*

- grantového úkolu*”, Dynamika stavebních konstrukcí v interakci s prostředím” [Interação do corpo com o meio ambiente]. Brno, listopad.
- Novozhilov, V. V. (1969), “*On a necessary and sufficient criterion for brittle strength*”, Prik Mat Mek; 33:201-10.
- Paris, P.C. e Erdogan, F.J. (1963), “*A critical analysis of crack propagation laws*”, In: Int. J. of Basic Engineering, 85, p. 528-34.
- Pearson, R. E. (1975), “*Initiation of fatigue crack in commercial aluminum alloys and the subsequent propagation of very short cracks*”, Engineering Fracture Mechanics, 7, pp. 235-47.
- Peterson, R. E. (1958), “*Notch-sensitivity*”, In: Sines G, Waisman JJ, editors. Metal Fatigue. New York: McGraw Hill; p. 323-35.
- Peterson, R. E. (1959), “*Notch sensivity*”. In: Sines G, Waisman JL, editors. Metal Fatigue. New York: McGraw Hill, p. 293-306.
- Piazza, G. (2000), “*Introdução à engenharia da confiabilidade*”, Editora da Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, Rio Grande do Sul.
- Pilkey, W. D. (1997), “*Peterson's Stress Concentration Factors*”, Second Edition, New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Pollak, R. D. (2006b), “*Evaluation of the staircase test method using numerical simulation*”, Appendix D in High Cycle Fatigue, Elsevier Science (Oxford).
- Pollak, R., Palazotto, A., Nicholas, T. (2006a), “*A simulation-based of the staircase method for fatigue strength testing*”, Mechanics of Materials, 38:12, pp. 1170-1181.
- Pook, L. (2007), “*Metal Fatigue: What it is, Why it matters*”, Springer, The Netherlands.
- Pook, L. P. (2000), “*Linear Elastic Fracture Mechanics for Engineers*”, Theory and Applications, WIT Press, Southampton.
- Rabb, B. R. (2003), “*Staircase testing – confidence and reliability*”, Trans. Eng. Sci., 40:447-464.
- Rackwitz, R. (2001), “*Reliability analysis a review and some perspectives*”, Structural Safety, n. 23, pp. 365-395.
- Rackwitz, R., Fiessler, B. (1978), “*Structural reliability under combined random load sequence*”, Computers and Structures, vol. 69, n. 05, November, pp. 489-494.
- Radaj, D. (1995), “*Ermüdungsfestigkeit – Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau*”, Springer-Verlag, Berlin, ISBN 3-540-58348-3.
- Ransom, J. T., Mehl, R. F. (1949), “*The Statistical Nature of the Endurance Limit*”, Metals Trans., 185, pp. 364–365.
- Riera, J. D., Rocha, M. M. (1996), “*Implicações da incerteza fenomenológica nas estimativas de confiabilidade e segurança estrutural em projetos de engenharia estrutural*”, XV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, Argentina.
- Riesch-Opperman, H., Scherrer-Rudiy, S., Härtelt, M. Kraft, O. (2012), “*Reliability prediction for contact strength and fatigue of silicon nitride high strength components using an R-curve approach*”, International of Fracture Mechanics, In Press, Corrected Proof,  
Disponível em:  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794412002779> , Acessado em: 10 Jan 2013.
- Righiniotis, T. D., Chryssanthopoulos, M. K. (2003), “*Probabilistic fatigue analysis under constant amplitude loading*”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 59, pp. 867-886.

- Rocha, M. M., Schueller, G. I. (1996), “*A probabilistic criterion for evaluating the goodness of fatigue crack growth models*”, Engng Fract Mech; 53: 701–31.
- Rocha, M. M., Schueller, G. I., Okamura, H. (1993), “*The fitting of one- and two-dimensional fatigue crack growth laws*”, Engng Fract Mech; 44: 473–80.
- Rosa, E. (2002), “*Análise de resistência mecânica de peças e componentes estruturais: mecânica da fratura e fadiga*”, Apostila, Grupo de Análise e Projeto Mecânico, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Rösler, J., Harders, H., Bäker, M. (2007), “*Mechanical behavior of engineering materials: metals, ceramics, polymers and composites*”, Springer, Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Rosovsky, D.V., (1995), “*Structural Reliability*”. Part of publ. W.Chen, The Civil Engineering Handbook, CRC Press, W.F.Chen Ed., Clenson University, SC.
- Sá, M. V. C. (2013), “*Avaliação experimental do efeito da razão de carregamento sobre o cálculo da distância crítica – Um estudo para o aço ASTM A743 CA6NM*”, Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília.
- Sagrilo, L. V. S., Lima, E. C. P. (1997), “*Um procedimento simplificado para análise de confiabilidade estrutural de plataformas marítimas fixas*”, In: Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería, vol. 13, (2): p. 149-163.
- Saltelli, A., J. Marivort (1990), “*Non-Parametric Statistics in Sensitivity analysis for Model Output: A Comparison of Selected Techniques*”, Reliab. Engin. Syst. Saf. 28:299–253.
- Schijve, J. (1981), “*Some formulas for the crack opening stress level*”, Engineering Fracture Mechanics, 14(3): 461-465, ISSN 0013-7944.
- Schijve, J. (2005), “*Statistical distribution functions and fatigue structures*”, International Journal of Fatigue, 27 (9), pp. 1031-1039.
- Schijve, J. (2009), “*Fatigue of structures and materials*”, 2<sup>nd</sup> ed., Springer, Delft, The Netherlands.
- Schlitz, W. (1996), “*A history of fatigue*”, Engng Fract Mech; 54(2):263-300.
- Schultz, D. P., Schultz, S. E. (1992), “*História da psicologia moderna*”, ed. 16, Cultrix, São Paulo, 439p.
- Sharan, A., Dung, T. A. D. (2012), “*Prediction of fatigue crack propagation in circumferentially cracked pipe specimen using casca and franc2D*”, Thesis (Bachelor of Technology in Mechanical Engineering), Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Rourkela, India.
- Shevenell, L., F.O. Hoffman (1993), “*Necessity of Uncertainty Analyses in Risk Assessment*”, J Hazard Mater. 35:369–385.
- Shigley, J. E., Mischke, C. R., Budynas, R. G. (2006), “*Mechanical Engineering*”, 8th ed., McGraw-Hill Companies, USA.
- Siebel, E., Stieler, M. (1955), “*Dissimilar stress distribution and cyclic loading*”, Z.Ver.Deutsch.Ing 97, pp.121-131.
- Silva, B. L. (2009), “*Estratégia alternativa para a determinação do limiar de propagação de trincas através da teoria da distância crítica*”, Dissertação (Mestrado), Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília.
- Silva, B. L., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2010a), “*Influence of mean stress on the fatigue strength of ASTM A743 CA6NM alloy steel*”, Frattura ed Integrità Strutturale, v.14, pp. 17-26.
- Silva, B. L., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2010b), “*High-cycle notch sensitivity of alloy*

- steel ASTM A743 CA6NM used in hydrogenator turbine components*”, *Frattura ed Integrità Strutturale*, v.14, pp. 36-44.
- Silva, B. L., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2012), “*Influence of notch geometry on the estimation of the stress intensity factor threshold by considering the Theory of Critical Distances*”, *International Journal of Fatigue*, v.42, pp. 258-270.
- Silva, B. L., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2012), “*Influence of notch geometry on the estimation of the stress intensity factor threshold by considering the Theory of Critical Distances*”, *International Journal of Fatigue*, v.42, pp. 258-270.
- Silva, B. L., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2009b). “*Use of the Parallel-projected and Staircase method to predicting fatigue strength of ASTM A743 CA6NM alloy steel*”, *Proceedings of COBEM 2009, 20th International Congress of Mechanical Engineering*, Gramado, Rio Grande do Sul, Brazil.
- Silva, B. L., Oliveira, F., Sá, M. V. C., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2011), “*Characterization of ASTM A743 CA6NM alloy steel used in hydrogenator components*”, *Proceedings of COBEM 2011, 21th International Congress of Mechanical Engineering*, Natal, Rio Grande do Norte.
- Silva, B. L., Souza, E. D., Sá, M. V. C., Ferreira, J. L. A., Araújo, J. A. (2013), “*Mean stress effect on fatigue and fracture properties of ASTM A743 CA6NM alloy steel*”, *Proceedings of COBEM 2013, 22<sup>nd</sup> International Congress on Mechanical Engineering*, Ribeirão Preto, Brazil.
- Smith, K. N., Watson, P., Topper, T. H. (1970), “*A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals*”, *Journal of Materials, ASTM*, Vol. 5, No. 4, 99. 767 - 778
- Smith, R. A., Miller, K. J. (1978), “*Prediction of fatigue regimes in notched components*”, *Int. J. Mech. Sci.*, 20, pp.201-206.
- Soares, A. A. B., Andrade, A. J. C., Viana, D. M., Ferreira, J. L. A. (2006), “*Previsão de vida à fadiga e confiabilidade de pás de um hidroturbina Kaplan*”, In: POSMEC, FEMEC/UFU, Uberlândia, MG.
- Sobczyk, K., Spencer, B. F. (1992), “*Random fatigue: from data to theory*”, Boston: Academic Press.
- Soong, T. T. (2004), “*Fundamentals of probability and statistics for engineers*”, 8<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons Ltd. Southern Gate, West Sussex, England.
- Souza, E. D. (2011), “*Análise do efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga do aço ASTM A743 CA6NM*”, Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília.
- Spearman, C. (1904), “*The proof and measurement of association between two things*”, *Amer. J. Psychol*, 15, 72-101.
- Squarcio, R. M. F. (2009), “*Análise de confiabilidade de oleodutos corroídos utilizando o método de Monte Carlo: um estudo de caso*”, Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Mecânica Computacional, Departamentos de Construção Civil e de Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná.
- Stephens, I. S., Ali, F., Robert, R. S., Henry, O. F. (2001), “*Metal Fatigue in Engineering*”, John Wiley & Sons.
- Steven, R. L., Grace, M. D., Faith, R., Randall, L. B., Amy, H., Scott, D. H., William, W. S., (1996), “*ASM Handbook, Fatigue and Fracture*”, ASM International Vol. 19.
- Stiegel, S. (1975), “*Estatística não-paramétrica: para as ciências do comportamento*”, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo.

- Susmel, L. (2003c), “*A unifying approach to estimate the high-cycle fatigue strength of notched components subjected to both uniaxial and multiaxial cyclic loadings*”, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 27, pp. 391-411.
- Susmel, L. (2008), “*The theory of critical distances: a review of its applications in fatigue*”, *Engineering Fracture Mechanics*, 75:1706-1724.
- Susmel, L., Taylor, D. (2003a), “*Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches*”, *Fatigue Fract Eng Mater Struct*; 26:821–33.
- Susmel, L., Taylor, D. (2003b), “*Fatigue design in the presence of stress concentrations*”, *Int J Strain Anal Eng Compon*; 38:443–52.
- Susmel, L., Taylor, D. (2006), “*A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading*”, *International Journal of Fatigue*, 28, pp. 417-430.
- Susmel, L., Taylor, D. (2007a), “*A novel formulation of the Theory of Critical Distances to estimate Lifetime of Notched Components on the Medium-Cycle Fatigue Regime*”, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 30 7:567-581.
- Susmel, L., Taylor, D. (2007b), “*Non-propagating cracks and high-cycle fatigue failures in sharply notched specimens under in-phase Mode I and II loading*”, *Engineering Failure Analysis*, 14, pp. 861-876.
- Susmel, L., Taylor, D. (2010), “*The theory of critical distances as an alternative experimental strategy for the determination of  $K_{Ic}$  and  $\Delta K_{th}$* ”, *Engng Fract Mech*;77:512–524.
- Svensson, T., de Maré, J. (1999), “*Random Features of the Fatigue Limit*”, *Extremes*, 2, pp. 165–176.
- Svensson, T., de Maré, J., Wadman, B., Lorén, S. (2000), “*Statistical Models of the Fatigue Limit*”, Project paper, [www.sp.se/mechanics/Engelska/FoU/ModFatigue.htm](http://www.sp.se/mechanics/Engelska/FoU/ModFatigue.htm).
- Tanaka, K. (1987), “*Short crack fracture mechanics in fatigue conditions*”, In: *Current Research of Fatigue Cracks*, edited by T. Tanaka, M. Jono and K. Komai. The Society of Materials Science, Japan – JSMS, Vol. I, 103-117.
- Tanaka, K., Nakai, Y., Kawashima, R. (1983), “*Fracture mechanics approach to fatigue crack initiation from deep notches*”, *Engng Fracture Mech*; 18:1011-1023.
- Taylor, D. (2005), “*The theory of critical distances applied to the prediction of brittle fracture in metallic materials*”, *SID*; Vol.1, no.2, pp. 145-154.
- Taylor, D. (1999), “*Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model*”, *Int. J. Fatigue*, 21:413-420.
- Taylor, D. (2001), “*A mechanistic approach to critical-distance methods in notch fatigue*”, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 24, pp. 215-24.
- Taylor, D. (2005), “*The theory of critical distances applied to the prediction of brittle fracture in metallic materials*”, *SID*, Vol.1, no.2, pp. 145-154.
- Taylor, D. (2007), “*The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics*”, Elsevier B V, British Library Cataloguing in Publication Data, 1.ed., London, Great Britain.
- Taylor, D., Wang, G. (2000), “*Component design: the interface between threshold and endurance limit*”, *Fatigue Crack Growth Thresholds, Endurance Limits and Design* (Edited by L. C. Newman e R. S. Piascik), ASTM STP 1372, ASTM 2000 (in press).
- Teixeira, R. S. (2004), “*Metodologia de análise de fadiga em componentes estruturais de aço baseada na mecânica da fratura*”, *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*, Universidade Federal de Minas Gerais. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/FACO->

- 6AYH8B/disserta\_\_o\_dees\_155.pdf?sequence=1, Acessado em: 09 Jan 2013.
- Teplý, B., Novák, D. (2004), “*Spolehlivost stavebných konstrukcí*” [Confiabilidade de estruturas de edifícios]. Teórie, numerické metody, navrhování, software. Skriptum VUT Brno.
- Thoft-Christensen, P., Baker, M. J. (1982), “*Structural reliability theory and its application*”, New York: Springer-Verlag.
- Thoft-Christensen, P., Murotsu, Y. (1986), “*Application of Structural Systems Reliability Theory*”, Berlin: Springer-Verlag.
- Torstensson, T. (2004), “*Reliability in fatigue: On the choice of distributions in the load-strength model*”, Dissertação (Mestrado), Disponível em <http://www.math.kth.se/matstat/seminarier/040119/report.pdf>. Acessado em: 20/11/2012.
- Totten, G. E. (2008), “*Fatigue crack propagation*”, Advanced materials & process, G.E. Totten & Associates LLC Seattle, Washington, pp. 39-41. Disponível em: [http://www.asminternational.org/emails/enews/amp\\_pdfs/amp16605p039.pdf](http://www.asminternational.org/emails/enews/amp_pdfs/amp16605p039.pdf). Acessado em: 04 Jan 2013.
- Tsurui, A., Ishikawa, H. (1986), “*Application of Fokker-Planck equation to a stochastic fatigue crack growth model*”, J Struct Safety; 4:15–29.
- Usami, S. (1987), “*Short crack fatigue properties and component life estimation*”, In: Current Research of Fatigue Cracks, edited by T. Tanaka, M. Jono and K. Komai. The Society of Materials Science, Japan – JSMS, Vol. I, 119-147.
- Vanegas, N. M., Álvarez, J. R., de Souza, G. F. M. (2009), “*Teoria da confiabilidade aplicada na avaliação da vida em fadiga de contato*”, In: Ingeniare, Revista chilena de ingeniería, vol. 17, (3): p. 423-431.
- Verzenhassi, C. C. (2008), “*Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade*”, Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 154 p.
- Virkler, D. A., Hillberry, B. M., Goel, P. K. (1979), “*The statistic nature of fatigue crack propagation*”, ASME J Engng Mater Technol, 101, p. 148–53.
- Waddoups, M. E., Eisenmann, J. R., Kaminski, B. E. (1971), “*Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials*”, Engineering Fracture Mechanics, 5, pp. 446-454.
- Walker, K. (1970), “*The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum*”, In Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life, ASTM STP 462, Philadelphia, ISNS 8031-0050-7, pp. 1-14.
- Wallin, K. R. W. (2011), “*Statistical uncertainty in the fatigue threshold staircase test method*”, International Journal of Fatigue, vol. 33, pp. 354-362.
- Wallin, K., Bannister, A., Nevasmaa, P. (1998), “*New unified fracture toughness estimation scheme structural integrity assessment*”, Technical Research, Disponível em: [http://www.eurofitnet.org/sintap\\_BRITISH\\_STEEL\\_BalticaIVConfPaper.pdf](http://www.eurofitnet.org/sintap_BRITISH_STEEL_BalticaIVConfPaper.pdf), Acessado em: 12 Dez 2012.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., Ye, K. (2009), “*Probability and statistics for engineers and scientists*”, 8<sup>th</sup> ed., Pearson Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Webster, A. L. (2006), “*Applied Statistics for Business and Economics: As Essential Version*”, McGraw-Hill Companies, Inc, ISBN: 0-256-22554-0.
- Whitney, J. M., Nuismer R. J. (1974), “*Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentration*”. J Compos Mater, 8:253-65.
- Wierzbicki, W. (1936), “*Safety of structures as a probabilistic problem (technical review)*”,

- Przegląd Techniczny, Warsaw.
- Williams, M.L. (1957), “*On the stress distribution at the base of a stationary crack*”, J Appl Mech. vol. 24, pp 109–14.
- Wirsching, P. H., Yao, T. P. (1970), “*Statistical methods in structural fatigue*”, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, n, ST6, pp. 1201-1219.
- Wöhler, A. (1870), “*Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl, Zeitschrift für Bauwesen*”, vol. 20, pp.73-106.
- Wu, Y. T., Wirsching, P. H. (1984), “*Advanced reliability method for fatigue analysis*”, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, v. 110, n. 4, pp. 536-553.
- Xiang, Y., Liu, Y. (2011), “*Application of inverse first-order reliability method for probabilistic fatigue life prediction*”, In: Probabilistic Engineering Mechanics, 26: p. 148-156.
- Yao, J. T. P. (1974), “*Fatigue reliability and design*”, Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 100, n, ST9, pp. 1827-1836.
- Yates, J. R., Brown, J. R. (1987), “*Prediction of the length of non-propagating fatigue cracks*”, Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 10, pp. 187-201.
- Yi, J. Z., Gao, Y. X., Lee, P. D., Flower, H. M., Lindley, T. C. (2003), “*Scatter in fatigue life due effects of porosity in cast A356-T6 aluminum-silicon alloys*”, Metallurgical and Materials Transactions, n. 1880, vol. 34A, pp. 1879-1890.
- Young, W. C., Budynas. R. G. (2002), “*Roark’s Formulas for Stress & Strain*”, 7th ed, McGraw-Hill.
- Zhang, J., Kececioglu, D. B. (1998), “*New approaches to determine the endurance strength distribution*”, In: The 4th ISSAT International Conference on Reliability and Quality in Design, Seattle, Washington, 12-14 August, 297-301.
- Zheng, X., Cui, H., Su, X., Engler-Pinto Jr, C. C., Wen, W. (2013), “*Numerical modeling of fatigue crack based on the theory of critical distances*”, Engng Fract Mech, 114, pp. 151-165.

## **APÊNDICE**

# APÊNDICE A. CARACTERIZAÇÃO À FADIGA DO AÇO ASTM A743 CA6NM

## A.1. LIMITE DE FADIGA

A caracterização das propriedades estatísticas do limite de fadiga para a liga de aço ASTM A743 CA6NM é resultado dos trabalhos de Silva *et al.* (2010, 2011 e 2013) realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais do Departamento de Engenharia Mecânica (ENM) da Universidade de Brasília (UnB) como fruto de trabalho de pesquisa do Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais (GFFM).

### A.1.1. Procedimento Experimental de Resistência à Fadiga

Os dados experimentais de fadiga que subsidiaram o modelo de Walker para quantificar o efeito da tensão média na resistência à fadiga foram conduzidos de acordo com as normas E 468-90 (ASTM, 1990) e ASTM 739-91 (ASTM, 2004). Os espécimes foram dimensionados conforme as normas ASTM E606-04 e ASTM E-466 como se pode observar pela Figura (A.1) e Tabela (A.1). 132 corpos de prova foram ensaiados em máquina servo-hidráulica (Figura A.2) para frequências da ordem de 25 a 30 Hz e distribuídos entre as seguintes razões de carregamento: -1, -2/3, -1/3, 0, 1/3 e 2/3. Maiores detalhes sobre os ensaios podem ser encontrados em Silva *et al.* (2009) e (2013).

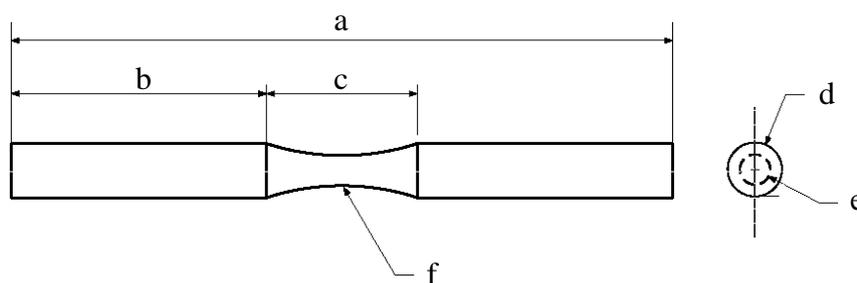


Figura A.1. Corpo de prova cilíndrico do tipo ampulheta.

Tabela A.1. Dados geométricos do corpo de prova cilíndrico.

a (mm)	b (mm)	c (mm)	d (mm)	e (mm)	f (mm)
152,40	58,87	34,66	12,50	7,00	56,00

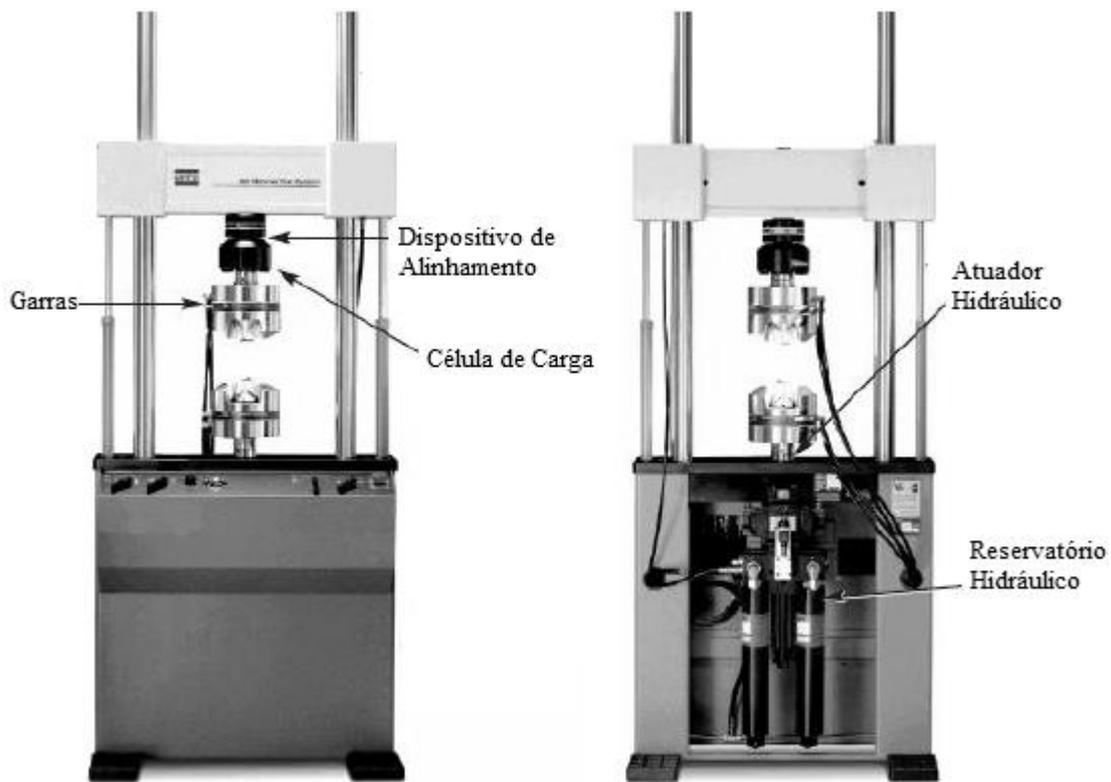


Figura A.2. Máquina universal de ensaios MTS 810.

### A.1.2. Resultados Experimentais dos Ensaio de Fadiga

A Figura (A.3) apresenta as curvas Tensão-Vida (S-N) obtidas para as razões de carregamento adotadas e as Tabelas (A.2) e (A.3) sintetizam o tratamento estatístico para 95% de intervalo de confiança para a constante e o expoente da relação de Basquin, conforme a Equação (2.11). Com base nesses resultados a resistência à fadiga para  $2 \cdot 10^6$  ciclos foi estimada através do método da projeção paralela como mostra a Tabela (A.3). Essa condição de vida infinita foi definida com base em razões técnicas e econômicas segundo Bannantine *et al.* (1990)

Tabela (A.2). Constante,  $A$ , do modelo de Basquin ( $\sigma_a = A \cdot N^b$ ).

$R$	Valor Médio	Limite Inferior	Limite Superior
-1,00	1635,7	1416,5	1855,0
-0,67	1534,3	1042,9	2015,8
-0,33	776,9	444,7	1109,1
0,00	982,4	642,7	1322,2
0,33	559,5	362,6	756,4
0,67	165,1	84,5	245,7

Tabela (A.3). Expoente,  $b$ , do modelo de Basquin ( $\sigma_a = A \cdot N^b$ ).

$R$	Valor Médio	Limite Inferior	Limite Superior
-1,00	-0,11	-0,12	-0,09
-0,67	-0,11	-0,13	-0,08
-0,33	-0,08	-0,11	-0,04
0,00	-0,10	-0,13	-0,07
0,33	-0,08	-0,11	-0,05
0,67	-0,01	-0,05	-0,02

Tabela (A.4). Estimativas da resistência à fadiga para  $2 \cdot 10^6$  ciclos.

$R$	Valor Médio (MPa)	Coefficiente de Variação (%)	Limite Inferior (MPa)	Limite Superior (MPa)
-1,00	357,4	2,8	347,4	367,5
-0,67	315,9	5,6	298,4	333,5
-0,33	257,9	7,0	239,9	275,8
0,00	243,0	7,2	225,4	260,6
0,33	180,9	5,8	170,5	191,3
0,67	134,7	5,2	127,7	141,7

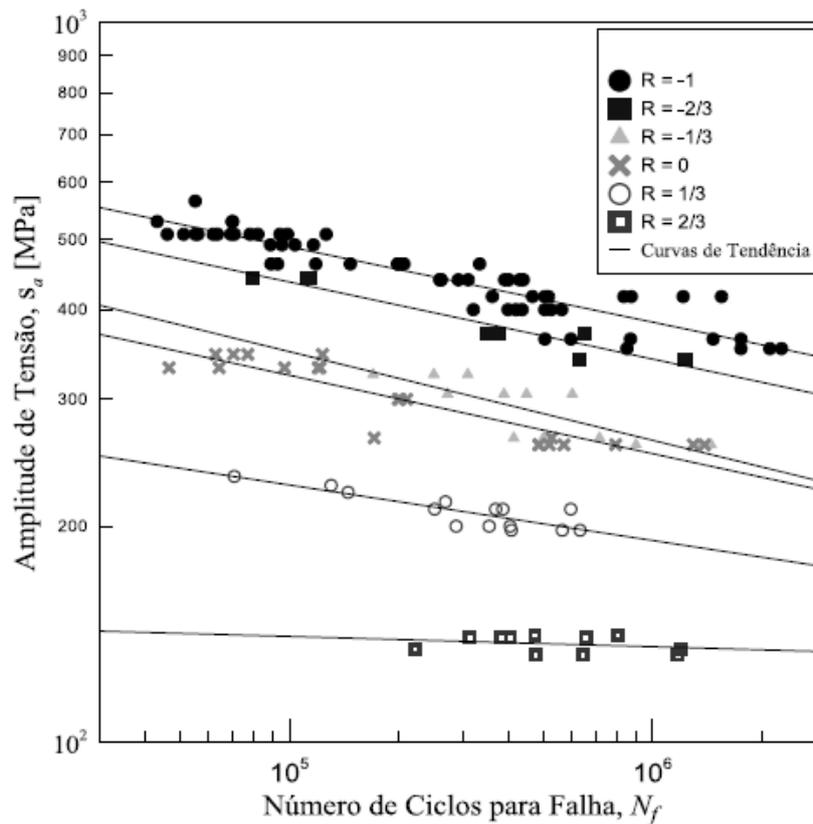


Figura A.2. Curvas S-N para diversas razões de carregamento,  $R$ .

A Figura (A.2) apresenta graficamente o efeito da razão de carregamento,  $R$ , na resistência à fadiga para o número de ciclos adotado e a Tabela (A.4) resume as propriedades estatísticas

dos parâmetros do modelo de tensão média proposto por Walker como indica a Equação (A.1).

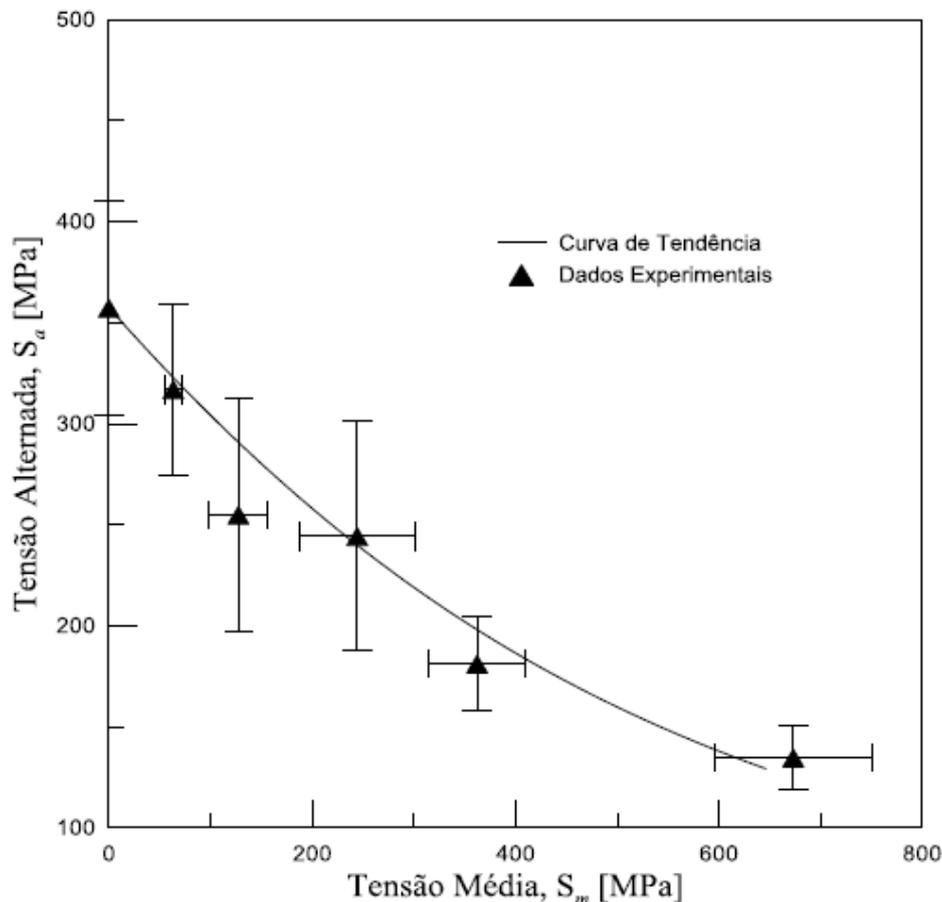


Figura A.3. Curva de tensão média versus tensão alternada.

$$\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_{ar} \left( \frac{1-R}{2} \right)^{1-\gamma_\sigma} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\Delta\sigma_a$  é a amplitude da tensão de fadiga admissível para a razão de carregamento,  $R$ , quista;  $\Delta\sigma_{ar}$  é a amplitude de tensão de fadiga para carregamento completamente reversível,  $R = -1$ ; e  $\gamma_\sigma$  é o coeficiente de ajuste do modelo de tensão média para fadiga do material em questão estimado pelo método de Levenberg-Marquardt com o auxílio do pacote comercial de análise estatística SPSS versão 10.0.1.

Tabela A.5. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para fadiga.

Parâmetro	Estimativa	Coeficiente de Variação	Intervalo de Confiança (95%)	
			Limite Inferior	Limite Superior
$\Delta\sigma_{ar}$	348,4	0,03	320,5	376,3
$\gamma_{\sigma}$	0,433	0,11	0,295	0,571

## A.2. LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

A caracterização das propriedades estatísticas do limiar de propagação de trincas para a liga de aço ASTM A743 CA6NM é resultado do trabalho de Sá (2013) conduzido no Laboratório de Ensaio de Materiais (GFFM/ENM/UnB).

### A.2.1. Procedimento Experimental de Propagação de Trincas

O limiar de propagação de trincas foi determinado experimentalmente a partir de corpos de prova do tipo C(T) projetados segundo a norma ASTM E647, vide Figura (A.3) sob o modo de  $K$  decrescente em máquina universal de teste MTS 810. Cinco razões de carregamento,  $R$ , foram escolhidas (0,05; 0,1; 0,33; 0,5 e 0,66) e dois corpos de prova foram ensaiados para cada uma delas sob frequência de 25 Hz para um gradiente de fator intensidade tensão,  $K$ , de  $-0,078 \text{ mm}^{-1}$  e um  $K_{m\acute{a}x}$  inicial de  $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

### A.2.2. Resultados Experimentais de Propagação de Trinca

A Figura (A.3) apresenta o diagrama de dispersão dos dez ensaios realizados relacionando as curvas  $da/dN$  com o  $\Delta K$  sabendo que os resultados foram obtidos para intervalos amostrais de crescimento de trinca de 0,25 mm considerando o método polinomial incremental com  $n = 2$  para a estimativa da taxa de propagação de trinca e um intervalo de confiança de 75% com critério de aceitação dos dados. A Figura (A.4) mostra graficamente o comportamento das curvas  $da/dN$  para a região 1 de propagação quando as taxas de crescimento de trinca são inferiores a  $10^{-6} \text{ mm/ciclo}$  e as curvas assumem comportamento assintótico permitindo a estimativa do limiar de propagação,  $\Delta K_{th}$ . Os resultados obtidos foram tratados de acordo com a norma ASTM E647 e estão dispostos na Tabela (A.3) para um intervalo de confiança de 95%.

A Figura (A.5) apresenta a relação de dependência entre o limiar de propagação obtido experimentalmente,  $\Delta K_{th}$ , e a razão de carregamento,  $R$ . Os dados são ajustados estatisticamente pelo modelo de Walker para tensão média conforme a Equação (A.3) considerando um intervalo de confiança de 95%. A Tabela (A.3) resume os parâmetros estatísticos que caracterizam o modelo de Walker para o limiar de propagação de trincas.

$$\Delta K_{th} = \Delta K_0 (1 - R)^{\gamma_K} \quad (A.3)$$

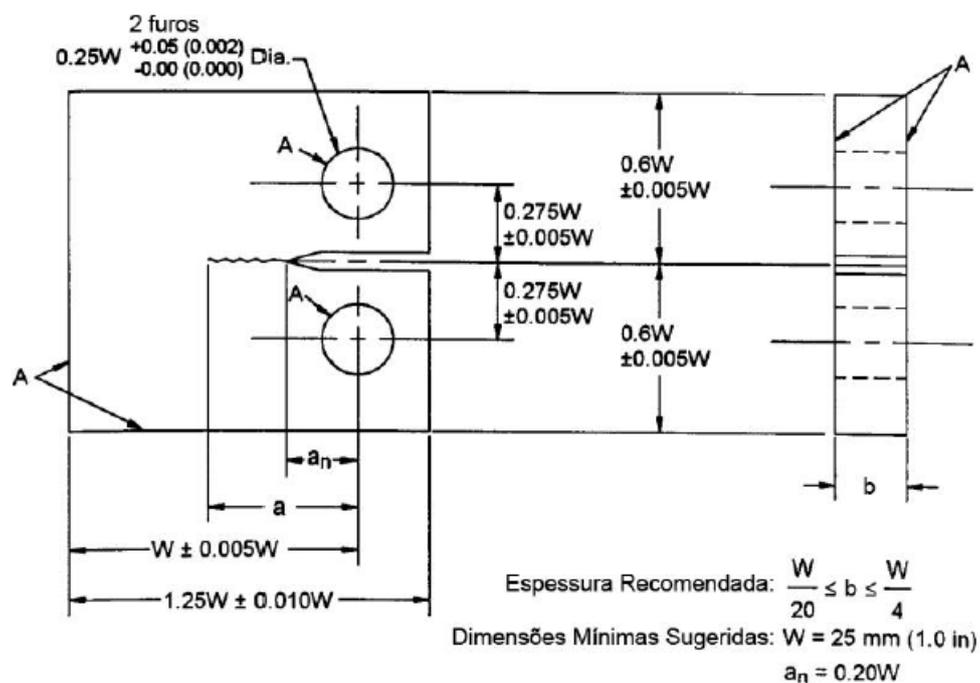


Figura A.4. Corpo de prova do tipo C(T) para ensaios de propagação de trinca (ASTM E 647 11, 2011).

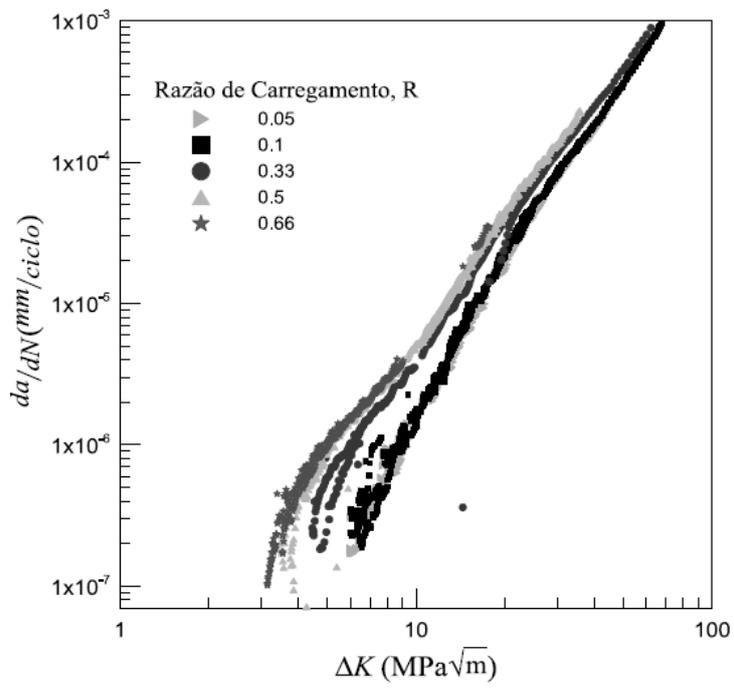


Figura A.5. Curvas  $da/dN$  versus  $\Delta K$

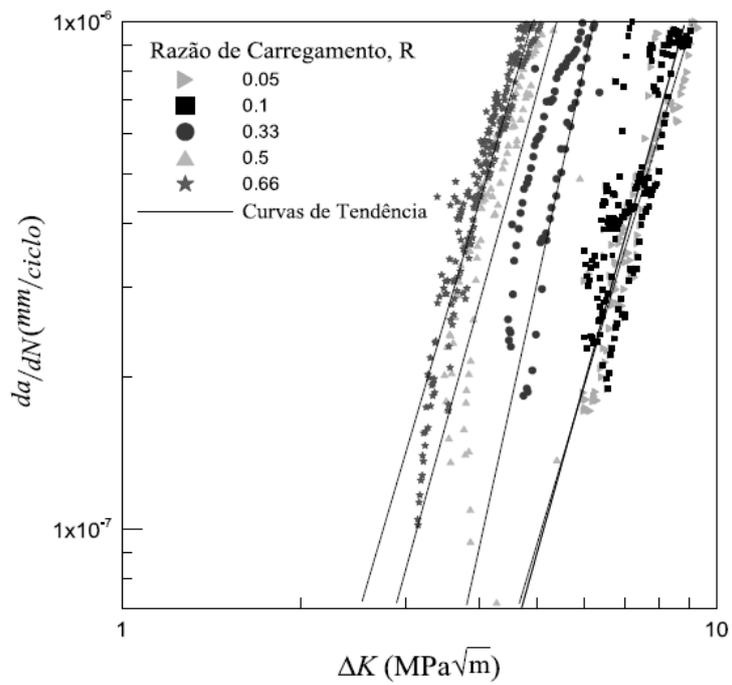


Figura A.6. Curvas  $da/dN$  versus  $\Delta K$  para a região 1.

Tabela A.6. Resultados experimentais para o limiar de propagação de trincas.

R	$\Delta K_{th}$		
	Média	Limite Inferior	Limite Superior
0,05	5,67	4,63	6,94
0,05	5,39	4,76	6,12
0,10	5,57	5,27	5,88
0,10	5,39	4,54	6,39
0,33	3,43	2,76	4,28
0,33	4,73	2,49	8,99
0,50	2,85	2,24	3,63
0,50	3,98	2,78	5,72
0,67	2,87	2,58	3,19
0,67	2,79	2,60	3,00

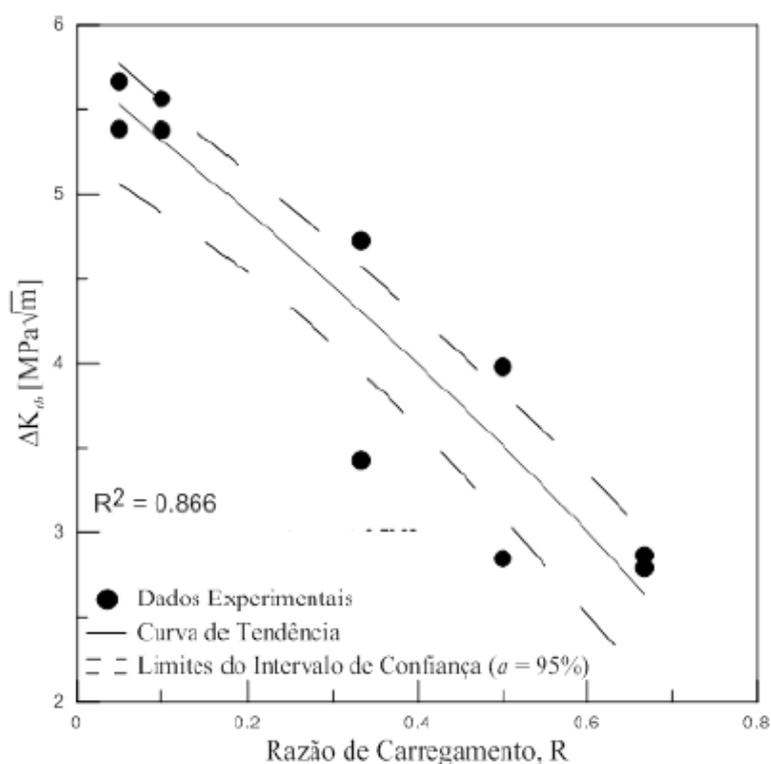


Figura A.7. Diagrama de dispersão da relação de dependência entre o limiar de propagação de trincas e a razão de carregamento.

Tabela A.7. Parâmetros de caracterização do modelo de Walker para fratura.

Parâmetro	Estimativa	Coeficiente de Variação	Intervalo de Confiança (95%)	
			Limite Inferior	Limite Superior
$\Delta K_0$	5,73	1,54	5,110	6,344
$\gamma_K$	0,702	0,100	0,451	0,953

### A.3. LIMITE DE FADIGA DE COMPONENTES ENTALHADOS

O estudo da influência da sensibilidade de entalhes suaves para o aço ASTM A743 CA6NM foi conduzido nos Laboratório de Ensaios de Materiais (GFFM/ENM/UnB) e publicado por Silva *et al.* (2010).

#### A.3.1. Aplicação do Método da Escada para Determinação do Limite de Fadiga de Corpos Entalhados

Para a consecução do comportamento do aço quanto à presença de concentradores de tensão três geometrias foram ensaiadas sob condições de fadiga policíclica valendo-se do método da Escada para uma condição de vida infinita de  $2 \cdot 10^6$  ciclos. Os corpos de prova foram dimensionados a partir da norma ASTM E 466-96 (ASTM, 2002) para testes de fadiga axial de amplitude constante para materiais metálicos. Para a análise com concentradores de tensão, optou-se por trabalhar com espécimes planos a fim de fugir de condições multiaxiais na região do entalhe. Devido a facilidades de fabricação, configurações de duplo entalhe semicircular foram selecionadas com fator teórico de concentração de tensão da ordem de 1,5; 2,0 e 2,5. A Figura (A.8) e a Tabela (A.8) caracterizam as respectivas geometrias planas. Os espécimes planos foram fabricados por eletro-erosão, o que eliminou marcas de defeito de produção ao longo da superfície.

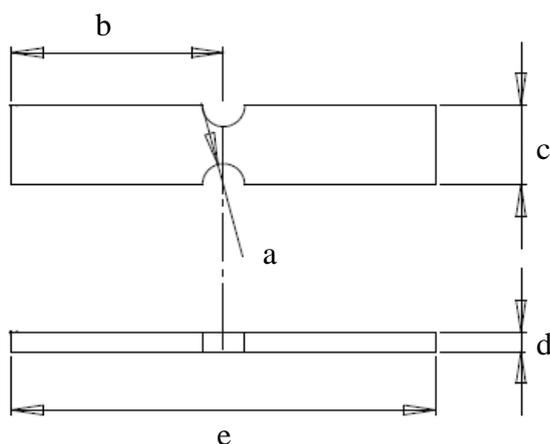


Figura A.8. Placa plana com duplo entalhe semicircular.

Tabela A.8. Características geométricas dos espécimes planos entalhados.

$K_t$	a (mm)	b (mm)	c (mm)	d (mm)	e (mm)
2,42	3	80	30	7,5	160
2,04	5	80	30	7,5	160
1,55	8	80	30	7,5	160

A Tabela (A.9) descreve as principais características experimentais resultantes da aplicação do Método da Escada aos três tipos de descontinuidade geométrica ensaiadas. O número de desvios usados para a definição de cada classe; a quantidade de classes usadas; o tamanho do degrau,  $\Delta d$ ; e os limites inferior e superior das classes projetadas. Para cada caso 10 corpos de prova foram ensaiados.

Tabela A.9. Parâmetros experimentais do Método da Escada.

Raio (mm)	Desvio	Classes	$\Delta d$ (MPa)	Limite Superior (MPa)	Limite Inferior (MPa)
3	1,6	10	3,99	190,2	154,3
5	2,2	10	1,82	228,5	212,1
8	1,6	10	11,18	303,2	202,6

### A.3.2. Resultados Experimentais para a Resistência à Fadiga de Componentes Entalhados Segundo o Método da Escada

#### A.3.2.1. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 8 mm.

A Figura (A.9) mostra a evolução experimental do método da Escada para o espécime de raio igual a 8 mm e para uma vida de  $2 \cdot 10^6$  ciclos, seu limite de fadiga é  $255,1 \pm 19,1$  MPa. Observa-se na Figura (A.9) que os ensaios começaram a partir da estimativa média. Sabendo que esta geometria foi a primeira a ser ensaiada, optou-se por iniciar dessa forma e assim adquirir experiência para os próximos casos. A diferença mais significativa em começar dessa maneira é a duração dos experimentos, uma vez que o limite de fadiga obtido experimentalmente esteja acima da média, provavelmente os primeiros corpos de prova terão vida infinita como os dois primeiros espécimes na Figura (A.9).

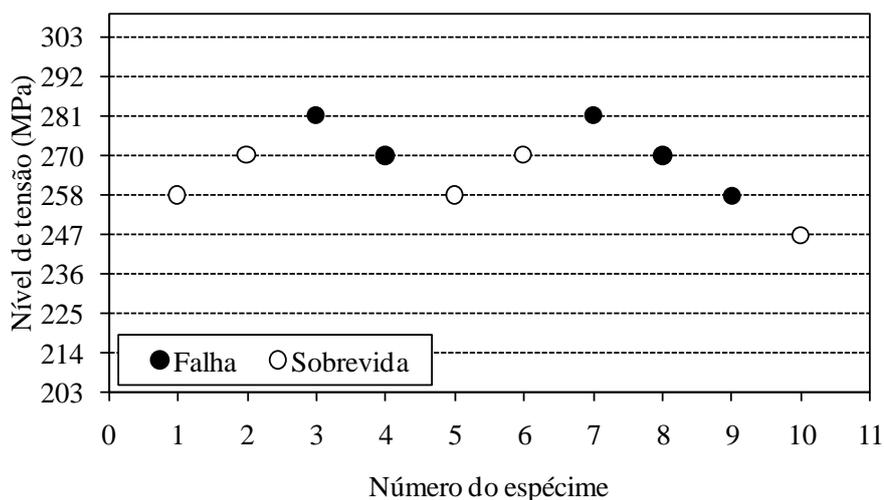


Figura A.9. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 8 mm.

#### A.3.2.2. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 3 mm.

A Figura (A.10) apresenta o resultado dos experimentos realizados com espécimes com entalhes de 3 mm de raio. De acordo com as relações de Dixon-Mood e o fator de correção de Svensson-Lóren para o desvio padrão, o limite de fadiga para este caso é  $184,2 \pm 2,6$  MPa. Tendo em vista minimizar o tempo de ensaio, os ensaios tiveram início na maior classe. Sabendo que esta classe está a 1,6 desvios acima da estimativa média de resistência, a probabilidade do limite de fadiga está abaixo é ligeiramente maior que 89% para uma distribuição normal.

Além disso, a partir do segundo corpo de prova até o oitavo, o experimento apresenta certa regularidade. De forma que o limite de fadiga experimental levando em conta os cinco primeiros corpos não apresentou diferença estatística em relação aos dez espécimes usados. Ou seja, nesse caso cinco corpos já seriam suficientes para estimar a resistência a fadiga média.

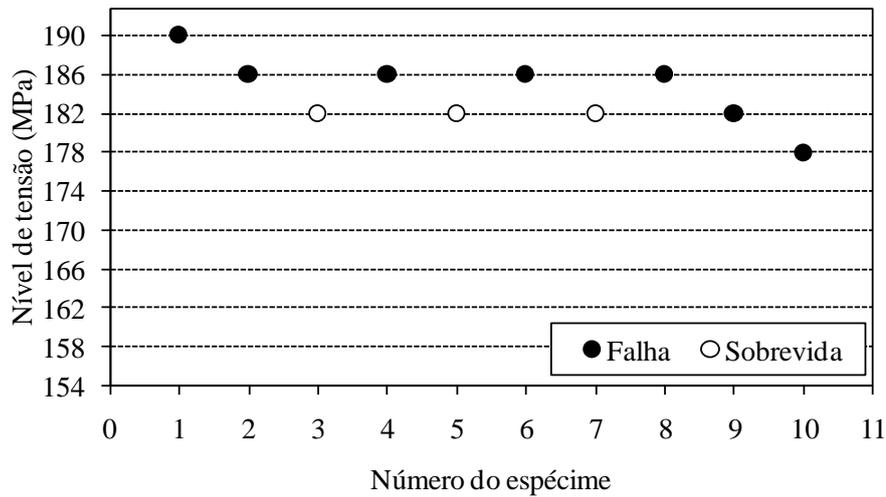


Figura A.10. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 3 mm.

#### A.3.2.3. Resistência à fadiga para o espécime de raio de 5 mm.

A partir da experiência adquirida nos casos anteriores, prosseguiu-se em iniciar os experimentos pela maior classe. A Figura (A.11) mostra que até o quinto espécime ensaiado o comportamento do experimento foi semelhante ao comportamento do caso de 3 mm descrito anteriormente. A resistência à fadiga média e seu respectivo desvio foram determinados pelo método de Dixon-Mood e Svensson-Lóren, respectivamente, levando em consideração apenas os cinco espécimes:  $220,3 \pm 3,6$  MPa. A partir desses valores, o campo de varredura foi refinado para a segunda etapa do experimento com mais 5 corpos de prova. O objetivo foi diminuir delimitar o campo de varredura em torno das classes abrangidas na primeira etapa. Dessa maneira o valor do degrau,  $d$ , diminuirá e conseqüentemente o valor do desvio será menor apresentando maior acuracidade na estimativa. Os detalhes do campo de varredura estão dispostos na Tabela (A.9).

Os resultados da segunda etapa do método da Escada para o raio de 5 mm pode ser visto na Figura (A.12). Observa-se que da primeira etapa para a segunda o limite de fadiga médio diminuiu e o seu novo valor passou a ser  $214,8 \pm 1,2$  MPa. Além disso, observa-se uma redução de um terço no valor desvio como esperado.

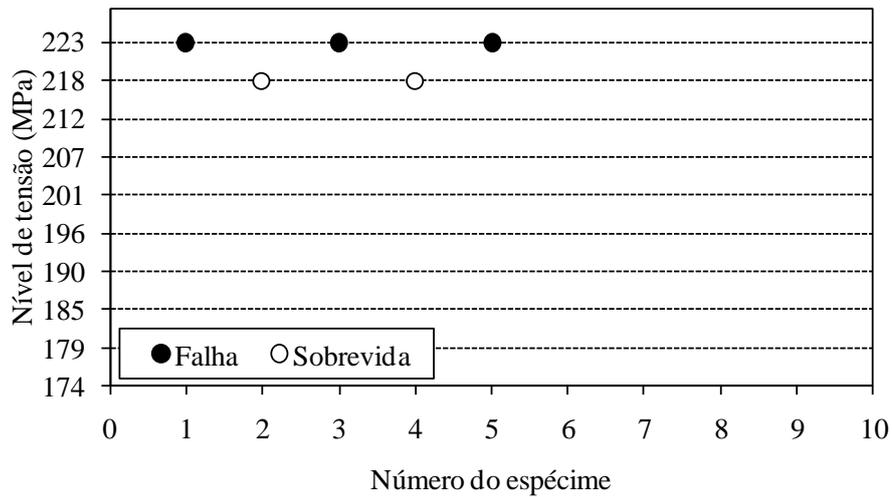


Figura A.11. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 5 mm (etapa 1)

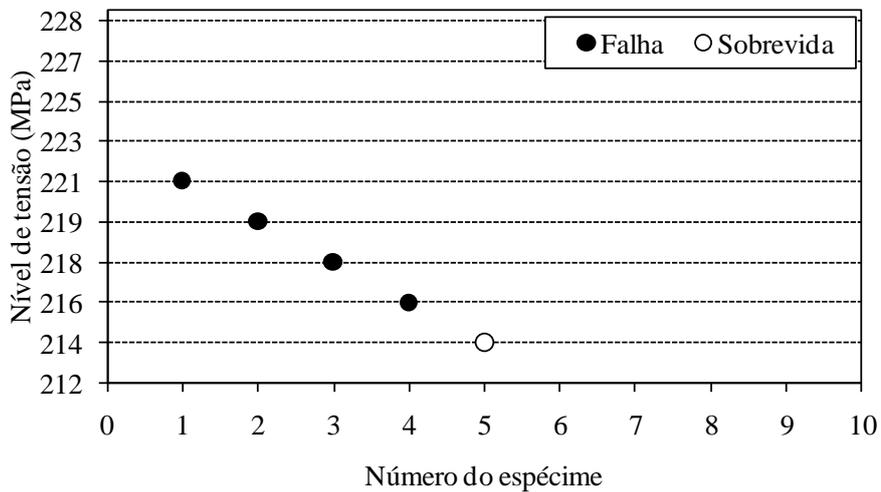


Figura A.12. Resultado da resistência à fadiga segundo o Método da Escada para espécimes com raio de 5 mm (etapa 2)

#### A.3.2.3. Comportamento da resistência à fadiga dos componentes entalhados

De acordo com os resultados apresentados na Tabela (A.10) observa-se, como esperado, uma clara redução no limite de resistência à fadiga conforme a severidade do entalhe. Além disso, o desvio relativo à média aumenta conforme o aumento do entalhe. No entanto, para o entalhe de 5 mm foi feita uma etapa de refinamento do método da Escada, por isso o seu desvio foi consideravelmente diminuído.

Tabela A.10. Resistência à fadiga para cada entalhe segundo o Método da Escada.

Raio (mm)	Resistência à fadiga, $\Delta\sigma_{0e}$ (MPa)	
	Valor Média	Desvio Padrão
3	184,2	2,6
5	214,8	1,2
8	255,1	19,1

## APÊNDICE B. RESULTADOS NUMÉRICOS PARA A MARGEM DE SEGURANÇA

Os resultados numéricos para a função margem de segurança,  $G(X)$ , estão dispostos na Tabela (B.1) para a abordagem de distância crítica,  $G_d$ , e para a abordagem de tensão considerando o conceito de distância crítica,  $G_D$ ; o modelo de Peterson,  $G_P$ ; e o modelo de Neuber,  $G_N$ .

Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança,  $G(X)$ .

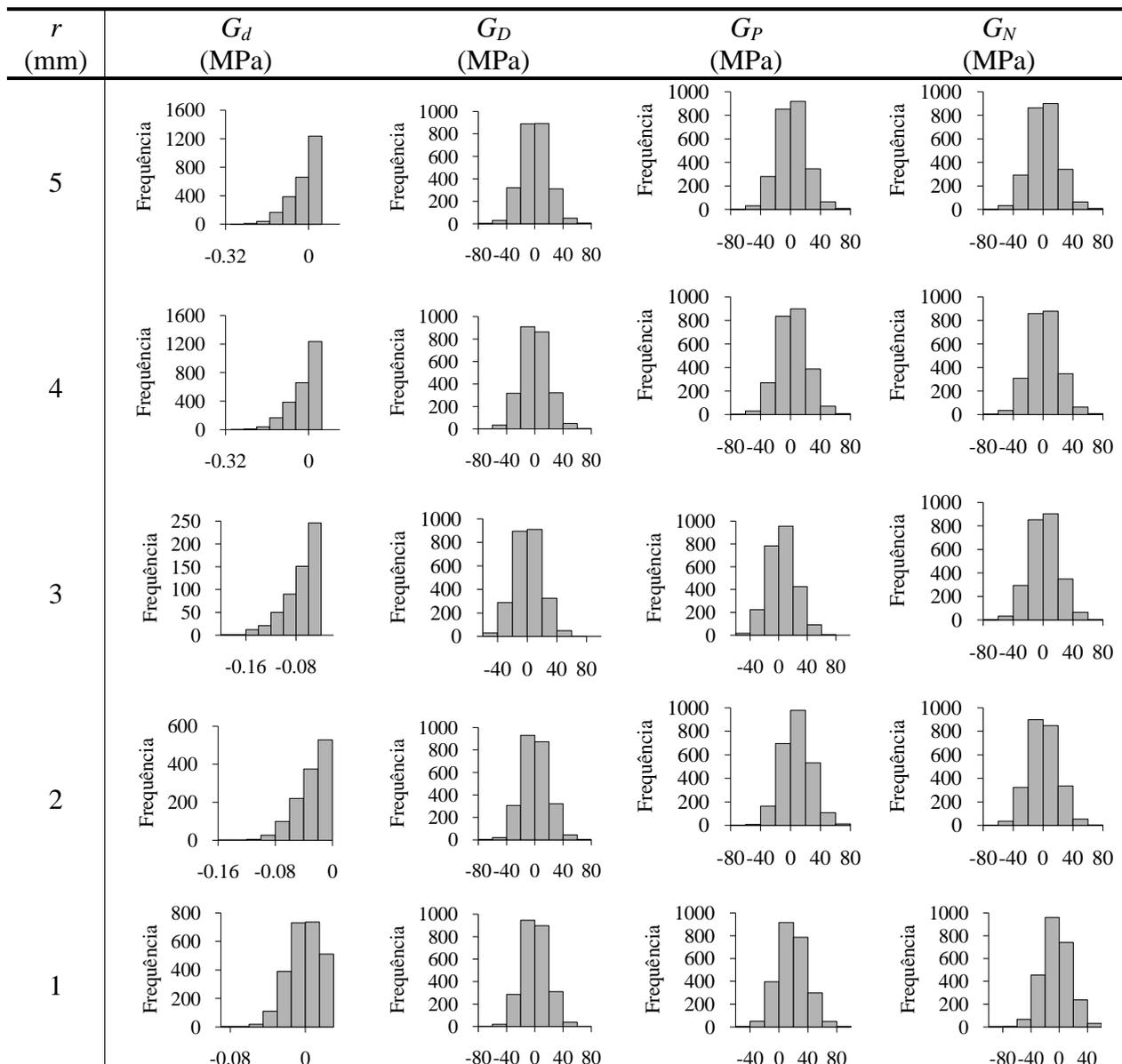


Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança (continuação a).

$r$ (mm)	$G_d$ (MPa)	$G_D$ (MPa)	$G_P$ (MPa)	$G_N$ (MPa)
0,50				
0,40				
0,30				
0,25				
0,20				
0,15				
0,10				

Tabela B.1. Distribuição de frequências para as funções margem de segurança (continuação b).

$r$ (mm)	$G_d$ (MPa)	$G_D$ (MPa)	$G_P$ (MPa)	$G_N$ (MPa)
0,05				
0,025				